



CABOS COAXIAIS

**PSI 3483 – ONDAS ELETROMAGNÉTICAS
EM MEIOS GUIADOS**

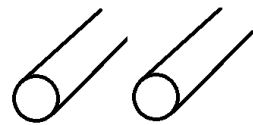
Profa. Fatima Salete Correra

CABOS COAXIAIS

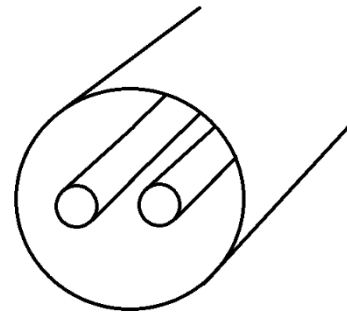
Linhas de Transmissão

- Estruturas formadas por dois ou mais condutores paralelos
- Comprimento maior que $\lambda/10$ da frequência de uso
- Suportam a propagação de ondas eletromagnéticas

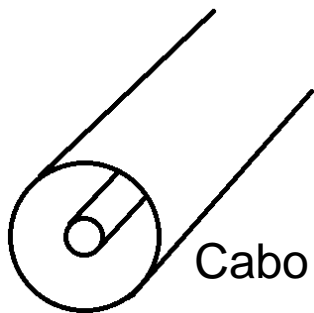
Exemplos



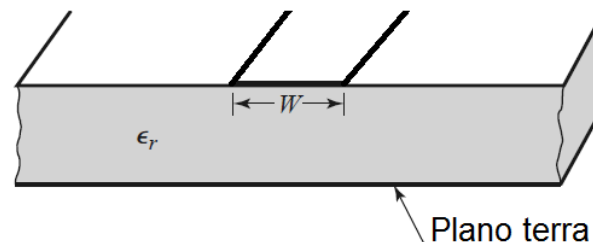
Linha bifilar



Linha bifilar blindada



Cabo coaxial



Linha de microfita
Microstrip line

Plano terra

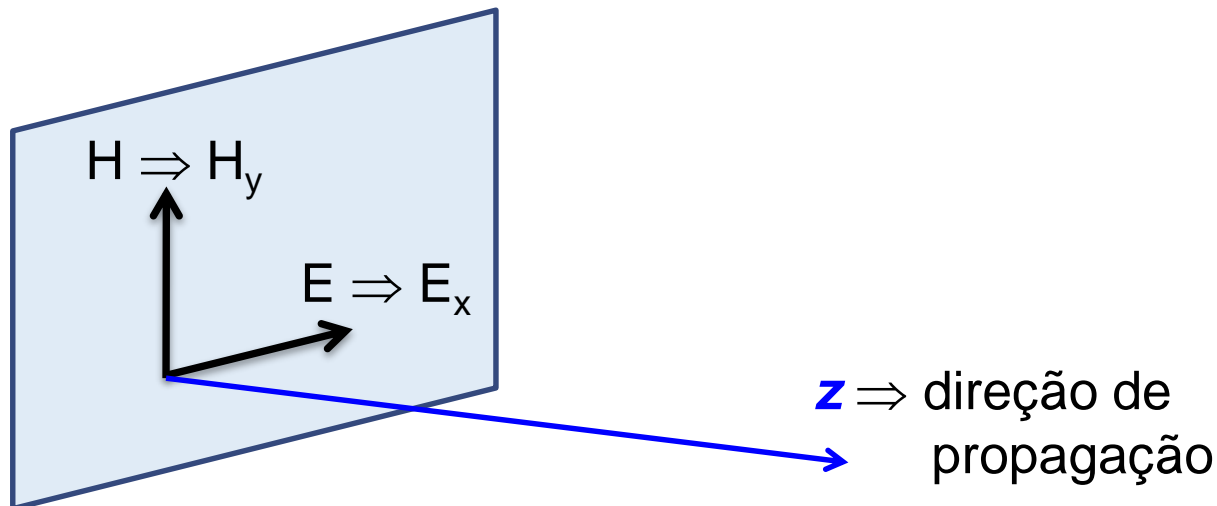
CABOS COAXIAIS

○ Cabos coaxiais e linhas bifilares

- Condutores completamente cercados por um dielétrico uniforme
- Modo dominante de propagação → modo **TEM**

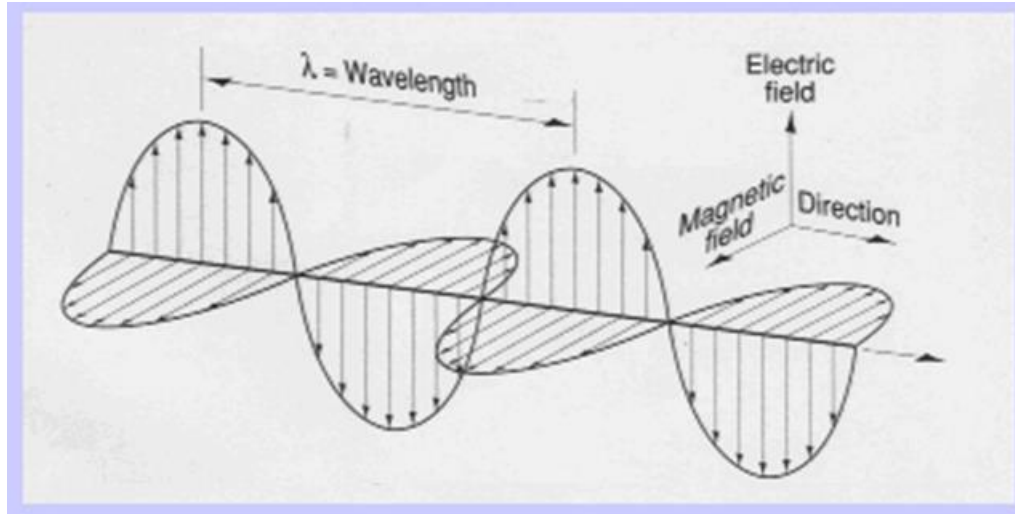
○ Modo TEM

- Modo **T**ransversal **E**letr**M**agnético
- Campo **E** perpendicular ao campo **H**
- Campos **E** e **H** perpendiculares à direção de propagação



CABOS COAXIAIS

- Exemplo de onda **TEM**



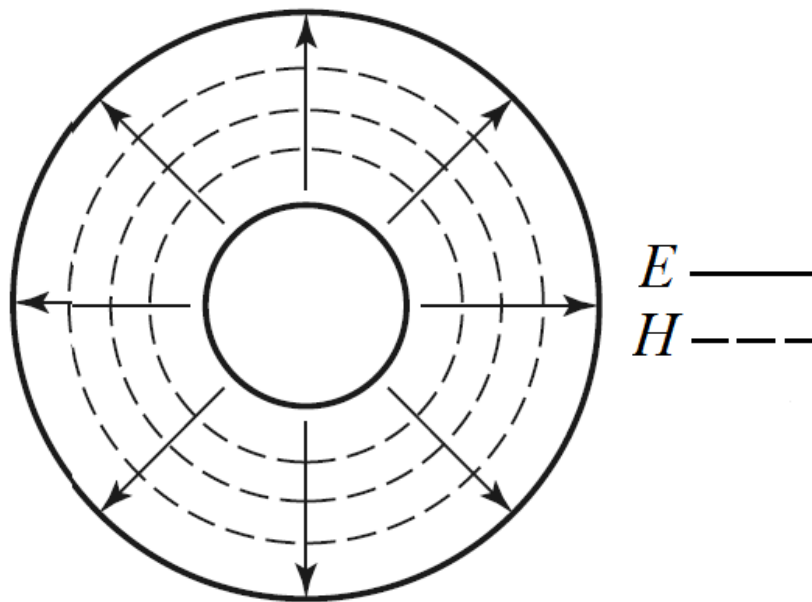
- Onda **TEM** em meio com constante dielétrica ϵ_r

- Velocidade de propagação: $v = \frac{c}{\sqrt{\epsilon_r}}$
- Comprimento de onda: $\lambda = \frac{v}{f} = \frac{c}{f \cdot \sqrt{\epsilon_r}} = \frac{\lambda_0}{\sqrt{\epsilon_r}}$

c : velocidade da luz no vácuo λ_0 : comprimento de onda no vácuo

CABOS COAXIAIS

- Distribuição dos campos **E** e **H** no modo fundamental

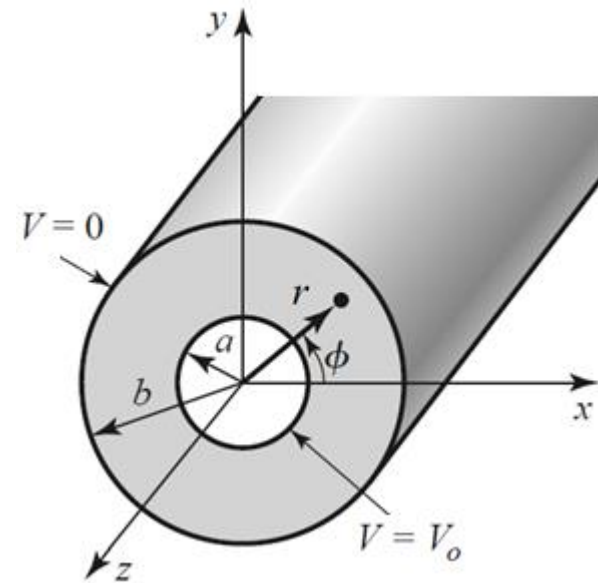


Modo TEM

- Modo fundamental → **TEM**
- Campo elétrico **E**
Distribuição radial
- Campo magnético **H**
Círculos concêntricos

CABOS COAXIAIS

- Parâmetros geométricos
 - a → raio do condutor central
 - b → raio do condutor externo
- Parâmetros dos condutores
 - σ → condutividade **ou**
 - $\rho = 1/\sigma$ → resistividade



- Parâmetros do dielétrico
 - μ → permeabilidade magnética
 - ϵ → permissividade elétrica
- Dielétricos usuais: $\mu = \mu_0$

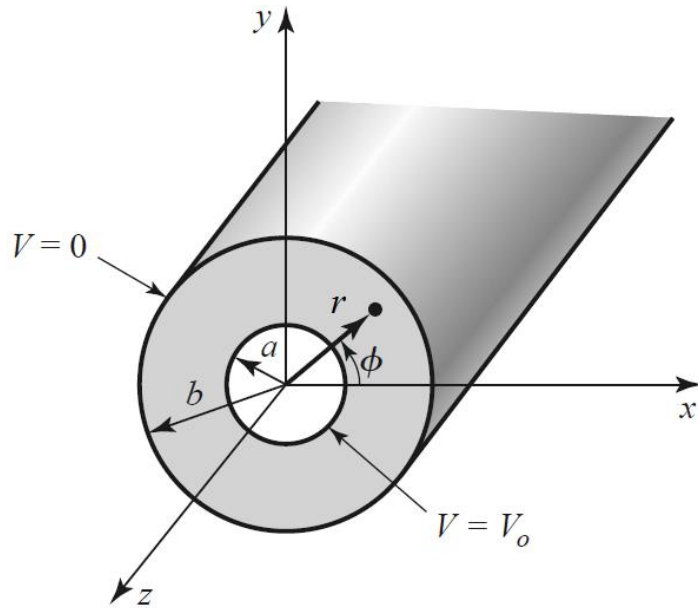
$$\epsilon = \epsilon' - j \cdot \epsilon''$$

$\epsilon' = \epsilon_r \cdot \epsilon_0$ Perdas dielétricas

- Coordenadas cilíndricas
 - r → distância até o centro
 - ϕ → ângulo com eixo x
 - z → direção de propagação

CABOS COAXIAIS

- Cálculo de Z_c - impedância característica do cabo coaxial



- Aproximação estática

Tensão contínua aplicada entre os condutores:

V_0 → tensão do condutor central

$V = 0$ → tensão do condutor externo

- Cabo coaxial sem perdas

$$\sigma \rightarrow \infty \quad \epsilon = \epsilon' = \epsilon_r \epsilon_0$$

Propagação em z

$$V = V_0 \cdot e^{-jkz}$$

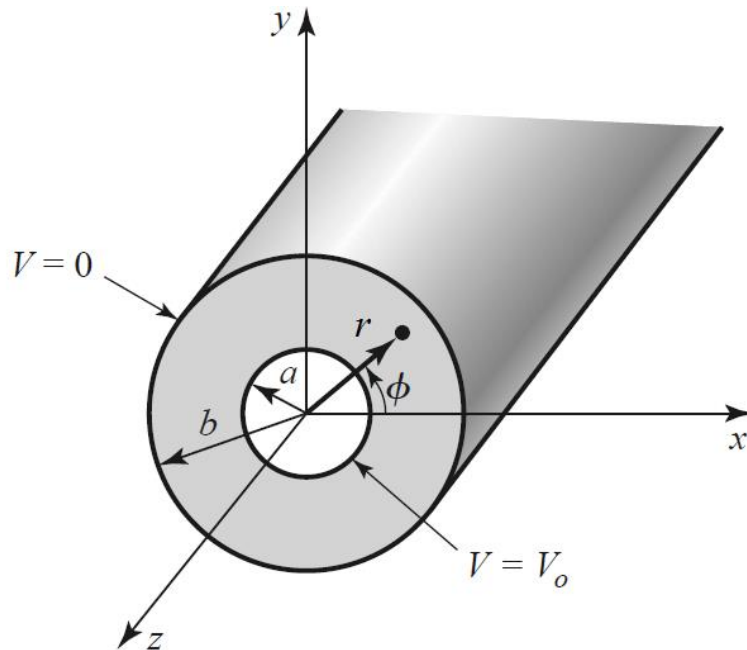
$$I = I_0 \cdot e^{-jkz}$$

Impedância característica Z_c

$$Z_c = \frac{V}{I} = \frac{V_0}{I_0}$$

CABOS COAXIAIS

- Aproximação estática



- Função potencial $\Phi(r, \phi)$

Potencial elétrico no interior do cabo coaxial

$$\Phi(r = b, \phi) = 0 V$$

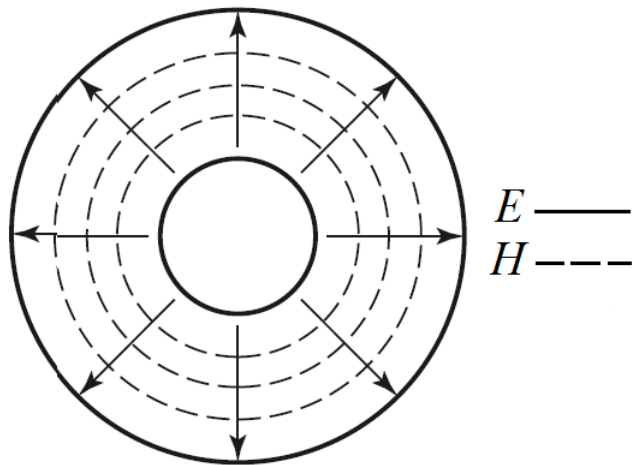
$$\Phi(r = a, \phi) = V_0 V$$

- Equação de Laplace em coordenadas cilíndricas

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \Phi}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \phi^2} = 0$$

CABOS COAXIAIS

- Aproximação estática



Modo TEM

- Para uma dada distância r , $\Phi(r, \phi)$ não depende de ϕ
- Portanto

$$\frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \phi^2} = 0$$

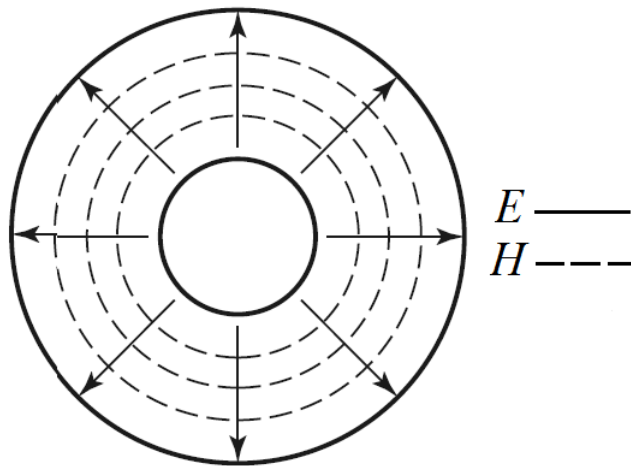
- A equação de Laplace se reduz

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \Phi}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \phi^2} = 0 \quad \rightarrow \quad \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \Phi}{\partial r} \right) = 0$$

A red arrow points from the term $\frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \phi^2}$ in the first equation to the $= 0$ on the right, indicating its elimination.

CABOS COAXIAIS

- Aproximação estática



Modo TEM

- Resolvendo

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \Phi}{\partial r} \right) = 0$$

- Condições de contorno

$$\Phi(r = b, \phi) = 0 \text{ V}$$

$$\Phi(r = a, \phi) = V_0 \text{ V}$$

- Resulta potencial elétrico:

$$\Phi(r, \phi) = V_0 \frac{\ln(r/b)}{\ln(a/b)}$$

Φ não depende do ângulo ϕ

Φ cresce com $\ln(r)$, do condutor externo para o condutor central

CABOS COAXIAIS

- Aproximação estática

- Conhecido $\Phi(r, \phi)$ pode-se calcular \vec{E} e \vec{H}

$$\vec{E} = -\frac{\partial \Phi}{\partial r} e^{-jkz} \cdot \vec{a}_r \quad \rightarrow \quad \vec{E}(r, \phi) = \frac{V_0}{\ln(b/r)} \cdot \frac{1}{r} \cdot e^{-jkz} \cdot \vec{a}_r$$

$$\vec{H} = \frac{E}{\eta} \vec{a}_\phi = -\frac{\partial \Phi}{\partial r} e^{-jkz} \quad \rightarrow \quad \vec{H}(r, \phi) = \frac{1}{\eta} \cdot \frac{V_0}{\ln(b/r)} \cdot \frac{1}{r} \cdot e^{-jkz} \cdot \vec{a}_\phi$$

$\eta \rightarrow$ impedância de onda no meio dielétrico

$$\eta = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_r \cdot \epsilon_0}} \quad \rightarrow \quad \eta = \frac{\eta_0}{\sqrt{\epsilon_r}}$$

$\eta_0 = 120\pi \approx 377\Omega \rightarrow$ impedância de onda no espaço livre

CABOS COAXIAIS

- Aproximação estática

- Corrente do condutor central $\rightarrow \mathbf{r} = \mathbf{a}$

$$I_0 = \int_S J_S \cdot d\mathbf{l}$$

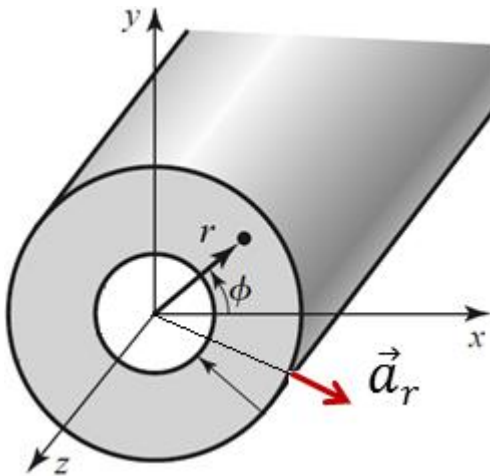
$J_S \rightarrow$ densidade de corrente na superfície do condutor

$$J_S = \underbrace{\vec{n}} \cdot \vec{H} = \vec{a}_r \cdot \vec{H}$$

Vetor unitário, normal à superfície

$$I_0 = \frac{V_0}{\eta \cdot \ln(b/a)} \cdot \frac{1}{a} \int_0^{2\pi} a \cdot d\phi$$

$$I_0 = \frac{2\pi V_0}{\eta \cdot \ln(b/a)}$$



CABOS COAXIAIS

- Aproximação estática

- Impedância característica do cabo coaxial - Z_C

$$Z_C = \frac{V_0}{I_0} = V_0 / \frac{2\pi V_0}{\eta \cdot \ln(b/a)}$$

$$Z_C = \frac{\eta \cdot \ln(b/a)}{2\pi} = \frac{\eta_0 \ln(b/a)}{\sqrt{\epsilon_r} \cdot 2\pi} = \frac{120\pi \ln(b/a)}{\sqrt{\epsilon_r} \cdot 2\pi}$$

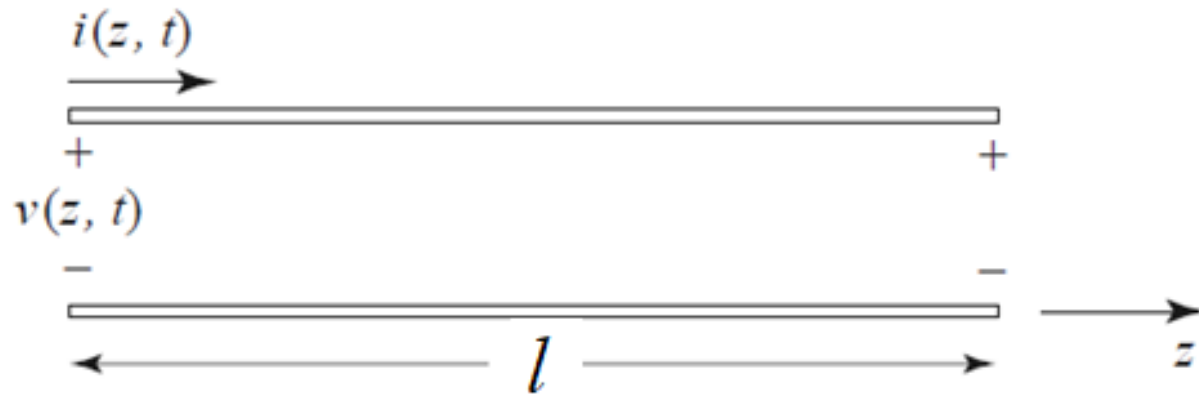
$$Z_C = \frac{60}{\sqrt{\epsilon_r}} \ln(b/a)$$

- Potência transmitida - P_t

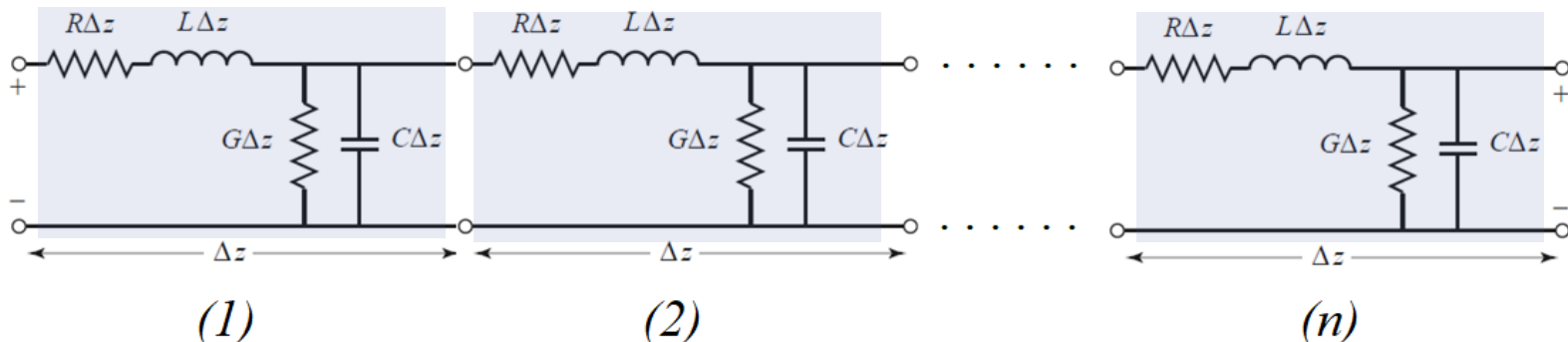
$$P_t = \frac{1}{2} V \cdot I^* = V_0 \cdot I_0 = \frac{\pi V_0^2}{\eta \cdot \ln(b/a)}$$

CABOS COAXIAIS

- Linha de transmissão de comprimento l



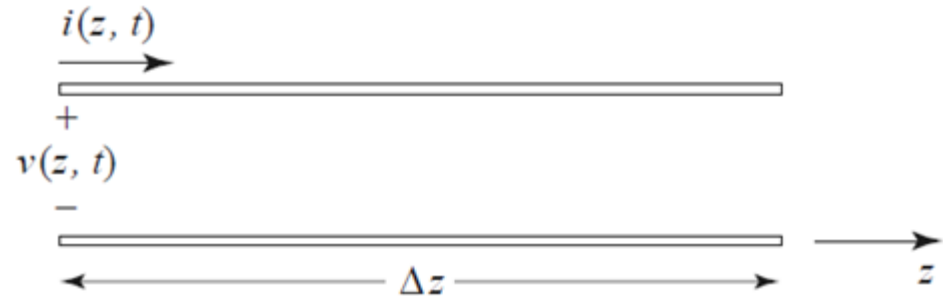
- Modelo da linha de transmissão usando circuito elétrico equivalente de elementos concentrados



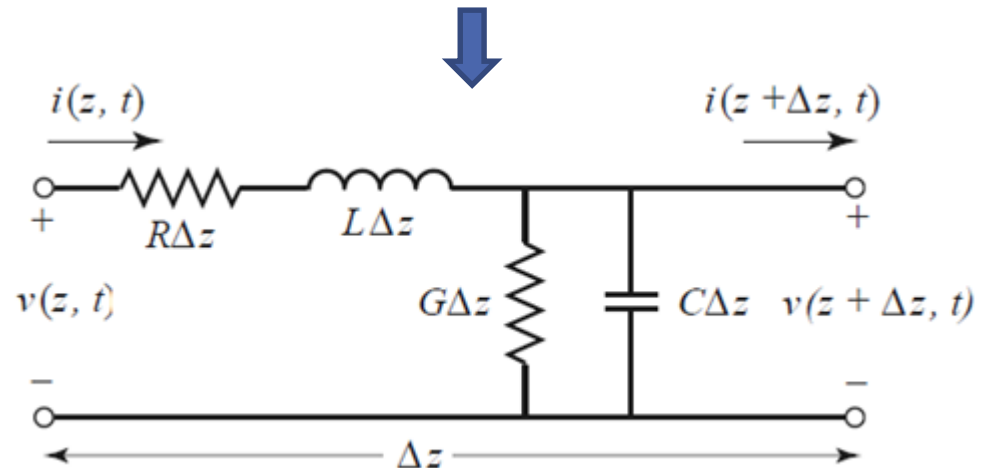
CABOS COAXIAIS

- Modelo de circuito de elementos concentrados

Linha de transmissão de comprimento infinitesimal Δz



Célula do modelo de circuito equivalente usando elementos concentrados



CABOS COAXIAIS

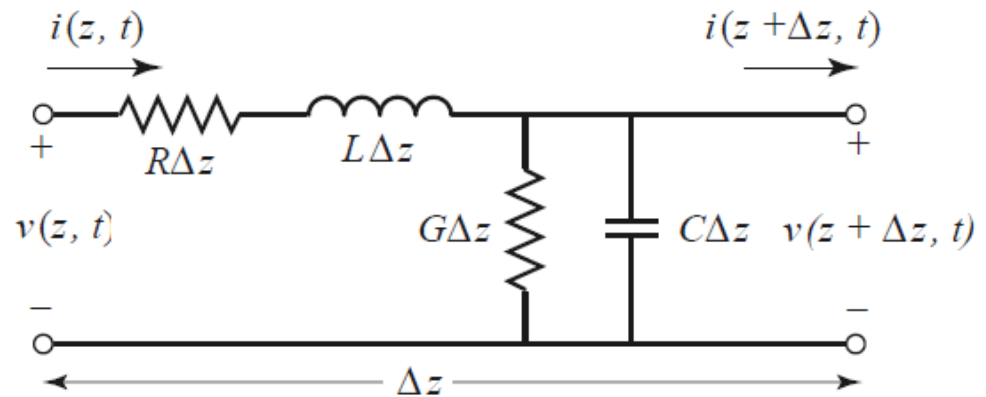
- Elementos concentrados do modelo e sua origem

C: capacitância por unidade de comprimento
→ capacitância entre condutores

L: indutância por unidade de comprimento
→ indutância dos condutores

R: resistência por unidade de comprimento
→ perda nos condutores → σ ou ρ

G: condutância por unidade de comprimento
→ perda no dielétrico → ϵ''



Modelo com elementos concentrados

CABOS COAXIAIS

- Capacitância por unidade de comprimento - C

$$C = \frac{\epsilon' Q}{\epsilon V_0} \quad Q = \epsilon \int_0^{2\pi} -\frac{\partial\Phi}{\partial r} \cdot a \cdot d\phi = \frac{2\pi\epsilon V_0}{\ln(b/a)}$$

$$C = \frac{2\pi\epsilon'}{\ln(b/a)} = \frac{2\pi\epsilon_r\epsilon_0}{\ln(b/a)}$$

- Exemplo

$$a = 1 \text{ mm}$$

$$b = 3 \text{ mm}$$

$$\epsilon_r = 2,1 \text{ (PTFE)}$$

$$\epsilon_0 = 8,854 \cdot 10^{-12} \text{ F/m}$$

$$C=? \rightarrow C = 106 \text{ pF/m}$$

CABOS COAXIAIS

- Indutância por unidade de comprimento - **L**

$$L = \frac{\psi}{I_0} \quad \psi \rightarrow \text{fluxo magnético}$$

$$\psi = \mu \int_a^b \vec{H} \cdot \vec{a}_\phi \, dr = \frac{\mu \cdot V_0}{\eta \cdot \ln(b/a)} \int_a^b \frac{dr}{r} \rightarrow \psi = \frac{\mu V_0}{\eta}$$

$$I_0 = \frac{2\pi V_0}{\eta \cdot \ln(b/a)}$$

$$L = \frac{\mu}{2\pi} \ln \frac{b}{a}$$

- Exemplo

$$a = 1 \text{ mm}$$

$$b = 3 \text{ mm}$$

$$\epsilon_r = 2,1 \text{ (PTFE)}$$

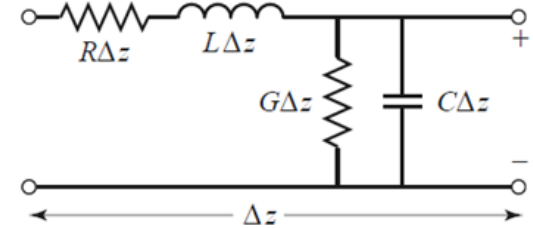
$$\mu = \mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H/m}$$

$$L=? \rightarrow \mathbf{L = 220 \text{ nH/m}}$$

CABOS COAXIAIS

- Condutância por unidade de comprimento - G

$$G = \omega \frac{\epsilon''}{\epsilon'} C \quad e \quad C = \frac{2\pi\epsilon'}{\ln(b/a)} \quad \therefore \quad G = \frac{2\pi\omega\epsilon''}{\ln(b/a)}$$



Mas: $\frac{\epsilon''}{\epsilon'} = \text{tg}\delta \therefore G = \omega \cdot \text{tg}\delta \cdot C \quad \omega = 2\pi f$

G cresce com a frequência \rightarrow perdas dielétricas crescem com a frequência

- Exemplo

$$a = 1 \text{ mm}$$

$$b = 3 \text{ mm}$$

$$\epsilon_r = 2,1 \text{ (PTFE)}$$

$$\text{tg}\delta = 0,0002$$

$$f = 1 \text{ MHz e } f = 1 \text{ GHz}$$

$$G = ?$$

$$f = 1 \text{ MHz}$$

$$G = 1,34 \cdot 10^{-7} \text{ S/m}$$

$$1/G = 7,46 \text{ M}\Omega \cdot \text{m}$$

$$f = 1 \text{ GHz}$$

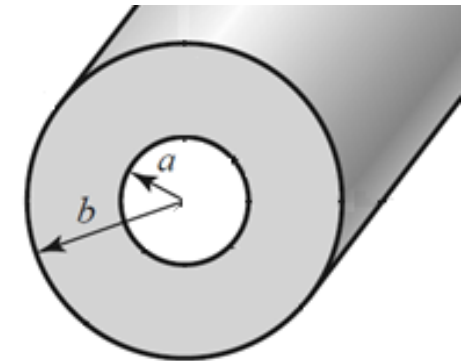
$$G = 1,34 \cdot 10^{-4} \text{ S/m}$$

$$1/G = 7,46 \text{ k}\Omega \cdot \text{m}$$

CABOS COAXIAIS

- Resistência por unidade de comprimento - R
- Origem - resistência dos condutores interno e externo – $R_a + R_b$
- Resistência do condutor por unidade de comprimento
 - Corrente uniformemente distribuída no condutor

$$R_a = \frac{\rho_a}{A_a} \quad e \quad R_b = \frac{\rho_b}{A_b}$$



ρ_a - resistividade do condutor interno

ρ_b - resistividade do condutor externo

A_a - área em que circula a corrente no condutor interno

A_b - área em que circula a corrente no condutor externo

- Em corrente contínua corrente circula uniformemente ao longo do condutor
 - Com o aumento da frequência
 - Efeito pelicular
 - Corrente em película próxima da superfície do condutor

CABOS COAXIAIS

- Resistência por unidade de comprimento - **R**

- Efeito pelicular sobre a corrente no interior do condutor central

$$I = I_0 e^{-(a-r)/\delta_s}$$

δ_s profundidade de penetração

$$\delta_s = \frac{1}{\sqrt{\pi f \mu \sigma}}$$

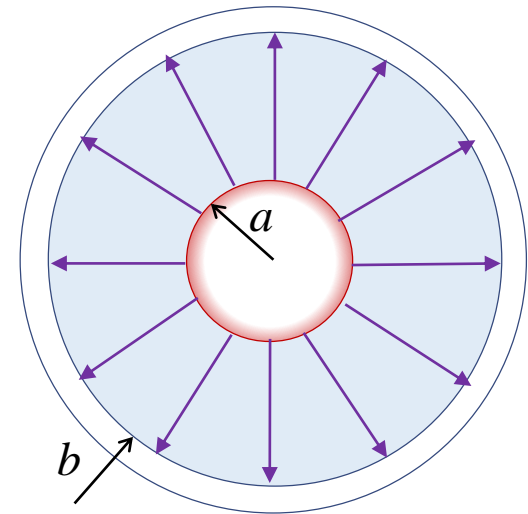
σ - condutividade do material do condutor

$$\mu = \mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H/m}$$

f - frequência

- Áreas equivalentes de passagem da corrente contínua

$$A_a = \delta_s \cdot 2\pi \cdot a \quad e \quad A_b = \delta_s \cdot 2\pi \cdot b$$



Campo elétrico radial
Corrente nos condutores

CABOS COAXIAIS

- Resistência por unidade de comprimento - **R**

$$R = \frac{\rho_a}{A_a} + \frac{\rho_b}{A_b}$$

- Condutores interno e externo de mesmo material $\rightarrow \rho_a = \rho_b = \rho = 1/\sigma$

$$R = \rho \left(\frac{1}{A_a} + \frac{1}{A_b} \right) = \frac{1}{\sigma} \left(\frac{1}{\delta_s \cdot 2\pi \cdot a} + \frac{1}{\delta_s \cdot 2\pi \cdot b} \right)$$

$$R = \frac{1}{2\pi \cdot \sigma \cdot \delta_s} \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right)$$

$$R = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{f \cdot \mu}{\pi \cdot \sigma}} \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right)$$

CABOS COAXIAIS

- Resistência por unidade de comprimento - **R**

- Exemplo – calcular **R_a** , **R_b** e **R** em 1 MHz e em 10 GHz

$$a = 1 \text{ mm}$$

$$b = 3 \text{ mm}$$

$$\varepsilon_r = 2,1 \text{ (PTFE)}$$

$$\sigma = 5,8 \cdot 10^7 \text{ S/m (cobre)}$$

$$\mu = \mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H/m}$$

$$R = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{f \cdot \mu}{\pi \cdot \sigma}} \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right)$$

$$\text{Em 1 MHz} \rightarrow R_a = 2,1 \cdot 10^{-2} \text{ } \Omega/\text{m} \quad R_b = 0,7 \cdot 10^{-2} \text{ } \Omega \quad R = 2,8 \cdot 10^{-2} \text{ } \Omega$$

$$\text{Em 10 GHz} \rightarrow R_a = 2,1 \text{ } \Omega/\text{m} \quad R_b = 0,7 \text{ } \Omega \quad R = 2,8 \text{ } \Omega$$

→ $R_a > R_b$, logo o condutor central dá a maior contribuição a **R**

→ **R** aumenta com a frequência

→ Perdas condutivas aumentam com a frequência

CABOS COAXIAIS

- Impedância característica - Z_c

$$Z_c = \sqrt{\frac{R + j\omega L}{G + j\omega C}}$$

- Cabo coaxial sem perdas $\therefore R = 0$ e $G \rightarrow \infty$

$$Z_c = \sqrt{\frac{L}{C}} = \frac{60}{\sqrt{\epsilon_r}} \ln \frac{b}{a}$$

- Exemplo – Calcular Z_c

$$a = 1 \text{ mm}$$

$$b = 2, 3, 4 \text{ e } 6 \text{ mm}$$

$$\epsilon_r = 2,1 \text{ (PTFE)}$$

$$\sigma = 5.8 \cdot 10^7 \text{ S/m (cobre)}$$

$$\mu = \mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H/m}$$

$$b = 2 \text{ mm} \rightarrow Z_c = 28,7 \Omega$$

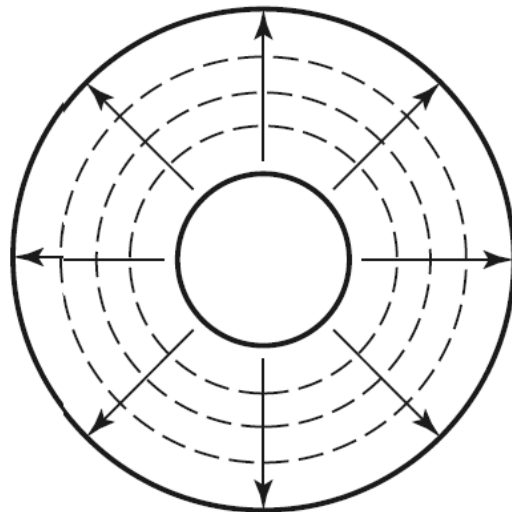
$$b = 3 \text{ mm} \rightarrow Z_c = 45,5 \Omega$$

$$b = 4 \text{ mm} \rightarrow Z_c = 57,4 \Omega$$

$$b = 6 \text{ mm} \rightarrow Z_c = 74,2 \Omega$$

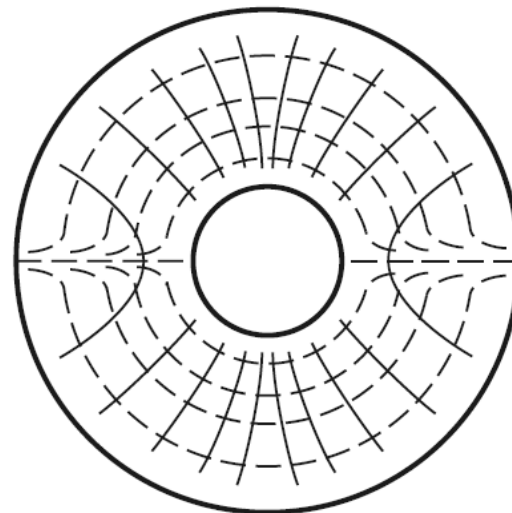
CABOS COAXIAIS

- Modo de operação de ordem superior
- Em frequências elevadas, o cabo coaxial propaga simultaneamente os modos **TEM** e **TE₁₁**
- Distribuição dos campos **E** e **H** no cabo coaxial



Modo TEM

Modo fundamental



Modo TE₁₁

Modo de ordem mais elevada

CABOS COAXIAIS

- Faixa de frequência de utilização
- Deseja-se operação somente no modo fundamental → **TEM**
- Primeiro modo de ordem mais elevada no cabo coaxial → **TE₁₁**
 - Surge após a frequência de corte do modo **TE₁₁** → **f_c**
 - $0 \leq f < f_c \rightarrow \text{modo TEM} \rightarrow \text{condição adequada}$
 - $f \geq f_c \rightarrow \text{modo TEM e modo TE}_{11} \rightarrow \text{condição indesejada}$
- Estimativa da frequência de corte do modo TE₁₁ em cabos coaxiais

$$f_c = \frac{c \cdot k_c}{2\pi \cdot \sqrt{\epsilon_r}} \quad k_c \approx \frac{2}{a + b}$$

- Exemplo: a = 1 mm, b = 3 mm e $\epsilon_r = 2.1$

$$k_c \approx \frac{2}{a + b} = \frac{2}{1 + 3} = 0,5 \quad f_c = \frac{c \cdot k_c}{2\pi \cdot \sqrt{\epsilon_r}} = \frac{3 \cdot 10^{11} \cdot 0,5}{2\pi \cdot \sqrt{2,1}} = 16,5 \text{ GHz}$$

CABOS COAXIAIS

- Faixa de frequência de utilização
- Para aumentar a frequência máxima de utilização do cabo coaxial
 - Reduzir o raio dos condutores interno e externo – a e b
 - Mas uso de condutores mais finos – perdas condutivas elevadas
 - Logo, o uso de cabos coaxiais com comprimentos longos resulta em altas perdas em frequências de GHz
- Alternativa com baixas perdas
 - Guias de ondas
 - Não possuem condutor central
 - Um único condutor oco - não propagam modos TEM
 - Propagam modos → TE (Transversal Elétrico)
→ TM (Transversal Magnético)

CABOS COAXIAIS

Principais equações

- Velocidade de propagação da onda: $v = \frac{c}{\sqrt{\epsilon_r}}$
- Comprimento de onda: $\lambda = \frac{v}{f} = \frac{c}{f \cdot \sqrt{\epsilon_r}} = \frac{\lambda_0}{\sqrt{\epsilon_r}}$
- Impedância característica $Z_c = \frac{60}{\sqrt{\epsilon_r}} \ln(b/a)$
- Elementos do modelo concentrado por unidade de comprimento

$$C = \frac{2\pi\epsilon'}{\ln(b/a)} = \frac{2\pi\epsilon_r\epsilon_0}{\ln(b/a)} \quad L = \frac{\mu}{2\pi} \ln \frac{b}{a}$$

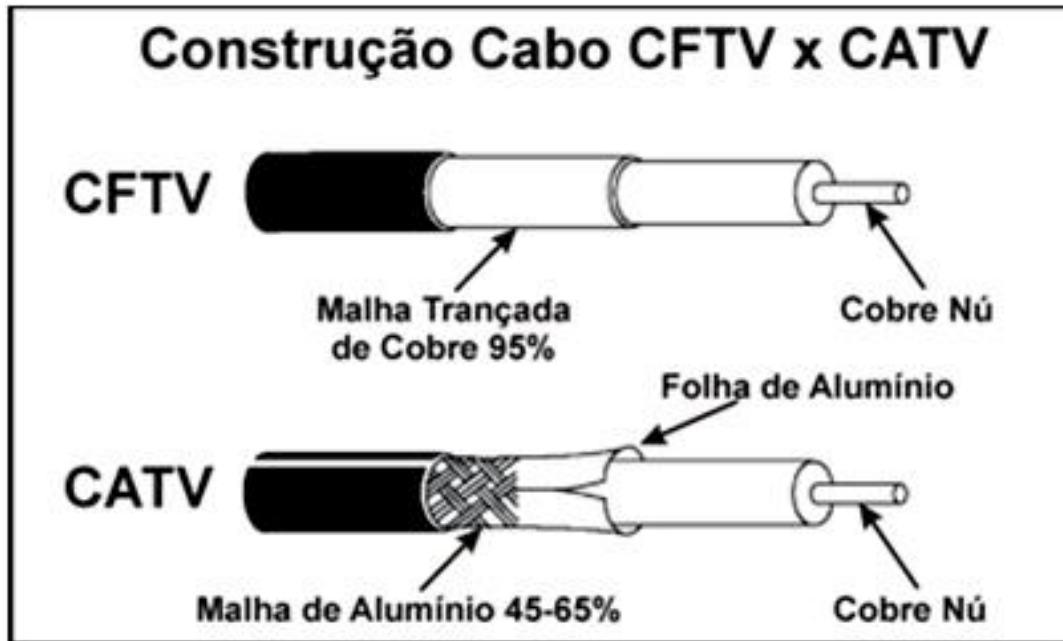
$$G = \omega \cdot \text{tg}\delta \cdot C \quad R = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{f \cdot \mu}{\pi \cdot \sigma}} \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right)$$

- Frequência máxima de utilização

$$f_c = \frac{c \cdot kc}{2\pi \cdot \sqrt{\epsilon_r}} \quad kc \approx \frac{2}{a + b}$$

Tecnologia Coaxial

- Exemplo de cabos coaxiais



- **CFTV - Circuito Fechado de TV**
 - Sistemas de monitoração e segurança
- **CATV - TV a cabo**
 - Distribuição de sinais de rádio e TV

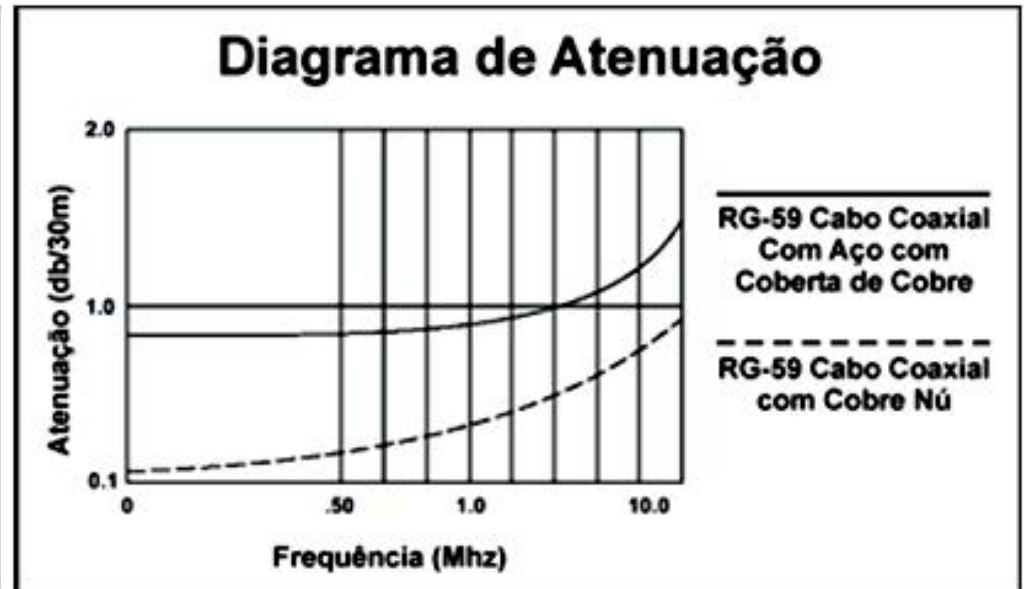
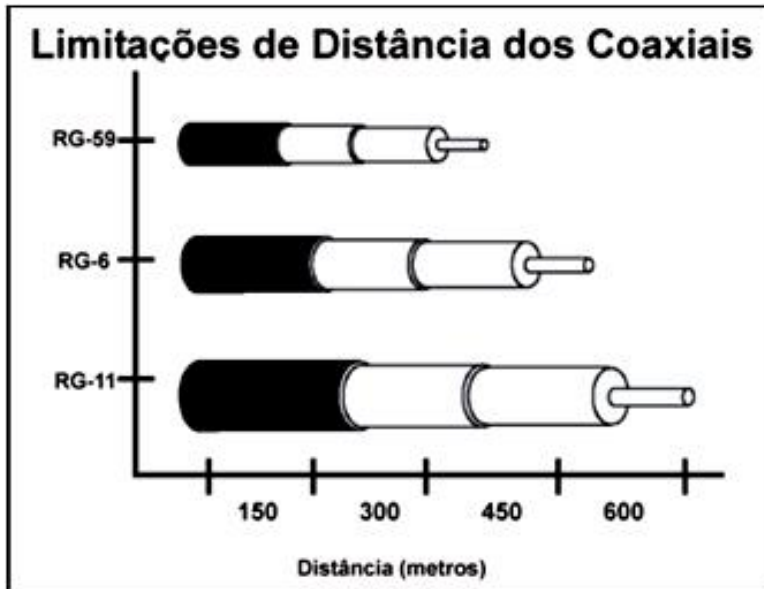
- Diferentes tipos de blindagem
 - Compromisso

Custo x redução de interferência eletromagnética

Tecnologia Coaxial

➤ Atenuação

- Depende principalmente do material do condutor central
- Limita a máxima distância de uso do cabo
- Aumenta com a frequência devido a efeito pelicular



Tecnologia Coaxial

- Interconexões
 - Cabos coaxiais
- Conectores
 - Tipos N, SMA, APC7
- Cavidades ressonantes
- Aplicação em circuitos
 - Acopladores
 - Atenuadores
 - Filtros
 - Osciladores, etc.



Conectores N
fêmea e macho



Conector SMA
macho



Conectores APC7

Tecnologia Coaxial



Atenuador com conectores N



Atenuador de potência com conectores N



Atenuadores com conectores SMA



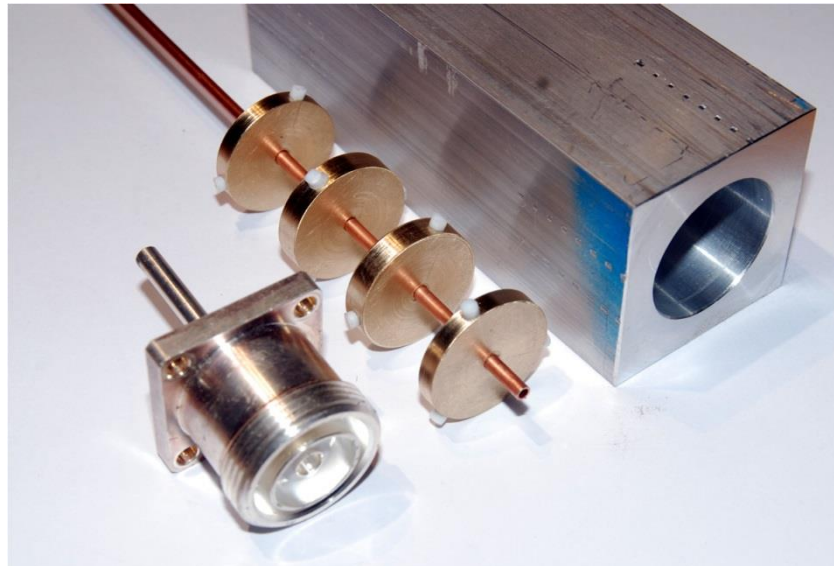
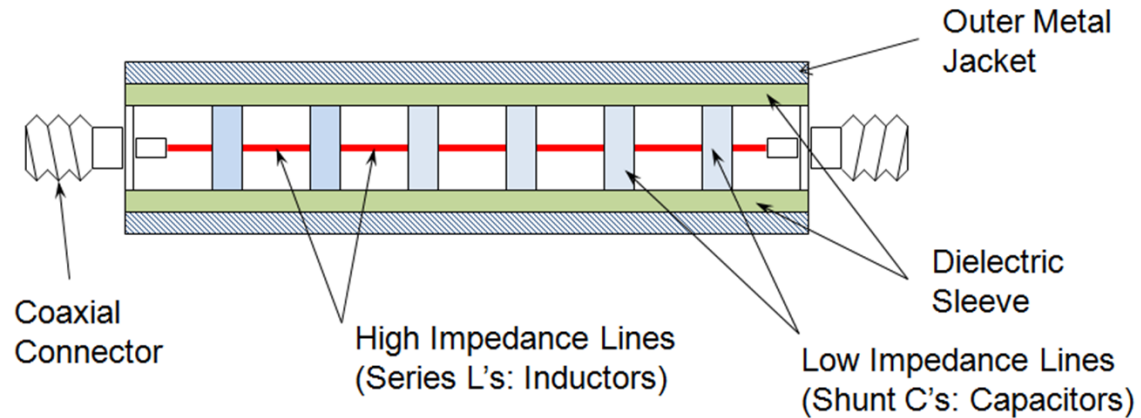
Acoplador direcional



Filtros coaxiais

Tecnologia Coaxial

Filtros coaxiais usando secções de diferentes impedâncias



Tecnologia Coaxial

Cabos coaxiais radiantes

- Cabos coaxiais com fendas no condutor externo
- Usados como antena em túneis e corredores

