Aula 4 - Resposta em Frequência, Sensibilidade, Margem de Ganho e Margem de Fase, Controle em Avanço e Atraso, Critério de Nyquist

Adriano A. G. Siqueira

Universidade de São Paulo

Introdução

Método da **Resposta em Frequência**

- Análise do sistema a partir da resposta em regime permanente quando uma entrada **senoidal** é aplicada

- Determinação do modelo dinâmico de sistemas a partir de resultados experimentais

Resposta à Entrada Senoidal

Sistema linear invariante no tempo, estável:

- Entrada: $u(t)$
- Saída: $y(t)$

Se $u(t)$ é senoidal , a saída $y(t)$ em regime permanente será senoidal:

- Mesma frequência
- Amplitude e ângulo de fase diferentes

Resposta à Entrada Senoidal

Seja:

$$u(t) = Usen(\omega t)$$

sendo U a amplitude e ω a frequência do sinal de entrada.
Resposta em regime permanente:

$$y_{rp} = Ysen(\omega t + \phi)$$

sendo $Y = U|G(j\omega)|$ e $\phi = \angle G(j\omega)$.

Resposta à Entrada Senoidal

Seja:

$$u(t) = Usen(\omega t)$$

Transformada de Laplace da entrada:

$$U(s) = \frac{\omega U}{(s^2 + \omega^2)}$$

Resposta à Entrada Senoidal

Considere a função de transferência $G(s)$:

$$G(s) = \frac{b(s)}{a(s)} = \frac{b(s)}{(s+p_1)(s+p_2)\cdots(s+p_n)}$$

Transformada de Laplace da saída:

$$Y(s) = G(s)U(s) = \frac{b(s)}{a(s)} \frac{\omega U}{(s^2+\omega^2)}$$

Resposta à Entrada Senoidal

Utilizando a expansão em frações parciais:

$$Y(s) = \frac{a}{s + jw} + \frac{\bar{a}}{s - jw} + \frac{b_1}{s + p_1} + \frac{b_2}{s + p_2} + \cdots + \frac{b_n}{s + p_n}$$

sendo a e b_i constantes e $\bar{a}$ o complexo conjugado de a.

Transformada de Laplace inversa:

$$y(t) = ae^{-j\omega t} + \bar{a}e^{j\omega t} + b_1 e^{-p_1 t} + b_2 e^{-p_2 t} + \cdots + b_n e^{-p_n t}$$

Resposta à Entrada Senoidal

Para um sistema estável, a resposta em regime permanente é:

$$y_{rp}(t) = ae^{-j\omega t} + \bar{a}e^{j\omega t}$$

sendo $a = G(s)\frac{\omega U}{s^2+\omega^2}(s+j\omega)|_{s=-j\omega} = -\frac{UG(-j\omega)}{2j}$

e $\bar{a} = \frac{UG(j\omega)}{2j}$

Resposta à Entrada Senoidal

Como $G(j\omega)$ é complexa:

$$G(j\omega) = |G(j\omega)|e^{j\phi}$$

sendo $|G(j\omega)|$ o módulo e ϕ o ângulo de fase de $G(j\omega)$,

$$\phi = \angle G(j\omega) = tan^{-1}\left[\frac{Imag[G(j\omega)]}{Re[G(j\omega)]}\right]$$

Também temos: $G(-j\omega) = |G(j\omega)|e^{-j\phi}$

Resposta à Entrada Senoidal

Resposta em regime permanente:

$$
\begin{aligned}
y_{rp} = & -\frac{UG(-j\omega)}{2j}e^{-j\omega t} + \frac{UG(j\omega)}{2j}e^{j\omega t} \\
= & U|G(j\omega)|\frac{e^{j(\omega t+\phi)} - e^{-j(\omega t+\phi)}}{2j} \\
= & U|G(j\omega)|sen(\omega t + \phi) \\
= & Ysen(\omega t + \phi)
\end{aligned}
$$

sendo $Y = U|G(j\omega)|$ e $\phi = \angle G(j\omega)$.

Resposta à Entrada Senoidal

Para entradas senoidais:

$|G(j\omega)|$ = relação de amplitudes da saída e da entrada.

$\angle G(j\omega)$ = defasagem da senóide de saída com relação à senóide de entrada.

$G(j\omega)$:*Função de Transferência Senoidal*

Diagrama de Bode ou gráfico logarítmico:

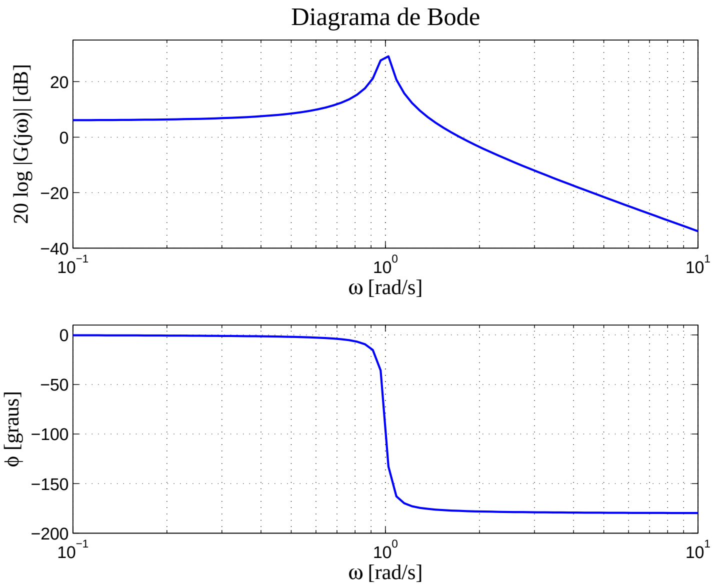
- Gráfico do logaritmo do módulo de $G(j\omega)$
- Gráfico do ângulo de fase de $G(j\omega)$

Em função da frequência de entrada ω em escala logarítmica

Representação padrão: $20log|G(j\omega)|$

Unidade: dB (decibel)

Formas de Representação



- Exemplo:

$$G(s) = \frac{3}{s^2 + s + 3}$$

$$G(j\omega) = \frac{3(3-\omega^2)}{(3-\omega^2)^2 + \omega^2} + j\frac{-3\omega}{(3-\omega^2)^2 + \omega^2}$$

$$|G(j\omega)| = \sqrt{\frac{(3(3-\omega^2))^2 + (3\omega)^2}{((3-\omega^2)^2 + \omega^2)^2}}$$

Diagrama de Nyquist ou gráficos polares:

- Gráfico da parte imaginária de $G(j\omega)$ *versus* a parte real de $G(j\omega)$

$$Imag[G(j\omega)] \times Re[G(j\omega)]$$

Diagrama de Nichols/Black:

- Gráfico do módulo de $G(j\omega)$ *versus* a fase de $G(j\omega)$

$$|G(j\omega)| \times \angle G(j\omega)$$

Fatores básicos de $G(j\omega)$

Fatores básicos de uma função de transferência arbitrária $G(j\omega)$:

- Ganho K
- Fatores integral e derivativo: $(j\omega)^{\mp 1}$
- Fatores de primeira ordem: $(1 + j\omega T)^{\mp 1}$
- Fatores de segunda ordem:

$$(1 + 2\zeta(j\omega/\omega_n) + (j\omega/\omega_n)^2)^{\mp 1}$$

Ganho K

Logaritmo do módulo:

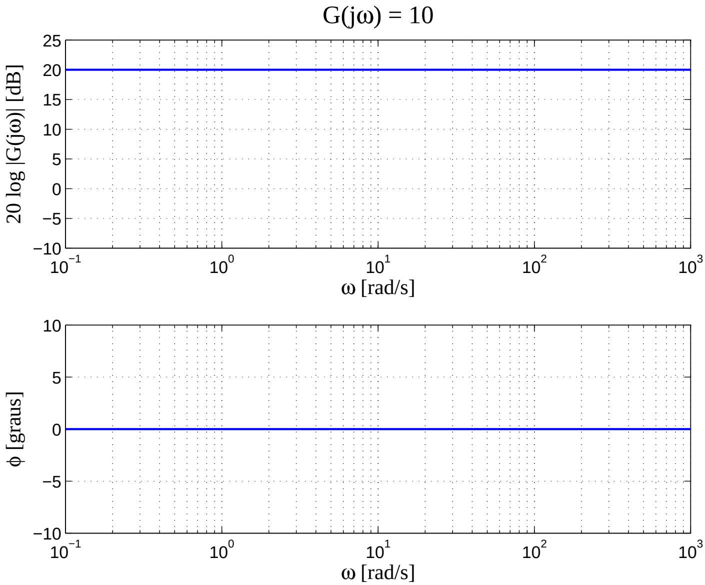
$$20logK$$

Gráfico do módulo: reta horizontal de valor $20logK$ dB

Gráfico da fase: ângulo de fase nulo

Variação do ganho K: deslocamento da curva do módulo, não afetando o gráfico de fase.

Ganho K



G(jω) = 10
20 log |G(jω)| [dB]
25
20
15
10
5
0
−5
−10
10^−1
10^0
10^1
10^2
10^3
ω [rad/s]
φ [graus]
10
5
0
−5
−10
10^−1
10^0
10^1
10^2
10^3
ω [rad/s]

Fator integral: $(j\omega)^{-1}$

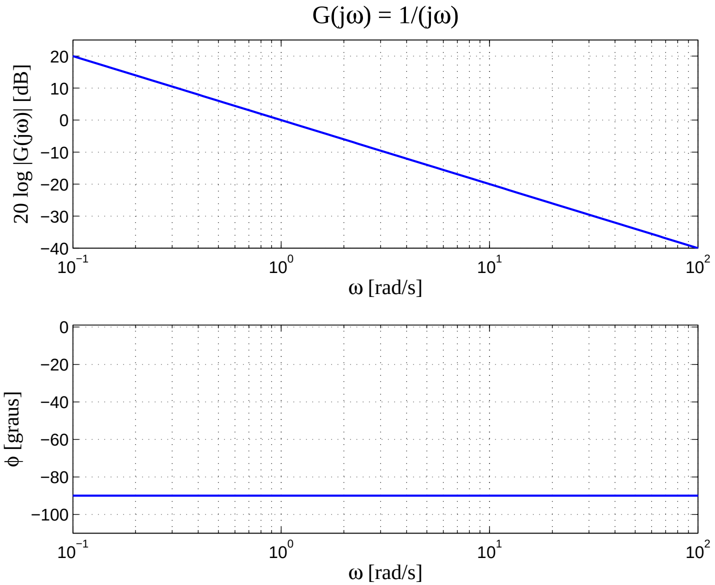
Logaritmo do módulo:

$$20log\left|\frac{1}{j\omega}\right| = -20log\ \omega$$

Gráfico do módulo: reta com inclinação -20 dB/década, cruzando 0 dB em $\omega = 1$

Ângulo de fase: constante e igual a -90 graus

Fator integral: $(j\omega)^{-1}$



Fator derivativo: $j\omega$

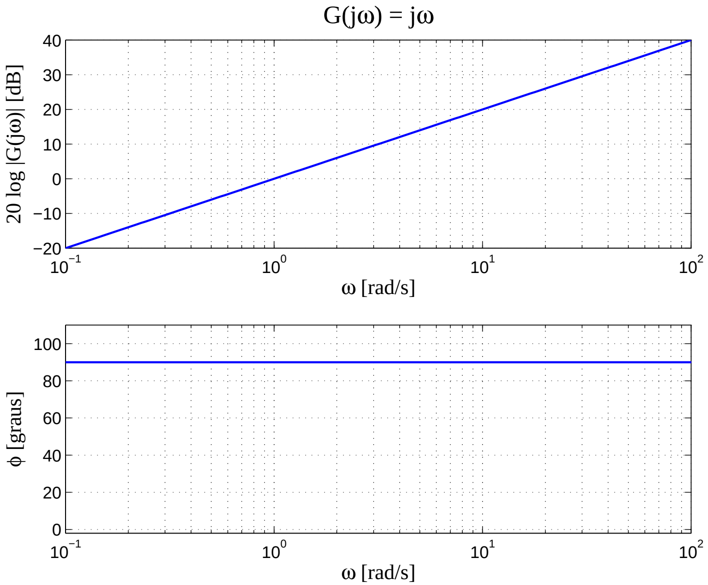
Logaritmo do módulo:

$$20log\,|j\omega| = 20log\;\omega$$

Gráfico do módulo: reta com inclinação 20 dB/década, cruzando 0 dB em $\omega = 1$

Ângulo de fase: constante e igual a 90 graus

Fator derivativo: $j\omega$



Fator de primeira ordem: $(1 + j\omega T)^{-1}$

Logaritmo do módulo:

$$20 log \left| \frac{1}{1 + j\omega T} \right| = -20 log \sqrt{1 + \omega^2 T^2}$$

Para baixas frequências ($\omega << 1/T$)

$$-20 log \sqrt{1 + \omega^2 T^2} = -20 log\ 1 = 0$$

Gráfico: reta constante em 0 dB

Fator de primeira ordem: $(1 + j\omega T)^{-1}$

Para altas frequências ($\omega >> 1/T$)

$$-20log\sqrt{1 + \omega^2 T^2} = -20log\omega T$$

Gráfico: reta com inclinação -20 dB/década cruzando 0 dB em $\omega_b = 1/T$ (frequência de quebra)

Gráfico do módulo: aproximação pelas duas retas assintóticas

Correção: -3 dB em ω_b

Fator de primeira ordem: $(1 + j\omega T)^{-1}$

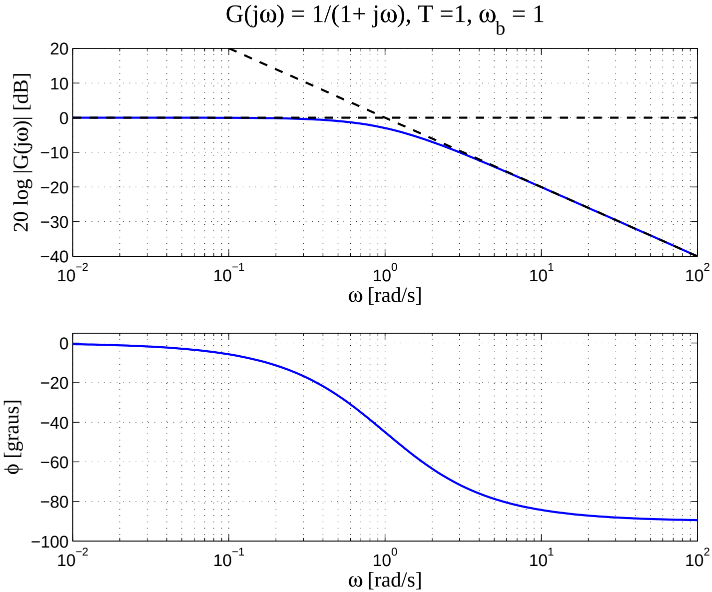
O ângulo de fase

$$\phi = -tan^{-1}\omega T$$

Gráfico de fase:

- $\omega = 0 \Rightarrow \phi = 0$
- $\omega = 1/T \Rightarrow \phi = -45$ graus
- $\omega = \infty \Rightarrow \phi = -90$ graus

Fator de primeira ordem: $(1 + j\omega T)^{-1}$



Fator de primeira ordem: $1 + j\omega T$

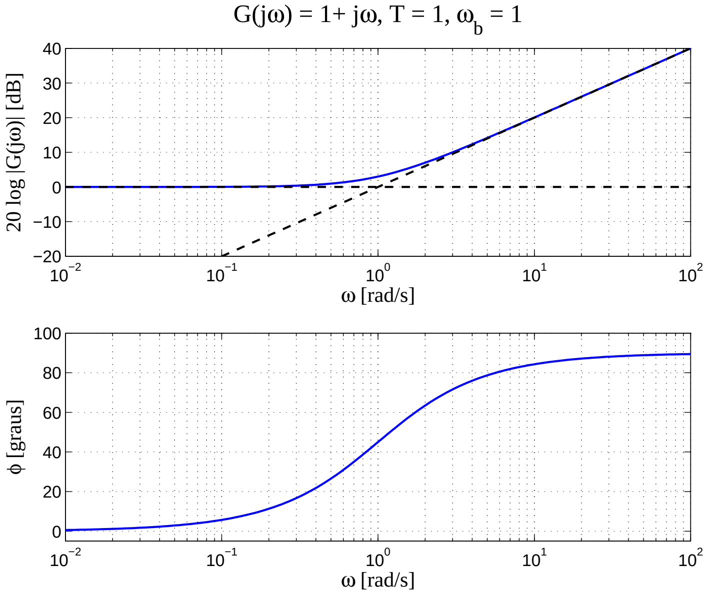
As curvas do módulo e ângulo de fase do fator $1 + j\omega T$ são obtidas pelas curvas do fator $1/(1 + j\omega T)$ trocando-se o sinal:

$$20log\,|1 + j\omega T| = 20log\sqrt{1 + \omega^2 T^2}$$

e

$$\phi = tan^{-1}\omega T$$

Fator de primeira ordem: $1 + j\omega T$



Fator de segunda ordem: $(1 + 2\zeta(j\omega/\omega_n) + (j\omega/\omega_n)^2)^{-1}$

Logaritmo do módulo:

$$20 log \left| \frac{1}{1 + 2\zeta(j\omega/\omega_n) + (j\omega/\omega_n)^2} \right|$$

$$= -20 log \sqrt{\left(1 + \frac{\omega^2}{\omega_n^2}\right)^2 + \left(2\zeta\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2}$$

Fator de segunda ordem: $(1 + 2\zeta(j\omega/\omega_n) + (j\omega/\omega_n)^2)^{-1}$

Para baixas frequências ($\omega << \omega_n$)

$$-20log\sqrt{\left(1+\frac{\omega^2}{\omega_n^2}\right)^2+\left(2\zeta\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2}=-20log\ 1=0$$

Fator de segunda ordem: $(1 + 2\zeta(j\omega/\omega_n) + (j\omega/\omega_n)^2)^{-1}$

Para altas frequências ($\omega >> \omega_n$)

$$-20log\sqrt{\left(1+\frac{\omega^2}{\omega_n^2}\right)^2+\left(2\zeta\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2} = -20log\frac{\omega^2}{\omega_n^2} = -40log\frac{\omega}{\omega_n}$$

Gráfico: reta com inclinação -40 dB/década, cruzando 0 dB em $\omega_b = \omega_n$

Frequência de Ressonância: frequência na qual $|G(jw)|$ atinge o valor máximo

$$\omega_r = \omega_n(1 - 2\zeta^2)$$

Módulo do pico de ressonância M_r

$$M_r = |G(jw_r)| = \frac{1}{2\zeta\sqrt{1-\zeta^2}}$$

Se $\zeta \to 0 \Rightarrow M_r \to \infty$

Fator de segunda ordem: $(1 + 2\zeta(j\omega/\omega_n) + (j\omega/\omega_n)^2)^{-1}$

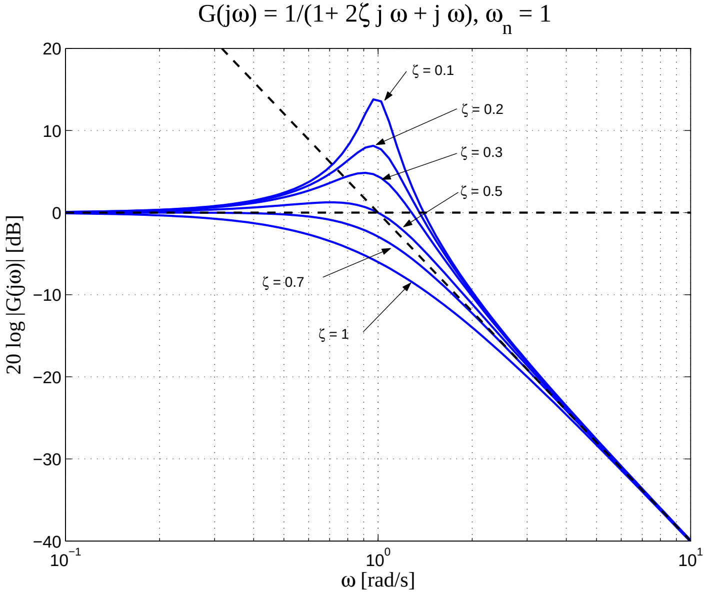
O ângulo de fase

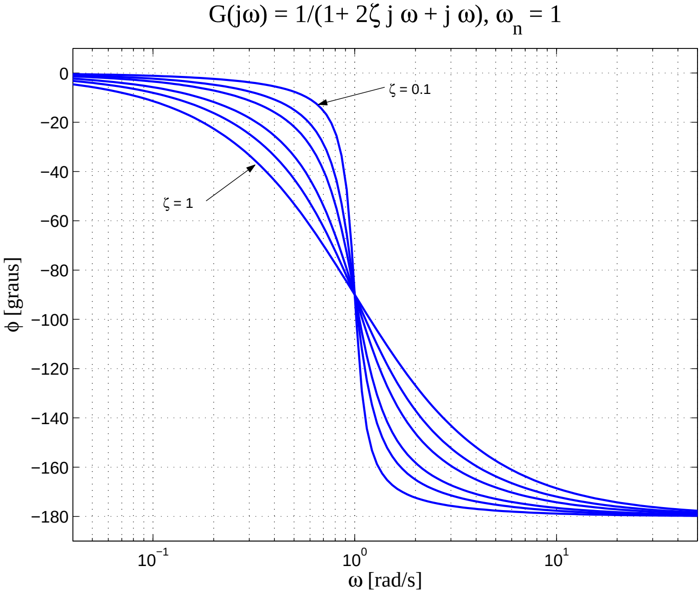
$$\phi = -tan^{-1}\left[\frac{2\zeta(\frac{\omega}{\omega_n})}{1-(\frac{\omega}{\omega_n})^2}\right]$$

Gráfico de fase:

- $\omega = 0 \Rightarrow \phi = 0$
- $\omega = \omega_r \Rightarrow \phi = -90 + sen^{-1}(\zeta/\sqrt{1-\zeta^2})$ graus
- $\omega = \omega_n \Rightarrow \phi = -90$ graus
- $\omega = \infty \Rightarrow \phi = -180$ graus

Fator de segunda ordem: $(1 + 2\zeta(j\omega/\omega_n) + (j\omega/\omega_n)^2)^{-1}$




G(jω) = 1/(1+ 2ζ j ω + j ω), ω_n = 1
ζ = 0.1
ζ = 1
0
−20
−40
−60
−80
−100
−120
−140
−160
−180
φ [graus]
10^−1
10^0
10^1
ω [rad/s]

Determinação da Resposta em Frequência

- Reescrever $G(jw)$ como produto de fatores básicos
- Identificar as frequências de quebra associadas a cada fator
- Desenhar as curvas assintóticas no gráfico do módulo
- Somar as curvas obtidas para cada fator básico
- Efetuar as correções necessárias

Determinação da Resposta em Frequência

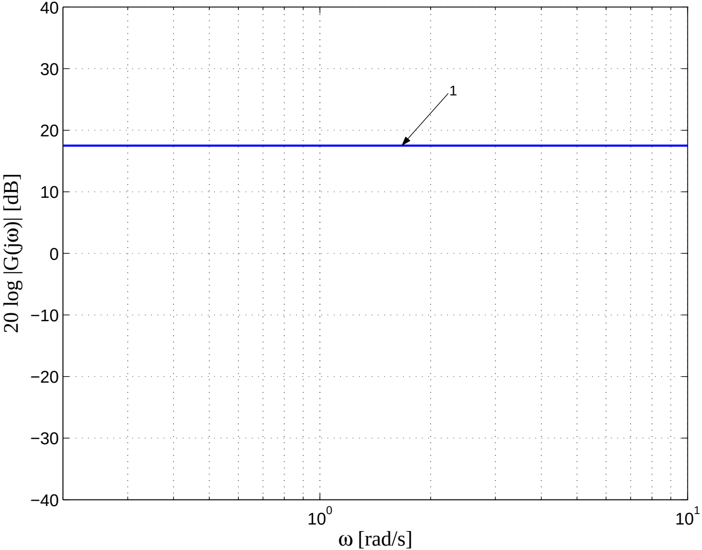
Exemplo:

$$G(s) = \frac{10(s+3)}{s(s+2)(s^2+s+2)}$$

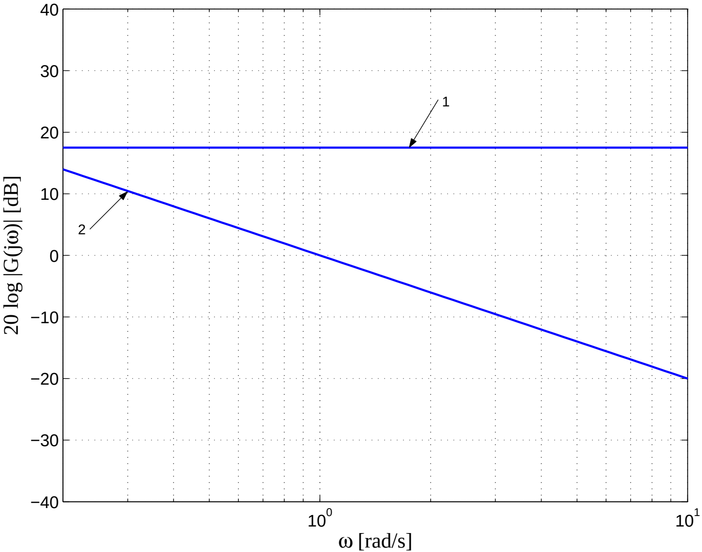
Função de transferência senoidal:

$$G(j\omega) = \frac{7,5\left(\frac{j\omega}{3}+1\right)}{(j\omega)\left(\frac{j\omega}{2}+1\right)\left(\frac{(j\omega)^2}{2}+\frac{j\omega}{2}+1\right)}$$

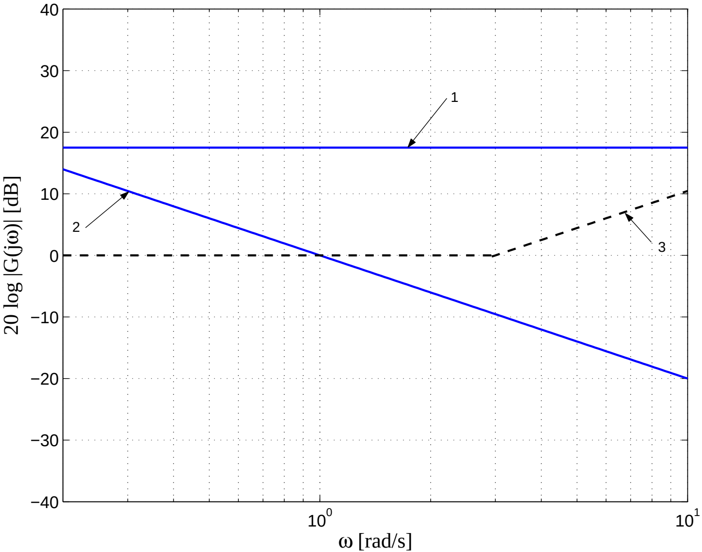
Fator 1: $K = 7,5$



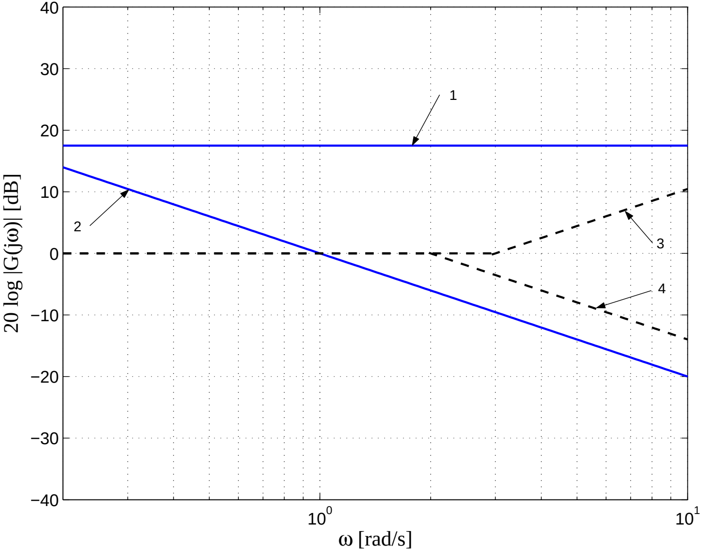
Fator 2: $1/(j\omega)$



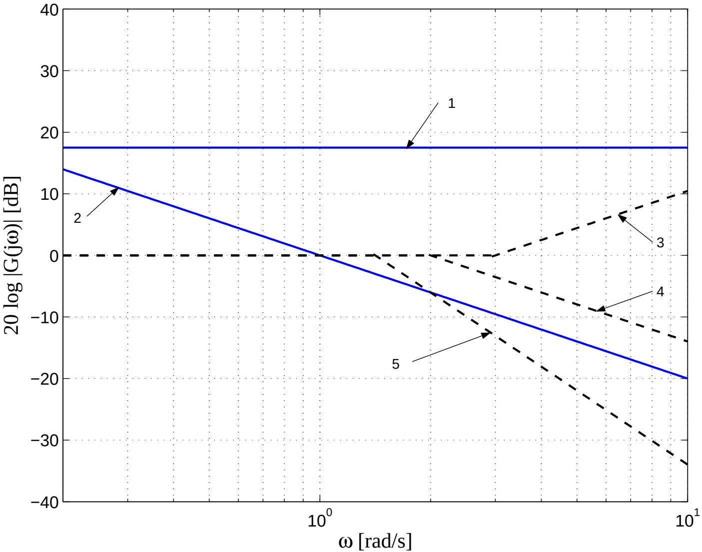
Fator 3: $1 + j\omega/3$, $\omega_b = 3$



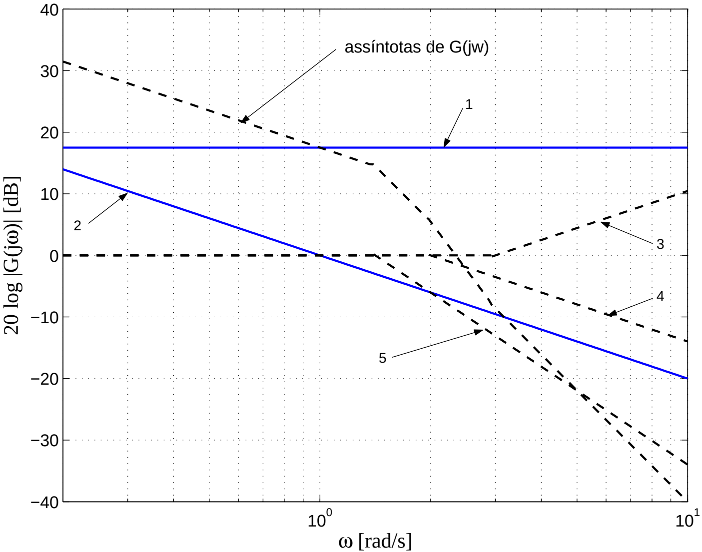
Fator 4: $1/(1 + j\omega/2)$, $\omega_b = 2$



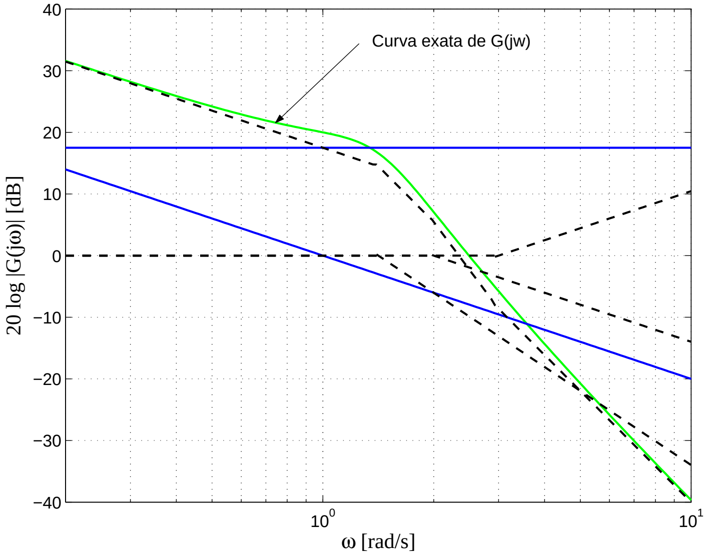
Fator 5: $1/(1 + j\omega/2 + (j\omega)^2/2)$, $\omega_b = \sqrt{2}$



Assíntotas de $G(j\omega)$



Curva exata de $G(j\omega)$



Geradores de sinais senoidais convenientes (mecânicos, elétricos ou pneumáticos)

Faixas de frequências usuais:

- 0,001-10 Hz para sist. com grandes constantes de tempo
- 0,1-1000 Hz para sist. com pequenas constantes de tempo

A partir das medidas das relações de amplitudes e da defasagem constrói-se o **Diagrama de Bode**

Procedimento geral para obtenção de funções de transferência:

- Desenhar as curvas assintóticas no gráfico do módulo experimental (assíntotas devem possuir inclinações múltiplas de ± 20 dB/decada)

- Variação na curva de -20 dB/decada em ω_1, fator de primeira ordem $1/(1 + j(\omega/\omega_1))$
- Variação na curva de -40 dB/decada em ω_2, fator de segunda ordem

$$\frac{1}{1 + 2\zeta(j\omega/\omega_2) + (j\omega/\omega_2)^2}$$

- Fator de amortecimento obtido medindo-se o valor de pico ressonante próximo à frequência ω_2

- Ganho determinado pela curva em baixas frequências $w << 1$

$$G(jw) = \frac{K}{(jw)^{\lambda}}$$

- $\lambda = 0$: $G(jw) = K$

$$20log|G(jw)| = 20logK$$

K determinado pelo valor da reta horizontal (assíntota)

- $\lambda = 1$: $G(jw) = \frac{K}{(jw)}$

$$20log|G(jw)| = 20logK - 20log\omega$$

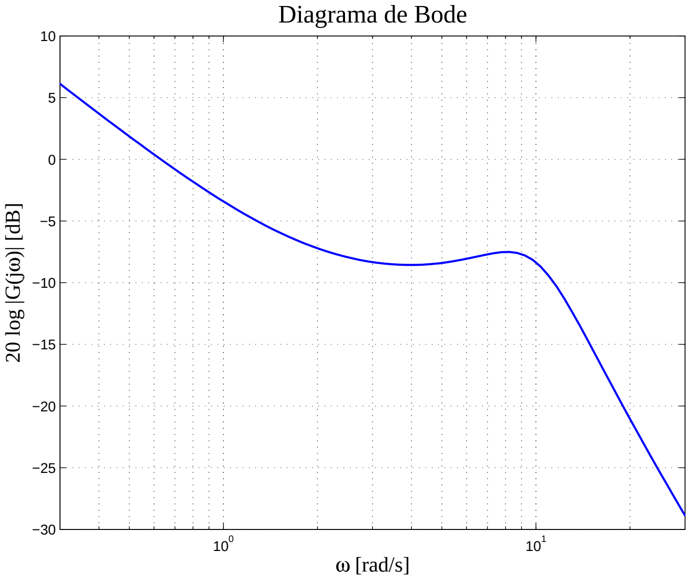
Assíntota possui inclinação de -20 dB/década e o valor de K é igual à frequência na qual a assíntota (ou seu prolongamento) cruza a reta 0 dB

- $\lambda = 2$: $G(jw) = \frac{K}{(jw)^2}$

$$20log|G(jw)| = 20logK - 40log\omega$$

Assíntota possui inclinação de -40 dB/década e a frequência na qual a assíntota (ou seu prolongamento) cruza a reta 0 dB é igual a $\sqrt{K}$

Exemplo: gráfico do módulo



Exemplo: função de transferência

Função transferência senoidal:

$$G(j\omega) = \frac{0,6\left(\frac{j\omega}{2}+1\right)}{(j\omega)\left(\left(\frac{j\omega}{10}\right)^2 + 2\times 0,4\frac{j\omega}{10}+1\right)}$$

Função transferência:

$$G(s) = \frac{30(s+2)}{s(s^2+8s+100)}$$

Exemplo: gráfico de fase

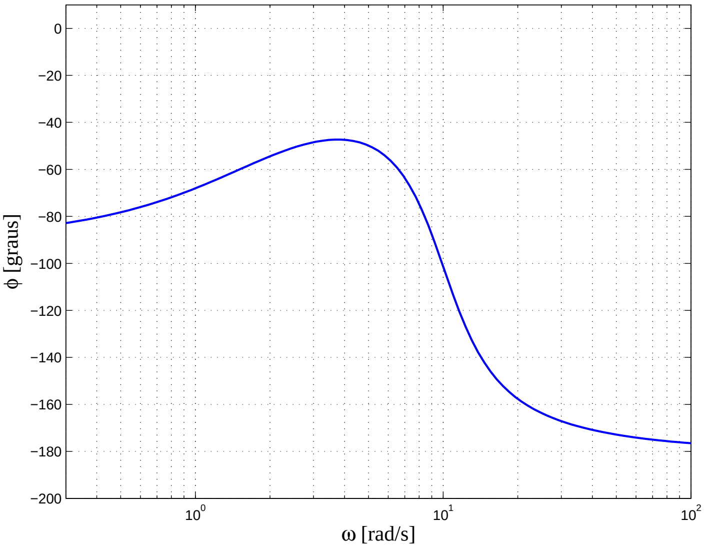
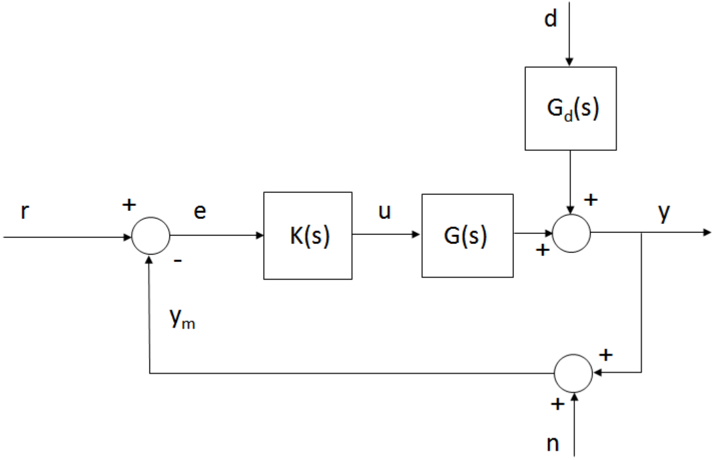


Diagrama de blocos básico



Controle

$$u = K(s)(r - y + n)$$

Saída

$$y = G(s)u + G_d(s)d = G(s)K(s)(r - y + n) + G_d(s)d$$

$$(1 + G(s)K(s))y = G(s)K(s)(r + n) + G_d(s)d$$

$$y = \frac{G(s)K(s)}{1 + G(s)K(s)}r + \frac{G(s)K(s)}{1 + G(s)K(s)}n + \frac{G_d(s)}{1 + G(s)K(s)}d$$

Erro

$$e = y - r = \frac{-1}{1 + G(s)K(s)} r + \frac{G(s)K(s)}{1 + G(s)K(s)} n + \frac{G_d(s)}{1 + G(s)K(s)} d$$

Função **Sensibilidade**: $S(s) = \frac{1}{1+G(s)K(s)}$

Função **Sensibilidade Complementar**: $T(s) = \frac{G(s)K(s)}{1+G(s)K(s)}$

Saída

$$y = T(s)r + T(s)n + S(s)G_d(s)d$$

Erro

$$e = -S(s)r - T(s)n + S(s)G_d(s)d$$

Sensibilidade

Função **Sensibilidade**: $S(s) = \frac{1}{1+G(s)K(s)}$

Função **Sensibilidade Complementar**: $T(s) = \frac{G(s)K(s)}{1+G(s)K(s)}$

Propriedade: $S(s) + T(s) = 1$

Sensibilidade: $S(s) = \frac{\frac{dT(s)}{T(s)}}{\frac{dG(s)}{G(s)}}$

Sensibilidade

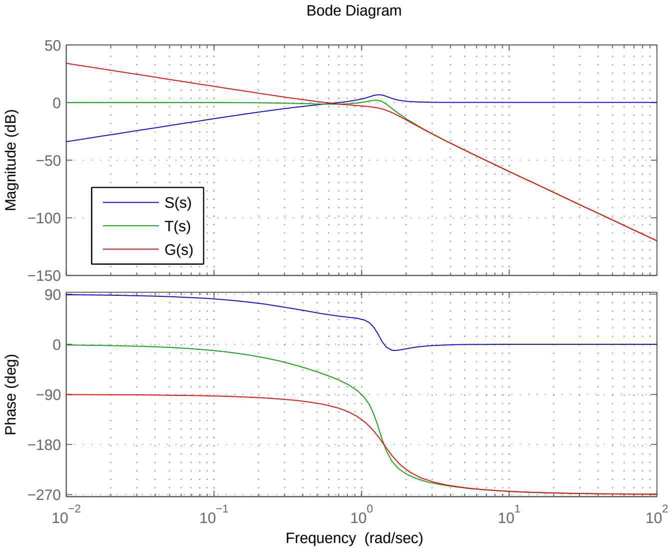
Exemplo: $G(s) = \frac{1}{s^3+s^2+2s}$

$K = 1$

$S(s) = \frac{s^3+s^2+2s}{s^3+s^2+2s+1}$

$T(s) = \frac{1}{s^3+s^2+2s+1}$

Sensibilidade



Retomando **Malha Fechada: Feedback**

Função **Sensibilidade**: $S(s) = \frac{1}{1+G(s)K(s)}$

Função **Sensibilidade Complementar**: $T(s) = \frac{G(s)K(s)}{1+G(s)K(s)}$

Saída

$$y = T(s)r + T(s)n + S(s)G_d(s)d$$

$y = r$ e d atenuado se $G(s)K(s)$ grande

Problema: $G(s)K(s)$ grande $\Rightarrow$ instabilidade

- Sistema em malha aberta:

$$G(s) = \frac{1}{s(s+1)^2}$$

- MatLab: *sisotool*

Margem de ganho e de fase

- MG: inverso do módulo $|G(j\omega)|$ na freqüência onde o ângulo de fase é -180°.

$$MG = \frac{1}{|G(j\omega)|}$$

- MG (em dB): diferença em dB do gráfico do módulo até 0 dB na freqüência onde o ângulo de fase é -180°. Positiva se $|G(j\omega)|$ em dB < 0 e negativa caso contrário.

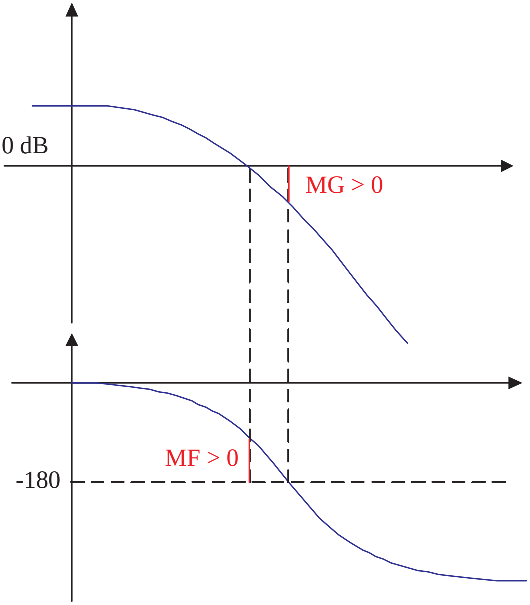
Margem de ganho e de fase

- MF: 180° mais o ângulo de fase (ϕ) na freqüência de cruzamento do ganho (quando $|G(j\omega)| = 0dB$).

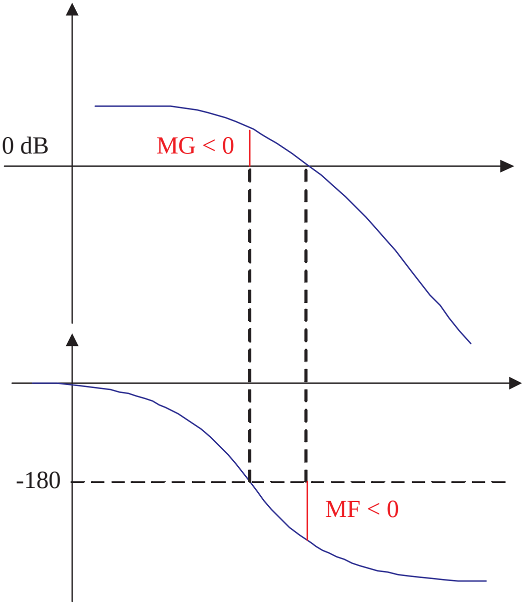
$$MF = 180 + \phi$$

- MF: diferença em graus do gráfico de fase até -180° na freqüência de cruzamento do ganho. Positiva se $\phi > -180°$ e negativa caso contrário.

Margem de ganho e de fase positivas: sistema estável



Margem de ganho e de fase negativas: sistema instável

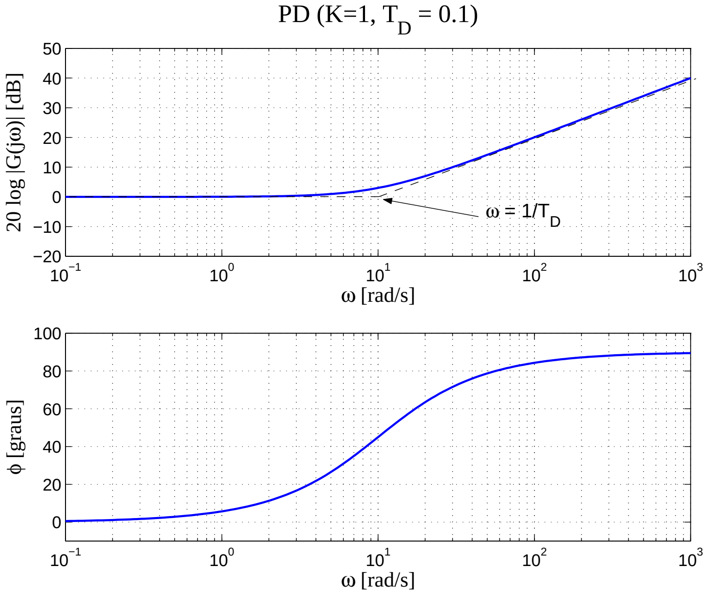


Compensação em Avanço

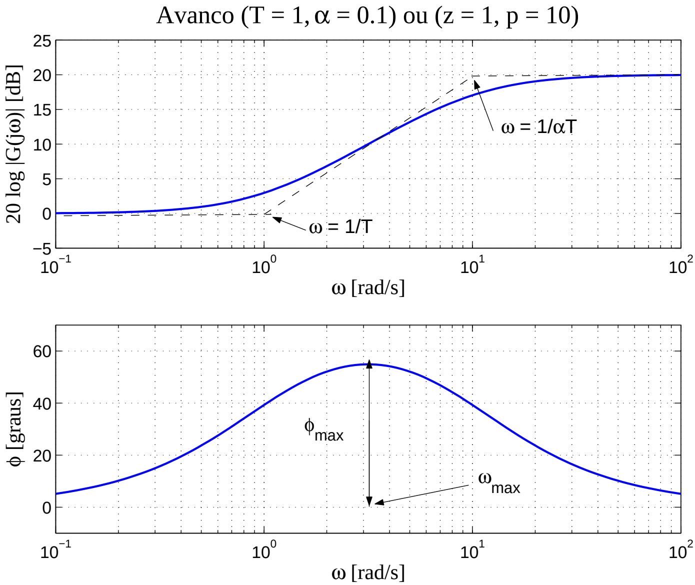
- Compensador da forma

$$C(s) = K\frac{s+z}{s+p} = K_c\frac{Ts+1}{\alpha Ts+1}$$

- Avanço: $z < p$ ou $\alpha < 1$
- Próximo ao PD: $C(s) = K(T_D s + 1)$


PD (K=1, T_D = 0.1)
20 log |G(jω)| [dB]
50
40
30
20
10
0
−10
−20
ω = 1/T_D
10^−1
10^0
10^1
10^2
10^3
ω [rad/s]
φ [graus]
100
80
60
40
20
0
10^−1
10^0
10^1
10^2
10^3
ω [rad/s]

Resposta em Frequência de um Compensador em Avanço



Compensação em Avanço

- $T = 1$ e $\alpha = 0.1$
- Acréscimo de fase máximo:

$$sen\phi_{max} = \frac{1-\alpha}{1+\alpha} \quad \Rightarrow \quad \phi_{max} = 54.9^{\circ}$$

- Frequência:

$$\omega_{max} = \frac{1}{T\sqrt{\alpha}} = 3.16 rad/s$$

Compensação em Avanço

- Exemplo

$$G(s) = \frac{1}{s(s+1)}$$

- Erro em regime permanente menor que 0.1 para entrada rampa
- Sobressinal $M_p < 25\% \quad \Rightarrow \quad MF > 45^\circ$

Compensação em Avanço

- Erro de regime

$$e_{ss} = lim_{s \to 0} s[1 - T(s)]R(s)$$

- Erro de regime para entrada rampa $R(s) = 1/s^2$

$$e_{ss} = lim_{s \to 0} \frac{1}{s + C(s)[1/(s+1)]} = \frac{1}{C(0)}$$

- Sendo

$$C(s) = K\frac{Ts+1}{\alpha Ts+1} \quad \Rightarrow \quad C(0) = K$$

- Para $e_{ss} = 0.1 \quad \Rightarrow \quad K = 10$

- *sisotool*

Compensação em Atraso

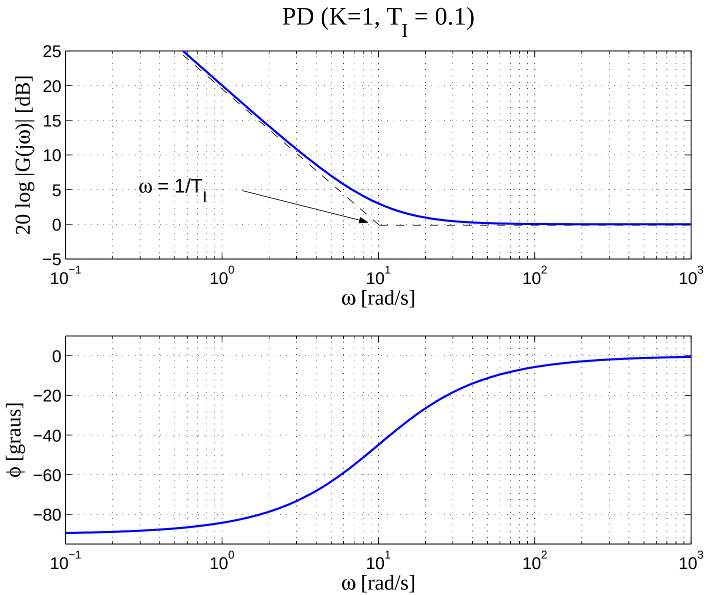
- Compensador da forma

$$C(s) = K\frac{s+z}{s+p} = K_c\frac{Ts+1}{\alpha Ts+1}$$

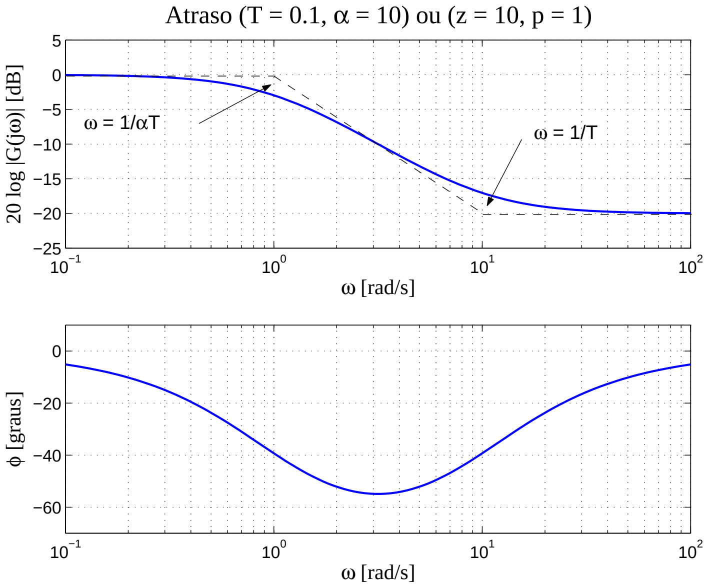
- Atraso: $z > p$ ou $\alpha > 1$

- Próximo ao PI: $C(s) = \frac{K}{s}(s + \frac{1}{T_I})$

Resposta em Frequência de um PI



Resposta em Frequência de um Compensador em Atraso



Compensação em Atraso

- Exemplo

$$G(s) = \frac{1}{s(s+1)}$$

- $K = 10$
- *sisotool*

Critério de Nyquist

- Relaciona a resposta em frequência em malha aberta com o número de pólos estáveis do sistema em malha fechada.
- **Diagrama de Nyquist** ou gráficos polares: Gráfico da parte imaginária de $H(j\omega)$ *versus* a parte real de $H(j\omega)$

$$Imag[H(j\omega)] \times Re[H(j\omega)]$$

Critério de Nyquist

- Exemplo:

$$H(s) = \frac{1}{s+1}$$

- $H(j\omega)$

$$H(j\omega) = \frac{1}{1+\omega^2} - \frac{\omega}{1+\omega^2}j$$

- Partes real e imaginária

$$Real[H(j\omega)] = \frac{1}{1+\omega^2} \qquad Imag[H(j\omega)] = -\frac{\omega}{1+\omega^2}$$

- **Princípio do argumento**: O mapeamento de contorno de $H(s)$ envolverá a origem se o contorno contém um pólo ou zero de $H(s)$
- O número total de envolvimentos (N) da origem do plano $H(s)$ no sentido horário, conforme um ponto percorre um contorno fechado no plano s no sentido horário, é igual a $Z - P$.

  Z zeros e P pólos de $H(s)$.

- Função de Transferência de Malha Fechada:

$$T(s) = \frac{KG(s)}{1 + KG(s)}$$

- Equação característica:

$$1 + KG(s) = 0$$

$$1 + KG(s) = 1 + K\frac{b(s)}{a(s)} = \frac{a(s) + Kb(s)}{a(s)}$$

Critério de Nyquist

$$1 + KG(s) = 1 + K\frac{b(s)}{a(s)} = \frac{a(s) + Kb(s)}{a(s)}$$

- $a(s) \Rightarrow$ pólos de $1 + KG(s)$ e pólos de $KG(s)$
- $a(s) + Kb(s) \Rightarrow$ zeros de $1 + KG(s)$ e **pólos da FT de Malha Fechada** $T(s)$

Critério de Nyquist

- Contorno de Nyquist: contorno no plano s contendo todo o **semiplano direito** (SPD)
- Mapeamento de $1 + KG(s)$ pelo contorno de Nyquist envolverá a origem se $1 + KG(s)$ contém pólos e zeros no SPD.
- Mapeamento de $KG(s)$ pelo contorno de Nyquist envolverá o ponto -1 se $1 + KG(s)$ contém pólos e zeros no SPD.

Critério de Nyquist

- P: número de pólos de $KG(s)$ no SPD
- Z: número de zeros de $1 + KG(s)$ = **número de pólos de** $T(s)$ no SPD
- N: número de envolvimentos do ponto -1 no sentido horário ($N > 0$) ou no sentido anti-horário ($N < 0$)
- **Princípio do argumento**: $N = Z - P$

Critério de Nyquist

- **Critério de Nyquist**: $Z = N + P$
- Para a estabilidade da FTMF: $Z = 0$
- Se $N = 0 \Rightarrow P$ deve ser nulo
- Se $N < 0$ (anti-horário) $\Rightarrow P$ deve ser igual a $-N$
- Se $N > 0$ (horário) $\Rightarrow$ instabilidade

- Exemplo 1

$$G(s) = \frac{1}{(s+1)^2}$$

- Exemplo 2

$$G(s) = \frac{1}{s-1}$$

- Exemplo 3

$$G(s) = \frac{1}{s(s+1)^2}$$

- Exemplo 4

$$G(s) = \frac{s+3}{s(s-1)}$$