PSI 2434 – MICROONDAS I

CAPÍTULO I

NOÇÕES SOBRE GUIAS DE ONDA RETANGULARES

Prof. José Kleber da Cunha Pinto

EQUAÇÕES DE MAXWELL

REGIME SENOIDAL

1º - $$\nabla \times \overline{E} = -\frac{\delta \overline{B}}{\delta t} = j\omega\overline{B} = -j\omega\mu\overline{H}$$

2º - $$\nabla \times \overline{H} = \overline{J} + \frac{\delta \overline{D}}{\delta t} = \overline{J} + j\omega\overline{D} = \sigma\overline{E} + j\omega\overline{D}$$

$$\nabla \times \overline{H} = (\sigma + j\omega\varepsilon)\,\overline{E}$$

3º - $$\nabla \cdot \overline{B} = 0 \quad \text{e} \quad \nabla \cdot \overline{H} = 0$$

4º - $$\nabla \cdot \overline{D} = 0 \quad \therefore \quad \nabla \cdot \overline{E} = 0$$

Assumindo-se que a densidade de corrente é zero e as relações constitutivas $\overline{D} = \varepsilon\overline{E}$ e $\overline{B} = \mu\overline{H}$

$$\nabla \times \nabla \times \overline{E} = -\frac{\delta(\nabla \times \overline{B})}{\delta t} = -\mu\,\frac{\delta(\nabla \times \overline{H})}{\delta t}$$

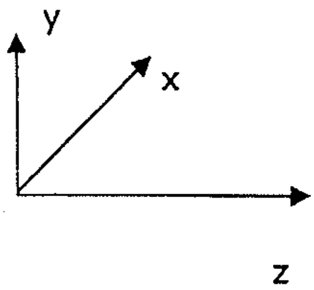
e utilizando a relação:

$$\nabla \times \nabla \times \overline{A} = \nabla\nabla \cdot \overline{A} - \nabla^2\,\overline{A} \quad (\overline{A}\text{ - vetor})$$

EQUAÇÕES DE ONDA

$$\nabla^2 \overline{E} + k^2 \overline{E} = 0 \qquad k = \omega \sqrt{\mu \varepsilon}$$

$$\nabla^2 \overline{H} + k^2 \overline{H} = 0$$



PROPAGAÇÃO SEGUNDO O EIXO z

$$\nabla_t^2 \overline{E} + \frac{\delta^2 \overline{E}}{\delta z^2} + k^2 \overline{E} = 0 \qquad \nabla_t^2 \rightarrow \text{Laplaciano Transversal}$$

$$\nabla_t^2 \overline{H} + \frac{\delta^2 \overline{H}}{\delta z^2} + k^2 \overline{H} = 0$$

TIPOS DE ONDAS

1° Tipo–ONDAS TEM –Transversal Eletromagnética, Campo elétrico e magnético apenas no plano transversal a direção de propagação

$$\nabla_t^2 \overline{E} = 0 \qquad Ez = 0$$

$$\nabla_t^2 \overline{H} = 0 \qquad Hz = 0$$

Características:

1. Velocidade de fase = velocidade de propagação = v grupo e independem da freqüência.

2° Tipo – ONDAS TE

$E_z = 0$

$H_z \neq 0$ campo magnético na direção de propagação

$$k^2 + \gamma^2 \neq 0$$

$$k^2 + \gamma^2 = cte = k_x^2 + k_y^2$$

propagação dá-se apenas a partir de uma certa freqüência

$$v_f \neq v_g \neq v_p$$

$$v_g \, . \, v_g = v^2$$

$$v = \frac{1}{\sqrt{\mu \varepsilon}}$$ velocidade da onda no material que preenche o guia de onda

3° Tipo – ONDAS TM

$E_z \neq 0$ - campo elétrico na direção de propagação

$H_z = 0$ $\quad k^2 + \gamma^2 \neq 0$

$$k^2 + \gamma^2 = cte = k_x^2 + k_y^2$$

$$v_f \neq v_g \neq v_p$$

$$v_f \, . \, v_g = v^2$$

EQUAÇÕES DE ONDA

$$\boxed{\nabla^2 \bar{E} + k^2 \bar{E} = 0}$$

$$\boxed{\nabla^2 \bar{H} + k^2 \bar{H} = 0}$$

$k^2 = \omega^2 . \mu\epsilon$

COORDENADAS CARTESIANAS

$$\boxed{\frac{\delta^2 E_x}{\delta_x^2} + \frac{\delta^2 E_x}{\delta y^2} + \frac{\delta^2 E_x}{\delta_z^2} + k^2 E_x = 0}$$

EIXO - X $\longrightarrow$ 1 (1

$$\boxed{\frac{\delta^2 E_y}{\delta x^2} + \frac{\delta^2 E_y}{\delta_y^2} + \frac{\delta^2 E_y}{\delta_z^2} + k^2 E_y = 0}$$

EIXO - y $\longrightarrow$ 2 (2

$$\boxed{\frac{\delta^2 E_z}{\delta_x^2} + \frac{\delta^2 E_z}{\delta_y^2} + \frac{\delta^2 E_z}{\delta_z^2} + k^2 E_z = 0}$$

EIXO - Z $\longrightarrow$ 3 (3

$$\boxed{\frac{\delta^2 H_x}{\delta_x^2} + \frac{\delta^2 H_x}{\delta_y^2} + \frac{\delta^2 H_x}{\delta_z^2} + k^2 H_x = 0}$$

EIXO - X $\longrightarrow$ 4 (4

$$\boxed{\frac{\delta^2 H_y}{\delta_x^2} + \frac{\delta^2 H_y}{\delta_y^2} + \frac{\delta^2 H_y}{\delta_z^2} + k^2 H_y = 0}$$

EIXO - y $\longrightarrow$ 5 (5

$$\boxed{\frac{\delta^2 H_z}{\delta_x^2} + \frac{\delta^2 H_z}{\delta_y^2} + \frac{\delta^2 H_z}{\delta_z^2} + k^2 H_z = 0}$$

EIXO - Z $\longrightarrow$ 6 (6

MODO TM - $E_z \neq 0$ e $H_z = 0$

A componente $E_z = f(x, y, x)$ pode ser colocada na forma

$E_z = X(x) \cdot Y(y) \cdot Z(z)$

$X(x) \dashrightarrow$ função apenas x

$Y(y) \dashrightarrow$ função apenas y

$Z(z) \dashrightarrow$ função apenas z

Assim sendo:

$$\frac{\delta^2 E_z}{\delta x^2} + \frac{\delta^2 E_z}{\delta y^2} + \frac{\delta^2 E_z}{\delta Z z^2} + k^2 E_z = 0$$

$$\frac{\delta^2}{\delta x^2}[X.Y.Z] + \frac{\delta^2}{\delta y^2}[X.Y.Z] + \frac{\delta^2}{\delta z^2}[X.Y.Z] + k^2 [X.Y.Z.] = 0$$

$$X''.Y.Z + X.Y''.Z + X.Y.Z'' + k^2 X.Y.Z = 0$$

Como $E_z \neq 0$ (Modo TM) então $X.Y.Z \neq 0$

$$\underbrace{\frac{X''}{X}}_{-k_x^2} + \underbrace{\frac{Y''}{Y}}_{-k_y^2} + \underbrace{\frac{Z''}{Z}}_{-k_z^2} + \underbrace{k^2}_{+k^2} = 0$$

constantes que dependem das dimensões do guia

$$\boxed{\frac{\delta^2 X(x)}{\delta x^2} + k_x^2 . X(x) = 0}$$

$$\boxed{\frac{\delta Y(y)}{\delta y^2} + k_y^2 \; Y(y) = 0}$$

$$\boxed{\frac{\delta^2 Z(z)}{\delta z^2} + k_z^2 \; Z(}$$

$$\boxed{\frac{\delta^2 X(x)}{x^2} + kx^2\ X(x) = 0}$$

$$\boxed{\frac{\delta^2 Y(y)}{\delta y^2} + ky\ Y(y) = 0}$$

$$\boxed{\frac{\delta^2 Z(z)}{\delta z^2} + kz^2\ Z(z) = 0}$$

Admitindo-se propagação segundo o eixo z

$$Z(z) = F.\ e^{-jkz.Z} + G.\ e^{jkzZ}$$

$$= F.\ e^{-\gamma z} + G.\ e^{\gamma z}\ (\gamma - \text{cte de propagação})$$

$$\gamma = \alpha + j\beta$$

As outras funções podem ser escritas numa forma mais geral:

$$X(x) = A.\ \text{sen}\ (kxX) + B\ .\ \cos(kx\ X)$$

$$Y(y) = C.\ \text{sen}\ (ky.Y) + D.\ \cos\ (ky\ Y)$$

Funções Harmônicas

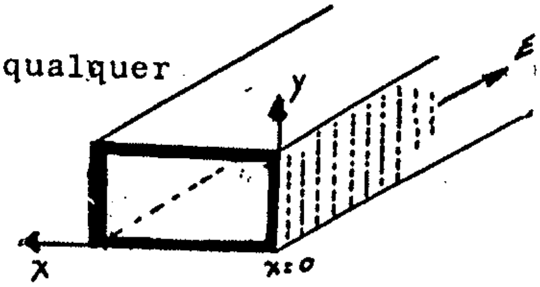
Expressão Geral para componente $Ez = X(x).\ Y(y).\ Z(z)$:

$$E_z = [A.\text{sen}(kx.X) + B.\ \cos(kx X)].[C.\text{sen}(ky.Y) + D.\cos(ky.\ Y)].[F.$$

$$Ez = [\ X(x)\ ]\ .\ [\ Y(y)\ ]\ .\ [Z\ (z)\ ]$$

GUIA DE ONDA RETANGULAR
Condições de Contorno

1ª Parede lateral $x = 0$ e y - qualquer



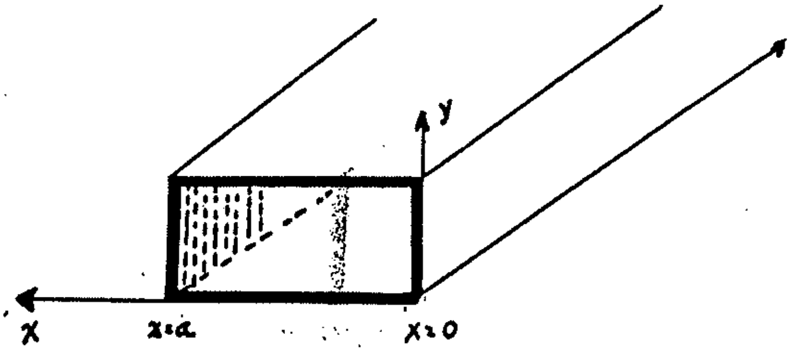
$Ez = 0 = \underset{\text{incidente}}{Ez_+}(0,y,z) = X(x) \cdot Y(y) \cdot F \cdot e^{-\gamma z} = 0$

$\left[A.sen(kx.x) + B.\cos(kx.x)\right]\left[C.sen(ky.y) + D.\cos(ky.y)\right].$

$\left[\underset{0}{\underline{A.sen(kx0)}} + B.\cos(kx0)\right].\left[C.\underset{\neq 0}{\underline{sen(ky\ y) + D.\cos}}(ky\ y)\right] Fe$

conclui-se que $B = 0$ ∴ $Ez_+(x,y,z) = A\ sen(kx\ x)\ [C.\ sen + D$

2ª Parede lateral $x = a$ e y - qualquer



$[A.\ sen(kx\ x)].[C.\ sen(ky\ y) + D.\ \cos(ky\ y)].Fe^{-\gamma z} = 0$

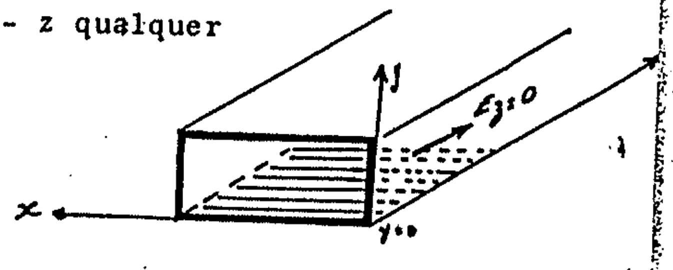
$[A.\ sen(kx\ a)][C.\ sen(ky\ y) + D.\ \cos(ky\ y)].Fe^{-\gamma z} = 0$

como $A \neq 0$ ∴ $sen(kx\ a) = 0$ ∴ $kx = \frac{m\pi}{a}$ $m = 0, 1,$

$m \neq 0$

3º Parede inferior → y = 0 e x - z qualquer

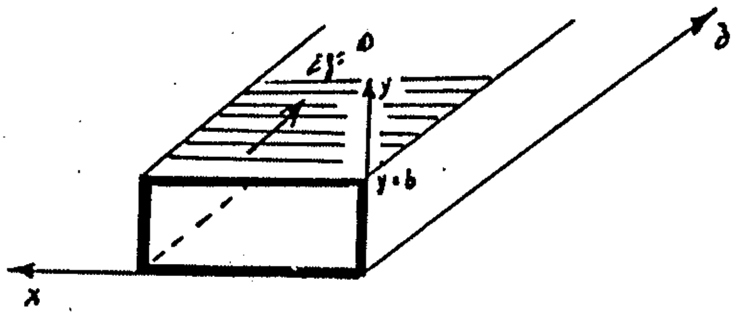
$Ez_{+}(x, o, z) = 0$



$$Ez_{+}(x, 0, z) = \underbrace{A.\ sen\ (kx\ x)}_{\neq 0}.\underbrace{[C.\ \underbrace{sen(ky\ 0)}_{=0} + D.\ \underbrace{cos(ky\ 0)}_{\neq 0}]}_{=0}.\ F.e$$

conclui-se que, como $cos\ (ky\ y) \neq 0$ e $sen\ (ky\ 0) = 0$,
que $D = 0$

4º Parede superior → y = b e x - q.quer



$$Ez_{+}(x, b, z) = 0 = A.\ sen\ (kx\ x).\ C.\ sen(ky.b).\ F.e^{-\gamma z} = 0$$

como $C \neq 0$ conclui-se que $ky = \frac{n\pi}{b}$

$n = 1,2,3 \ldots$

$n \neq 0$

Expressão Final com base nas condições de contorno

$$Ez_{+}(x, y, z) = A.\ sen(kx\ x).\ C.\ sen(ky\ y).\ F.\ e^{-\gamma z}$$

RELAÇÕES ENTRE AS COMPONENTES DOS CAMPOS - REGIME SENOIDAL

Equações de Maxwell

$$\nabla \times \overline{E} = -\mu \frac{\delta \overline{H}}{\delta t} = -j\omega\mu . \overline{H}$$

$$x \rightarrow \left(\frac{\delta Ez}{\delta y} - \frac{\delta Ey}{\delta z} \right) = -j\omega\mu Hx$$

$$y \rightarrow \left(\frac{\delta Ex}{\delta z} - \frac{\delta Ez}{\delta x} \right) = -j\omega\mu Hy$$

$$z \rightarrow \left(\frac{\delta Ey}{\delta x} - \frac{\delta Ex}{\delta y} \right) = -j\omega\mu Hz$$

Supondo-se a propagação segundo z

$$Ex,\ y,\ z = Eo_{x,y,z}\ -e^{-\gamma z} + Eo_{x,y,z}\ -e^{\gamma z}$$

e apenas a onda segundo z+. teremos:

$$\frac{\delta E_{x,y,z}}{\delta z} = \gamma .\ E_{x,y,x}$$

$$\begin{array}{l} x \\ 1) \end{array} \rightarrow \boxed{\frac{\delta Ez}{\delta y} + \gamma Ey = -j\omega\mu Hx} \qquad (1')$$

$$\begin{array}{l} y \\ 2) \end{array} \rightarrow -\gamma . \delta E_x - \frac{\delta Ez}{\delta x} = -j\omega\mu Hy\ \therefore \quad \boxed{\gamma Ex + \frac{\delta Ez}{\delta x} = j\omega\mu H_y}$$

$$\begin{array}{l} z \\ 3) \end{array} \rightarrow \boxed{\frac{\delta Ey}{\delta x} - \frac{\delta Ex}{\delta y} = -j\omega\mu Hz} \qquad (3')$$

Equações de Maxwell - Propagação segundo z $\rightarrow$ onda z+

$$\nabla \times \overline{H} = j\omega\varepsilon . \overline{E}$$

$$x \rightarrow \left(\frac{\delta Hz}{\delta y} - \frac{\delta Hy}{\delta z} \right) = j\omega\varepsilon . Ex \rightarrow \boxed{\frac{\delta Hz}{\delta y} + \gamma . Hy = j\omega\varepsilon Ex} \; 4'$$

$$y \rightarrow \left(\frac{\delta Hx}{\delta z} - \frac{\delta Hz}{\delta x} \right) = j\omega\varepsilon . Ey \rightarrow \boxed{-\gamma Hx - \frac{\delta Hz}{\delta x} = j\omega\varepsilon . Ey}$$

$$z \rightarrow \boxed{\left(\frac{\delta Hy}{\delta x} - \frac{\delta Hx}{\delta y} \right) = j\omega\varepsilon . Ez}$$

Relacionando-se as 6 últimas equações (1'), (2'), (3'), (4'), (6'), obtem-se cada componete Ex, Ey, Hx e Hy em função apena e Hz.

Exemplo

$$(2') \quad \gamma . Ex + \frac{\delta Ez}{\delta x} = j\omega\mu . Hy$$

$$(4') \quad \frac{\delta Hz}{\delta y} + \gamma . Hy = j\mu\varepsilon . Ex \quad \therefore \quad Hy = \frac{1}{\gamma} . \left\{ j\omega\varepsilon \; Ex - \frac{\delta Hz}{\delta y} \right\}$$

Substituindo-se Hy em (2')

$$\gamma . Ex + \frac{\delta Ez}{\delta x} = j \frac{\omega\mu}{\gamma} \left[j\omega\varepsilon \; Ex - \frac{\delta Hz}{\delta y} \right]$$

$$\frac{(\gamma^2 + \omega^2\mu\varepsilon)}{\gamma^2} . Ex = - \frac{1}{\gamma} . \frac{\delta Ez}{\delta x} - j \frac{\omega\mu}{\gamma} \frac{\delta Hz}{\delta y} \quad \therefore \quad Ex = f(Ez, Hz)$$

RELAÇÕES ENTRE AS COMPONENTES - Ez e Hz

$$Hx\ (Ez,\ Hz) = \frac{1}{(\gamma^2 + k^2)} \cdot \left[j\omega\varepsilon \cdot \frac{\delta Ez}{\delta y} - \gamma \cdot \frac{\delta Hz}{\delta x} \right]$$

$$Hy\ (Ez,\ Hz) = - \frac{1}{(\gamma^2 + k^2)} \left[j\omega\varepsilon \cdot \frac{\delta Ez}{\delta x} + \gamma \cdot \frac{\delta Hz}{\delta y} \right]$$

$$Ex\ (Ez,\ Hz) = - \frac{1}{(\gamma^2 + k^2)} \cdot \left[\gamma \cdot \frac{\delta Ez}{\delta x} + j\omega\mu \frac{\delta Hz}{\delta y} \right]$$

$$Ey\ (Ez,\ Hz) = \frac{1}{(\gamma^2 + k^2)} \cdot \left[- \gamma \cdot \frac{\delta Ez}{\delta y} + j\omega\mu \cdot \frac{\delta Hz}{\delta x} \right]$$

<u>Modo TM</u>

$Ez \neq 0,\ Hz = 0$

$$Hx\ (Ez) = \frac{j\omega\varepsilon}{(\gamma^2 + k^2)} \cdot \frac{\delta Ez}{\delta y}$$

$$Hy\ (Ez) = \frac{-j\omega\varepsilon}{(\gamma^2 + k^2)} \cdot \frac{Ez}{\delta x}$$

$$Ex\ (Ez) = \frac{-\gamma}{(\gamma^2 + k^2)} \quad \frac{\delta Ez}{\delta x}$$

$$Ey\ (Ez) = \frac{-\gamma}{(\gamma^2 + k^2)} \cdot \frac{\delta Ez}{\delta y}$$

<u>Modo TE</u>

$Hz \neq 0$ e $Ez = 0$

$$Hx\ (Hz) = \frac{-\gamma}{(\gamma^2 + k^2)} \cdot \frac{\delta Hz}{\delta x}$$

$$Hy\ (Hz) \quad \frac{-\gamma}{(\gamma^2 + k^2)} \cdot \frac{\delta Hz}{\delta y}$$

$$Ex\ (Hz) = \frac{-j\ \omega\mu}{(\gamma^2 + k^2)} \cdot \frac{\delta Hz}{\delta y}$$

$$Ey\ (Hz) = \frac{j\ \omega\mu}{(\gamma^2 + k^2)} \cdot \frac{\delta Hz}{\delta x}$$

MODO TE

DETERMINAÇÃO DA EXPRESSÃO PARA Hz

Devido a semelhança da solução obtida para Ez (x, y, z) no modo TM, podemos escrever para Hz (x, y, z) = X(x). Y(x). Y(y) Z(z)

$$Hz(x,y,z) = [A'.sen(k_x x)+B'.cos(k_x x)].[C'.sen(k_y y)+D'.cos(k_y y)]$$

$$[F'.\ e^{-\gamma z}+ G'e^{\gamma z}]$$

supondo-se propagação na direção z

Condições de Contorno

<u>1º Parede lateral</u> x = 0 e y = qualquer $\frac{\delta Hz}{\delta x} = 0$

$$0 = \frac{\delta Hz}{\delta x} = \underbrace{[A'.cos(k_x x)(-kx) - B'sen(k_x x)]}_{=0}.\underbrace{[C'.sen(k_y y)+D'cos(k_y y)]}_{\neq 0} \underbrace{[\ ---}_{\neq 0}$$

$$0 = A'.cos\ (k_x x).\ kx - B'.sen\ (k_x x).\ kx$$

$$0 = A'.cos(k_x 0).\ kx - B'sen\ (k_x 0).\ kx \qquad \therefore A' = 0$$

<u>2ª) Parede lateral</u> x = a e y = qualquer $\frac{\delta Hz}{\delta x} = 0$

$$0 = \underbrace{A'.cos(k_x a).\ k_x}_{=0} - B'.sen(k_x a)\ k_x = 0 \qquad \therefore k_x a = m\pi$$

$$\boxed{kx = \frac{m\pi}{a}}$$

$$Hz(x,y,z) = B'.cos(\frac{m\pi}{a}\ x).[C'.sen(k_y y) + D'.cos(k_y y)]\ [\ ---$$

$$m = 0,1,2$$

MODO TE

DETERMINAÇÃO DA EXPRESSÃO PARA Hz (continuação)

3º) Parede inferior

$y = 0$ e x - qualquer $\frac{\delta Hz}{\delta y} = 0$

$$0 = \frac{\delta Hz}{\delta y} = B'.\cos(k_x x).[C'.ky\cos(k_y y) - D'.ky.\text{sen}(k_y y)][\ ---$$

para $y = 0$

$$0 = \underbrace{B'.\cos}_{\neq 0}(k_x x)[C'.ky.\cos(k_y 0) - D'ky.\text{sen}(k_y 0)][\underbrace{---}_{\neq 0}$$

$$0 = C'.ky\cos(k_y 0) - D'ky.\text{sen}(k_y 0) = 0$$

4º Parede superior

$y = b$ e qualquer x $\frac{\delta Hz}{\delta y} = 0$

$$0 = \underbrace{B'.\cos}_{\neq 0}(k_x x).\ [\underbrace{D'.ky.\text{sen}(ky.b)}_{= 0}][\underbrace{F'.e^{-\gamma z} + G'e^{\gamma z}}_{\neq 0}] = 0$$

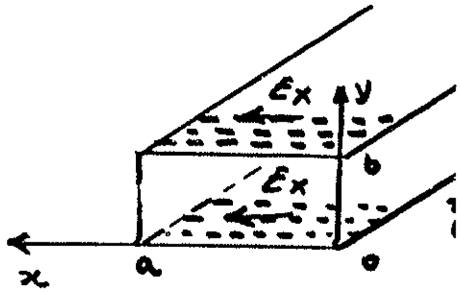
conlui-se que $\boxed{ky = \frac{n\pi}{b}}$ $n = 0, 1, 2, \ldots$

$$Hz(x,y,z) = B'.\cos(\frac{m\pi}{a}x).\ D'\cos(\frac{n\pi}{b}.y)[F'.e^{-\gamma z} + G'e^{\gamma z}]$$

$$Hz(x,y,z) = Ho.\cos(\frac{m\pi}{a}x).\ \cos(\frac{n\pi}{b}y)[F'.e^{-\gamma z} + G'e^{\gamma z}]$$

MODO TE
CONDIÇÕES DE CONTORNO

Paredes superior (y = b) e inferior (y = 0)



$Ex = 0$ para x - qualquer e y = 0 e y = b

como:

$$Ex = -\frac{1}{(\gamma^2 + k^2)}\left[j\omega\mu.\frac{\delta Hz}{\delta y} + \frac{\delta Ez}{\delta x}\right]$$

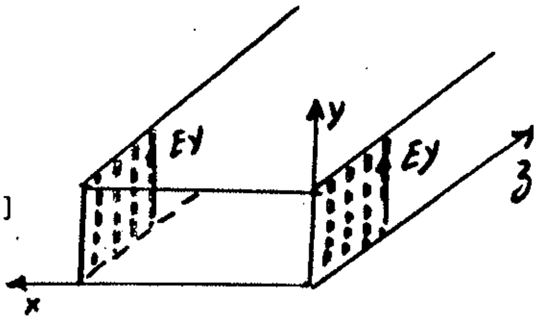
e $Ez = 0 \therefore Ex = -\frac{1}{(\gamma^2 + k^2)} \cdot \left[j\omega\mu\frac{\delta Hz}{\delta y}\right]$

Assim sendo para x = qualquer e y = 0 e y = b

$$Ex = 0 = -\frac{1}{(\gamma^2 + k^2)} \cdot j\omega\mu\frac{\delta Hz}{\delta y} = 0$$

e $\boxed{\frac{\delta Hz}{\delta y} = 0}$ (paredes superior e inferior)

Paredes laterais



$Ey = 0$ para y = qualquer e x = 0 e x = a

Como $Ey = \frac{1}{(\gamma^2 + k^2)}\left[j\omega\mu\frac{\delta Hz}{\delta x} - \gamma.\frac{\delta Ez}{\delta y}\right]$

e $Ez = 0 \therefore Ey = \frac{1}{(\gamma^2 + k^2)} \cdot j\omega\mu \cdot \frac{\delta Hz}{\delta x}$

$$Ey = 0 = \frac{j\omega\mu}{(\gamma^2 + k^2)} \cdot j\omega\mu \cdot \frac{\delta Hz}{\delta x}$$

Logo para y - qualquer
x = 0 e x = a

$$\boxed{\frac{\delta Hz}{\delta x} = 0}$$

DETERMINAÇÃO DAS COMPONENTES DOS CAMPOS E e H

MODO TE $\qquad Ez = 0$ e $Hz \neq 0$

$$Hz(x,y,z) = Ho.\cos(k_x x).\ \cos\ (k_y y)[F.'\ e^{-\gamma z} + G'e^{\gamma z}]$$

ou

$$Hz_+(x,y,z) = Ho.\ \cos(k_x x).\ \cos\ (k_y y)e^{-\gamma z}$$

$$Hz_-(x,y,z) = Ho'\ .\ \cos\ (k_x x).\ \cos(k_y y)\ e^{\gamma z}$$

ou ainda

onda incidente $- z^+ \longrightarrow$

$$Hz_+\ (x,y) = Ho\ .\ \cos\ (m\pi/a\ x).\ \cos\ (n\pi/a\ y)$$

Sabemos que

$m.n \neq 0$
$m = 0,1,2\ \ldots$
$n = 0,1,2$

$$Ex = -\ 1/(\gamma^2 + k^2)\ .\ [j\omega\mu\ .\ \delta Hz/\delta y\ ]$$

$$\frac{\delta Hz}{\delta y} = -\ Ho\ .\ ky.\cos\ (k_x.x)\ .\ \text{sen}\ (k_y y)$$

$$E_{x+} = j\ \frac{\omega\mu}{k_c^2}\ .\ ky\ .\ Ho\ .\ \cos\ (k_x x).\ \text{sen}\ (k_y y)$$

$$= j\ \frac{2\pi f.\mu.\ ky}{k_c\ .\ 2\pi/\lambda_c}\ .\ Ho\ .\ \cos\ (k_x x)\ .\ \text{sen}\ (k_y y)$$

$$E_{x+} = j\ \frac{\eta\ .\ f\ .\ ky}{k_c\ .f_c}\ .\ Ho\ .\ \cos\ (k_x x).\ \text{sen}\ (k_y y)$$

MODO TE

$$Ex_+ = j \frac{n.f.ky}{kc.fc} . Ho . \cos\left(\frac{m\pi}{a} x\right) . \text{sen}\left(\frac{n\pi}{b} y\right)$$

MODO TE_{10} $\therefore$ m= 1 e n = 0

$$Ex_+ = j \frac{n.f.0}{kc.fc} . Ho.\cos\left(\frac{\pi}{a} x\right) . \text{sen}\ (0.y) = 0$$

Não existe a componente $Ex_+ = 0$

Como $\frac{Ex_+}{Hy_+} = Z_{TE} \therefore Hy_+ = 0$

Analisemos a componente Ey

$$\text{Ora } Ey_+ = j \frac{\omega\mu}{(\gamma^2 + k^2)} . \frac{\delta Hz}{\delta x} = j \frac{\omega\mu}{kc^2} . \frac{\delta Hz}{\delta x}$$

$$Ey_+ = j \frac{\omega\mu}{kc^2} . [-Ho.\text{sen}\ (Kx\ x) . kx . \cos\ (ky\ y)]$$

MODO TE_{10} $\rightarrow$ m= 1 e n=0

$$Ey_+ = -j \frac{\omega\mu}{kc^2} . Ho . \frac{\pi}{a}\ Ho . \text{sen}\left(\frac{\pi}{a} x\right)$$

$$\text{Como } Hx_+ = \frac{1}{(\gamma^2 + k^2)} . \left[-\gamma \frac{\delta Hz_+}{\delta x}\right] = -\frac{1}{kc^2} . \gamma . \frac{\delta Hz_+}{\delta x}$$

$$\text{mas } \frac{\delta Hz_+}{\delta x} = \frac{Ey_+\ kc^2}{j\omega\mu}$$

$$Hx_+ = -\frac{1}{kc^2} . \gamma . \frac{Ey}{j\omega\mu} . kc^2 = -\frac{\gamma}{j\omega\mu} . Ey_+$$

A relação $\frac{Ey_+}{Hx_+} = -Z_{TE}$ - (impedância de onda do modo TE)

VELOCIDADE DE GRUPO (continuação)

Supondo-se apenas a banda superior e amplitudes identicas $E_o = E'_o = E''_o$ teremos para o sinal transmitido (que se propaga no interior do guia)

$\alpha = \omega t - \beta z + \frac{1}{2}\delta\omega t - \frac{1}{2}\delta\beta z$

$$E_1 + E_2 = E_o.\text{sen}(wt - \beta z) + E_o.\text{sen}(wt + \delta wt - \beta z - \delta\beta z)$$ $\beta = \frac{1}{2}\delta\beta.z - \frac{1}{2}\delta\omega.t$

como $\text{sen}(\alpha+\beta) + \text{sen}(\alpha-\beta) = 2.\text{sen}\,\alpha.\cos\beta$

$$= 2\,E_o.\ \text{sen}\left[wt - \beta z + 1/2\ \delta wt - 1/2\ \delta\beta.z\right].\cos\left[1/2.\delta\beta z - 1/2\ .\ \delta w.t\right]$$

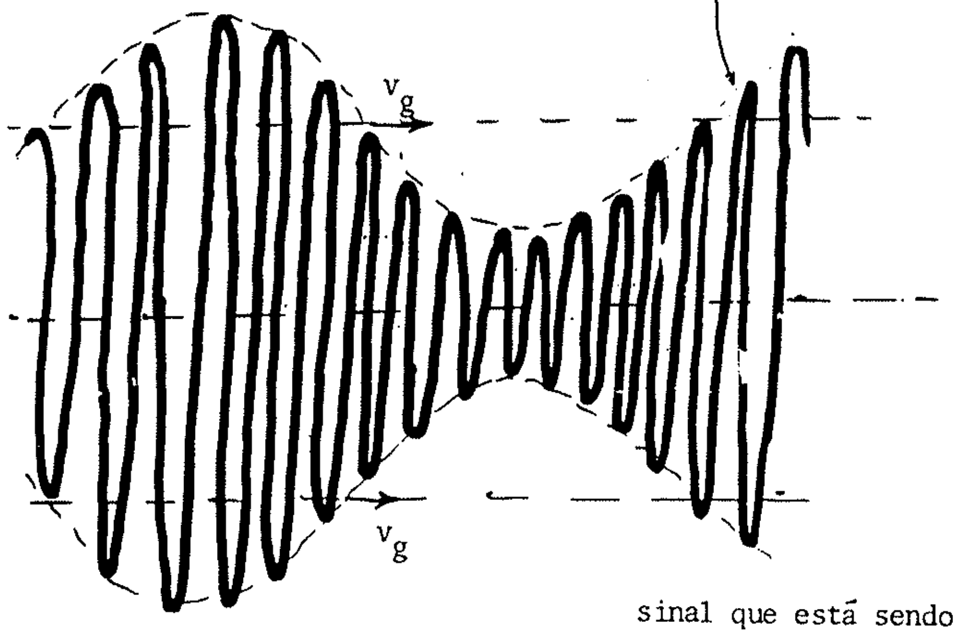
Denominando-se

$$1/2\ \delta wt - 1/2\ \delta\beta.z = \Delta\rho$$

teremos

$$E_1 + E_2 = 2\,E_o\ .\ \text{sen}\ [wt - \beta z + \Delta\rho]\ .\ \cos\Delta\rho$$

$$= \underbrace{2\,E_o\ .\ \cos\ \Delta\rho}_{\text{modulação em amplitude}}\ .\ \underbrace{\text{sen}\left(wt - \beta z + \Delta\rho\right)}_{\text{onda de frequência }\omega}$$



sinal que está sendo transmitido

$$E_1 + E_2 = \underbrace{2\,E_o\ .\ \cos\ \Delta\rho}_{\text{modulação em amplitude}}\ .\ \text{sen}\ (wt - \beta z + \Delta\rho)$$

$$\delta\rho = 1/2\ \delta\beta\ .\ z - 1/2\ .\ \delta w t. t \to cte$$

velocidade da envoltoria $v_g = dz/dc = \delta w/\delta\beta$

$$vg = \delta w/\delta\beta$$

como $v_f = \dfrac{v}{[\ 1 - (f_c/f)^2]^{1/2}} = \dfrac{w}{\beta}$

$$w^2 = \frac{\beta^2\ .\ v^2}{[1 - (f_c/f)^2]} = \frac{\beta^2\ .\ v^2}{[\ 1\ - w_c{}^2/w^2]}$$

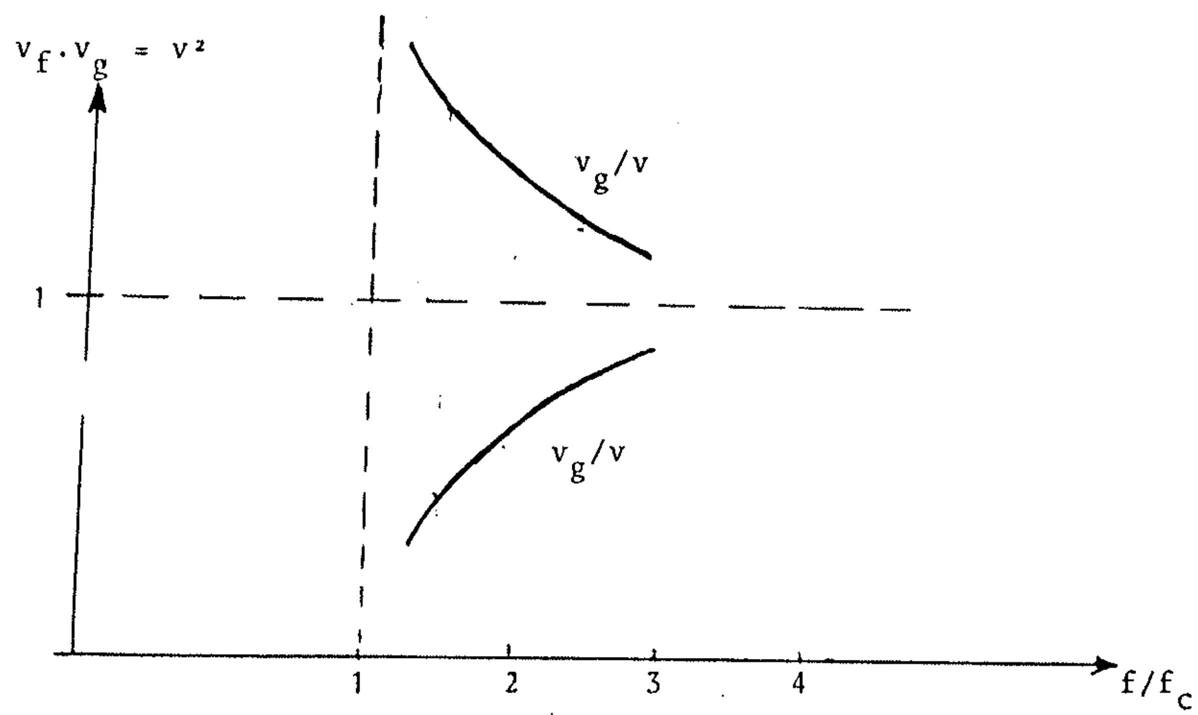
$$w^2 - w_c{}^2/cte = \beta^2\ v^2\ \therefore\ 2w\ .\ \delta w = v^2\ .\ 2\beta\ .\ \delta\beta$$

$$w/\beta\ .\ \delta w/\delta\beta\ = v^2$$

vel. de fase

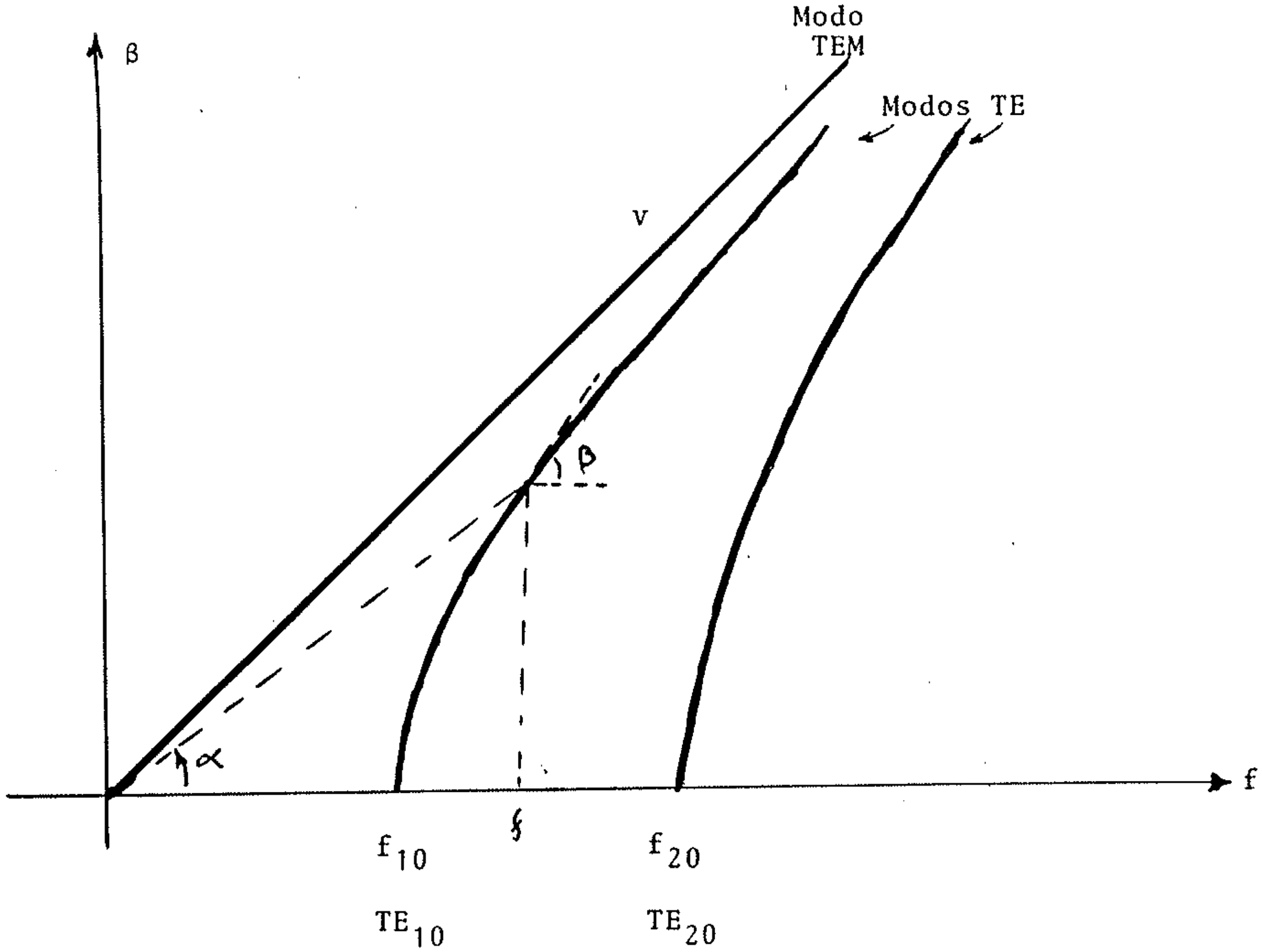
vel. de grupo

vel. da onda no meio dielétrico



I-18

Gráfico β x f



$v_f = w/\beta = 2\pi f/\beta$ $\qquad$ $\cot g\, \alpha = k \cdot v_f$

proporcional

$v_g = \delta w/\delta\beta = k.\ \delta f/\delta\beta = 2\pi\,(\delta f/\delta\beta) \therefore$ $\quad \cot\beta = k \cdot v_g$

FREQUÊNCIAS DE CORTE

GUIA RETANGULAR

$$\left(f_c\right)_{m,n} = \frac{v}{2}\sqrt{\left(\frac{m}{a}\right)^2 + \left(\frac{n}{b}\right)^2}$$

p/ vacuo $v = c$

e para $a = 2b$

MODOS TE

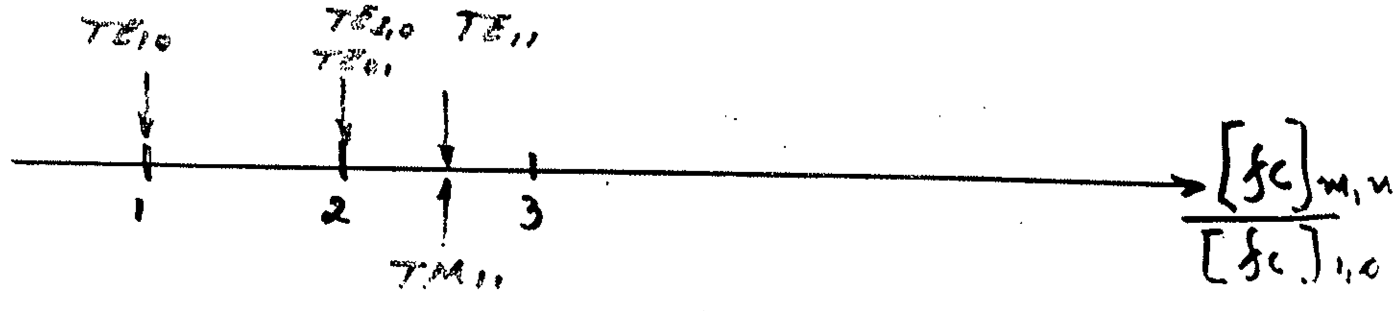
$$\left(f_c\right)_{TE10} = \frac{c}{2}\sqrt{\frac{1}{a^2}} = \frac{c}{2a} \therefore f(GHz) = \frac{15}{a(cm)}$$

$$\left(\lambda_c\right)_{TE10} = 2a$$

$$\left(f_c\right)_{TE01} = \frac{c}{2}\sqrt{\frac{1}{b^2}} = \frac{c}{2b} = \frac{c}{a} \therefore \left(f_c\right)_{TE01} = 2\left(f_c\right)_{TE}$$

$$\left(f_c\right)_{TE20} = \frac{c}{2}\sqrt{\left(\frac{2}{a}\right)^2} = \frac{c}{2}\cdot\frac{2}{a} = \frac{c}{a} = 2\left[f_c\right]_{TE10}$$

$$\left(f_c\right)_{TE11} = \frac{c}{2}\sqrt{\left(\frac{1}{a}\right)^2 + \left(\frac{1}{b}\right)^2} = \frac{c}{2a}\sqrt{5} = 2{,}24\left[f_c\right]_{TE10}$$



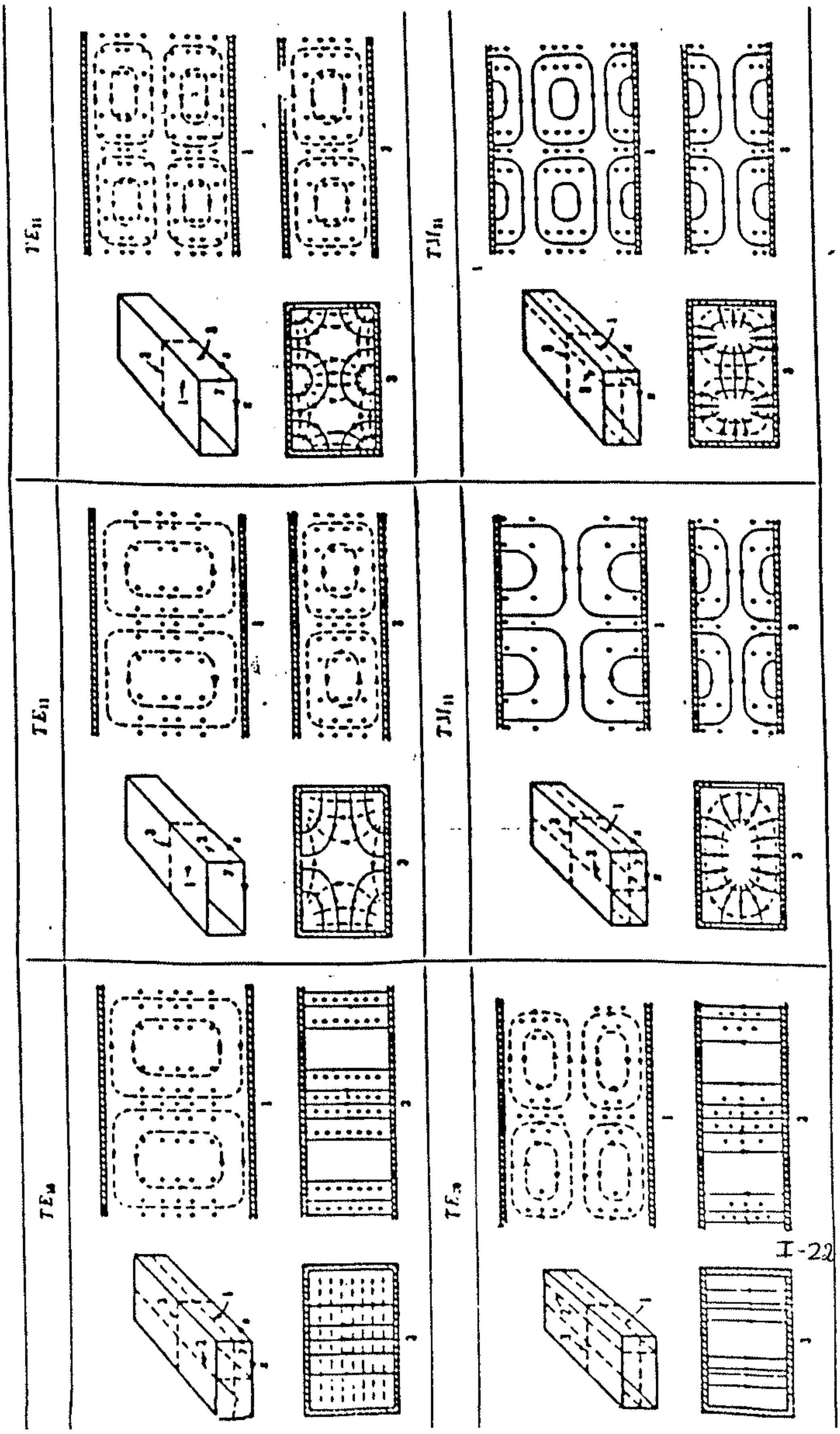
Guia de Ondas Designação	a x b (inc x inc)	a x b (cm x cm)	Frequência de Corte - (GHz)	Faixas de Operação Recomendadas- (GHz)
WR - 2300	23 x 11,5	58,4 x 29,2	0,256	0,320 - 0,490
WR - 2100	21 x 10,5	53,3 x 26,6	0,281	0,350 - 0,530
WR - 1800	18 x 9	45,7 x 22,8	0,328	0,41 - 0,620
WR - 1500	15 x 7,5	38,1 x 19,05	0,313	0,49 - 0,75
WR - 1150	11,5 x 5,75	29,21 x 14,6	0,513	0,64 - 0,96
WR - 975	9,75 x 4,875	24,76 x 12,38	0,605	0,75 - 1,12
WR - 770	7,70 x 3,85	19,56 x 9,78	0,766	0,96 - 1,45
WR - 650	6,50 x 3,25	16,51 x 8,255	0,908	1,12 - 1,70
WR - 510	5,10 x 2,55	12,95 x 6,477	1,157	1,45 - 2,20
WR - 430	4,30 x 2,15	10,92 x 5,46	1,372	1,70 - 2,60
WR - 340	3,40 x 1,70	8,636 x 4,31	1,726	2,20 - 3,30
WR - 284	2,84 x 1,34	7,21 x 3,40	2,078	2,60 - 3,95
WR - 229	2,29 x 1.145	5,81 x 2,90	2,577	3,30 - 4,90
WR - 187	1,872 x 0,872	4,79 x 2,21	3,129	3,95 - 5,85
WR - 159	1,59 x 0,795	4,038 x 2,019	3,711	4,90 - 7,05
WR - 137	1,372 x 0,622	3,48 x 1,579	4,304	5,85 - 8,20
WR - 112	1,122 x 0,497	2,84 x 1,26	5,26	7,05 - 10,0
WR - 102	1,020 x 0,510	2,59 x 1,29	5,785	7,3 - 11,0
WR - 90	0,90 x 0,40	2,286 x 1,016	6,56	8,20 - 12,4
WR - 75	0,75 x 0,375	1,905 x 0,95	7,87	10,0 - 15,00
WR - 62	0,622 x 0,311	1,579 x 0,789	9,49	12,4 - 18,0
WR - 51	0,51 x 0,255	1,295 x 0,65	11,57	15,0 - 22,0
WR - 42	0,42 x 0,17	1,067 x 0,43	14,06	18 - 26,5
WR - 34	0,34 x 0,17	0,86 x 0,43	17,36	22 - 33
WR - 28	0,28 x 0,14		21,08	26,2 - 40

CONFIGURAÇÕES DOS CAMPOS E e H

GUIAS RETANGULARES.

TABLE 8.02

Summary of Wave Types for Rectangular Guides



CONFIGURAÇÃO DOS CAMPOS - E e H

MODO TE10 - m=1 e n=0

$E_z = 0$ e $H_z \neq 0$

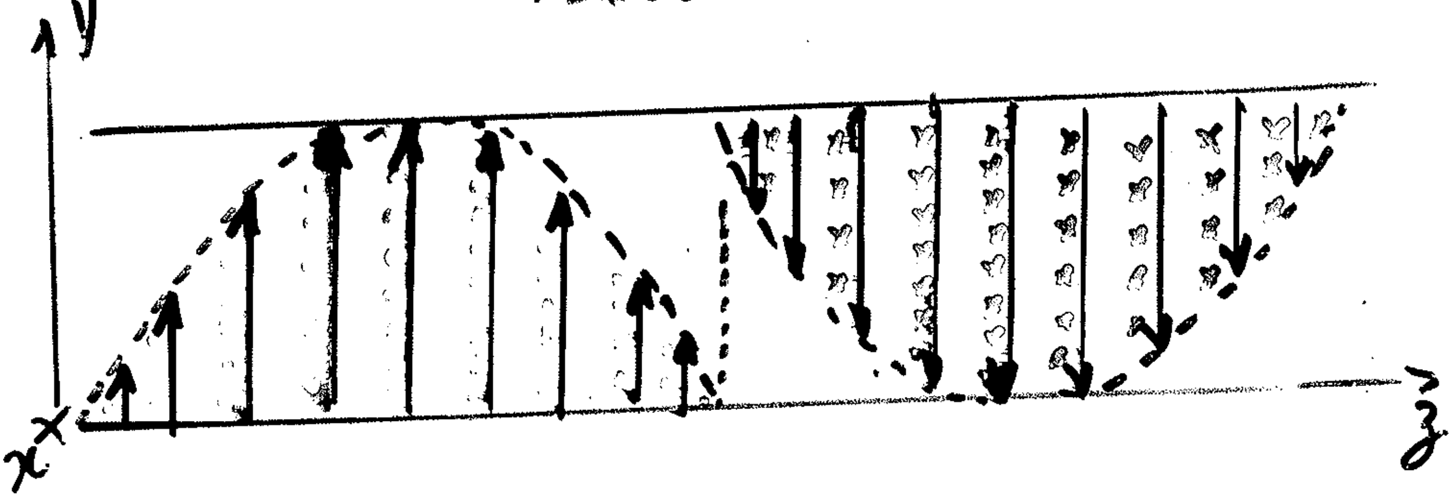
$$H_z(x,y,z) = H_0 \cdot \cos(k_x x) \cdot \cos(k_y y)\left[F \cdot e^{-\gamma z} - G \, e^{+\gamma z}\right]$$

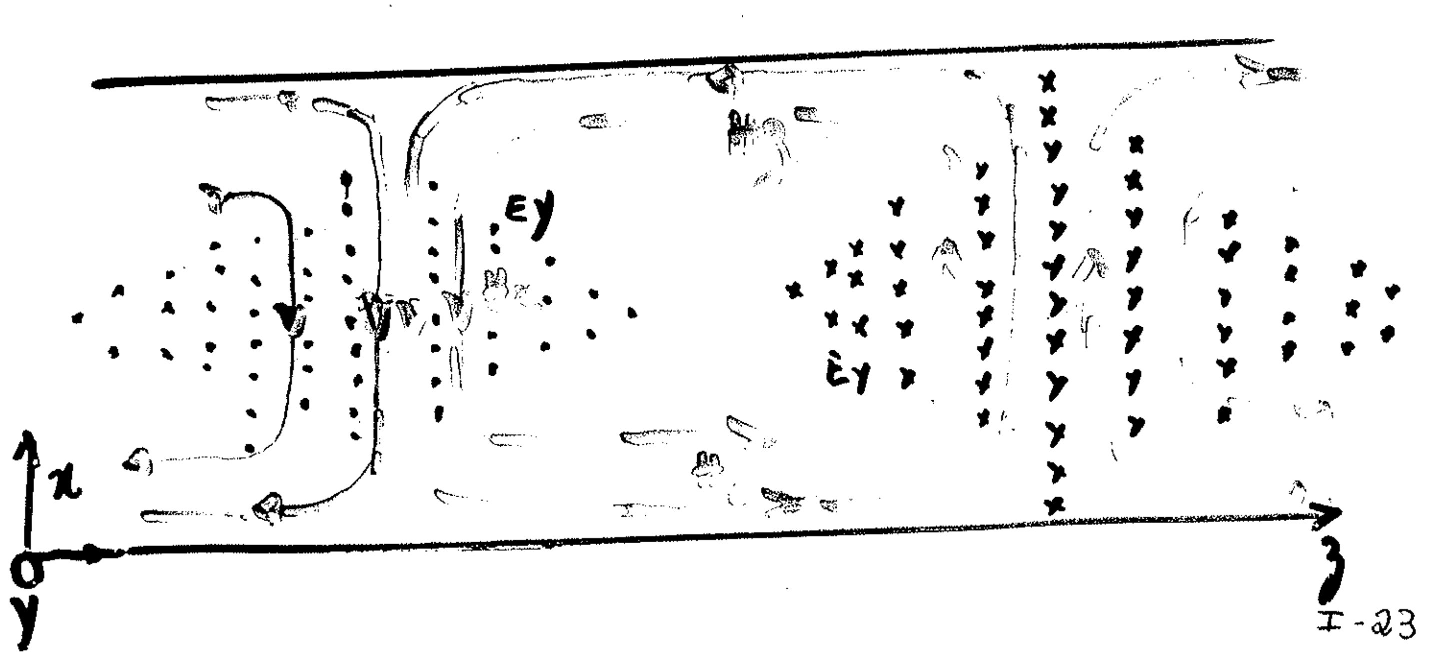
$$E_{y_0} = \frac{j\omega\mu}{k_c^2} \cdot \frac{\partial H_z}{\partial x} = \frac{j\omega\mu}{k_c^2} \cdot \left[-H_0 \cdot k_x \cdot \operatorname{sen}(k_x x) \cdot \cos(k_y y)\right]$$

$$TE10 \therefore E_{y_+} = -j\frac{\omega\mu}{k_c^2} \cdot \frac{\pi}{a} \cdot H_0 \operatorname{sen}(k_x x) \cdot \cos(k_y y)$$

$$E_{y_+}(x,z,y) = \frac{2\pi f \cdot \mu}{k_c^2} \cdot \frac{\pi}{a} H_0 \operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{a} x\right) \cdot \operatorname{sen}(\omega t - \beta z)$$

PLANO - 2





CONFIGURAÇÃO DOS CAMPOS - MODO TE_{10}

A configuração dos campos será feita com base nas expressões anteriores obtidas:

$$Ex_{+}(x,y) = 0 \quad e \quad Ey_{+}(x,y) = -j\frac{\omega\mu}{kc^2} \cdot \frac{\pi}{a} \cdot Ho.sen\left(\frac{\pi}{a}x\right) e^{-j\beta z}$$

como $kc^2 = \left(\frac{2\pi}{\lambda c}\right)^2$ e $\lambda_c = 2a$

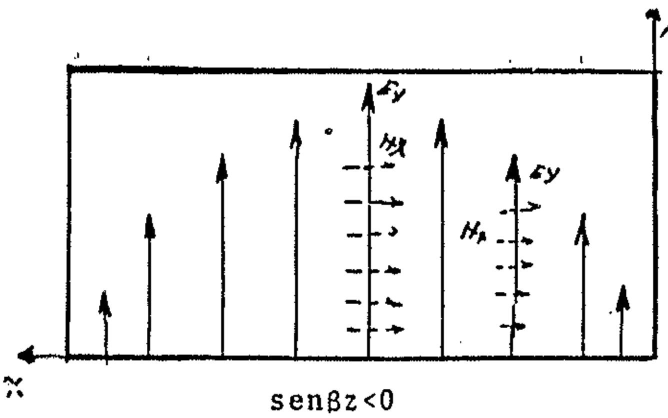
$$Ey_{+}(x,y) = -j\,\frac{2a}{\lambda} \cdot \eta \cdot Ho \cdot sen\left(\frac{\pi}{a}x\right) e^{-j\beta z}$$

$$Ey_{+}(x,y,z,t) = Re\left[-j\frac{2a}{\lambda} \cdot \eta \cdot Ho.sen\left(\frac{\pi}{a}x\right) e^{-j\beta z} \cdot e^{j\omega t}\right]$$

$$Ey_{+} = \frac{2a\,\eta}{\lambda} \cdot Ho \cdot sen\left(\frac{\pi}{a}x\right) sen(\omega t - \beta z)$$

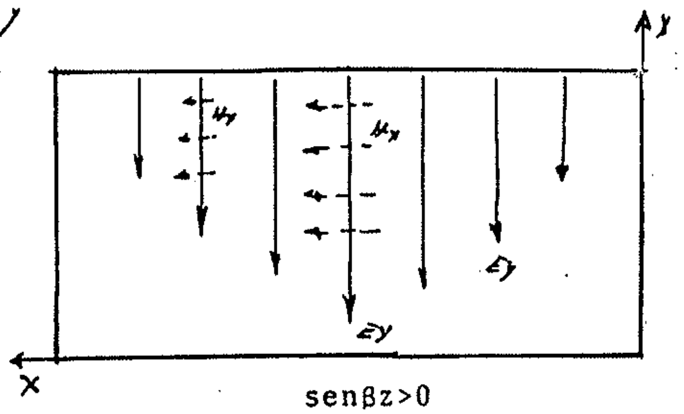
$$Hx_{+} = \frac{-Ey_{+}}{Z_{TE}} = \frac{-2a\,\eta}{\lambda \cdot Z_{TE}} \cdot Ho.sen\left(\frac{\pi}{a}x\right) sen(\omega t - \beta z)$$

CONFIGURAÇÃO DOS CAMPOS - PLANO TRANSVERSAL (xy)



$sen\beta z<0$

$t = 0 \therefore wt = 0$



$sen\beta z>0$

$t = 0 \therefore wt = 0$

$Ey_{+}(x,z,0)$ independente de y

$$Ey_{+}(x,z,0) = \frac{2a\,\eta}{\lambda} \cdot Ho.sen\left(\frac{\pi}{a}x\right).sen(-\beta z)$$

$$Ey_{+}(x,z0) = \frac{2a\,\eta}{\lambda}.Ho.sen\left(\frac{\pi}{a}x\right)sen(\beta z)$$

< 0

$Ey_{+}(x,z,0)$ = independente de y

$Hx_{+}(z,z,0)$ = independente de y

Les lignes de champ des deux modes TE_{10} et TE_{11} sont représentées à la figure 2.13.

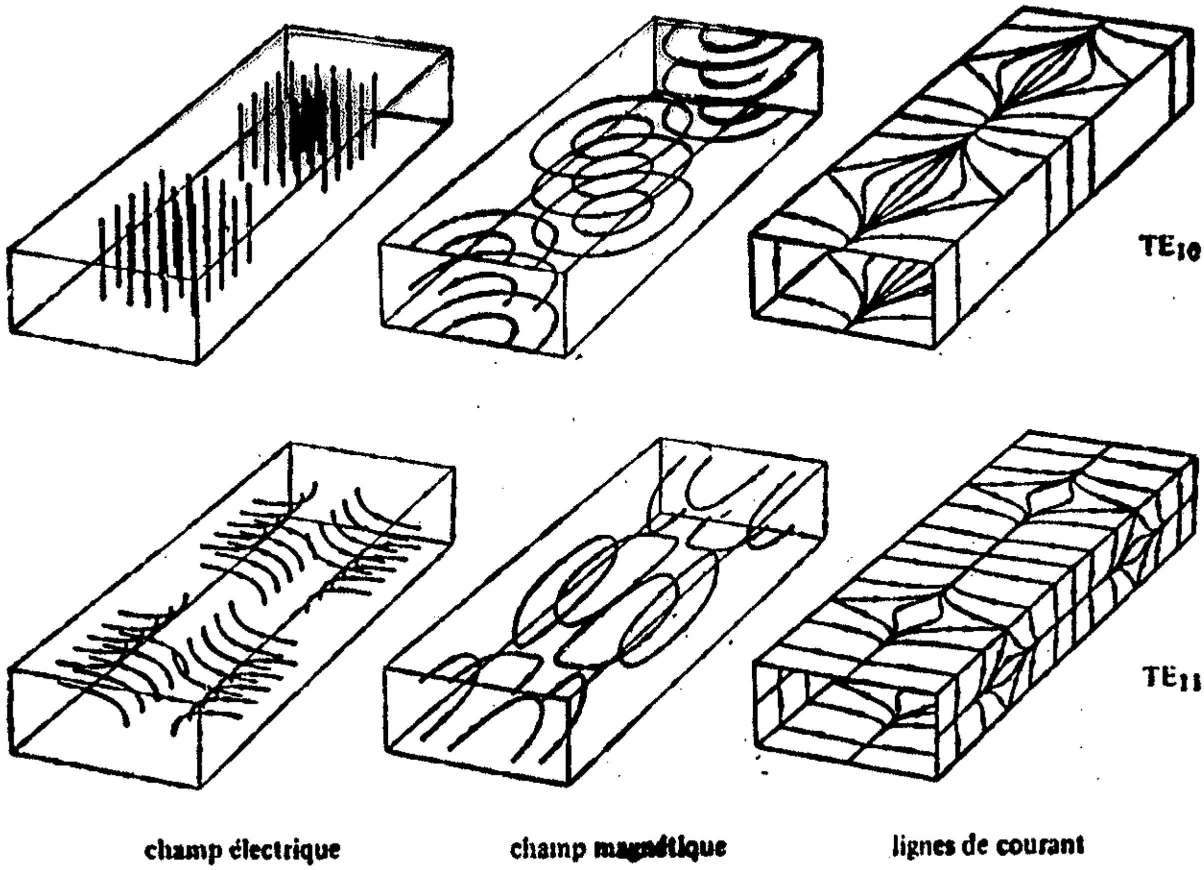


Fig. 2.13 Représentation des modes TE_{10} et TE_{11}.

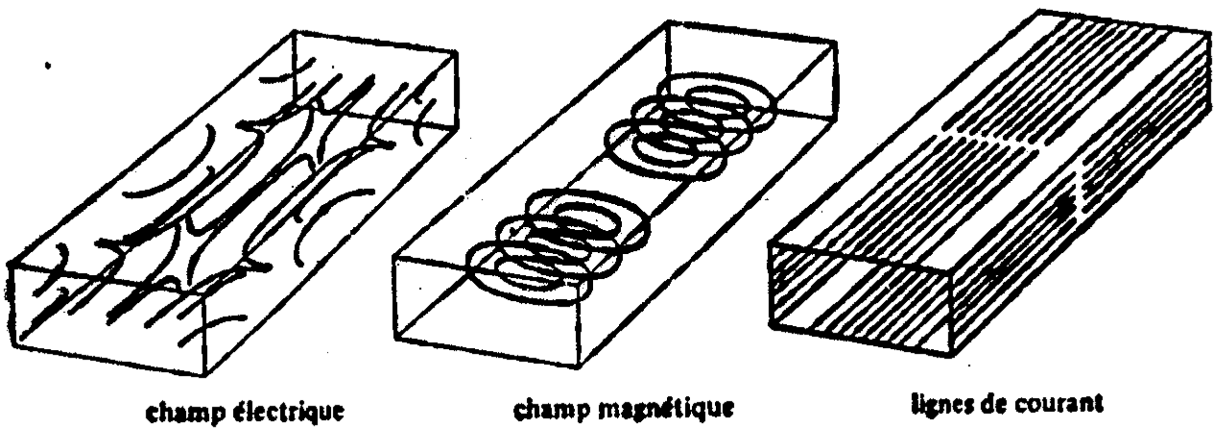
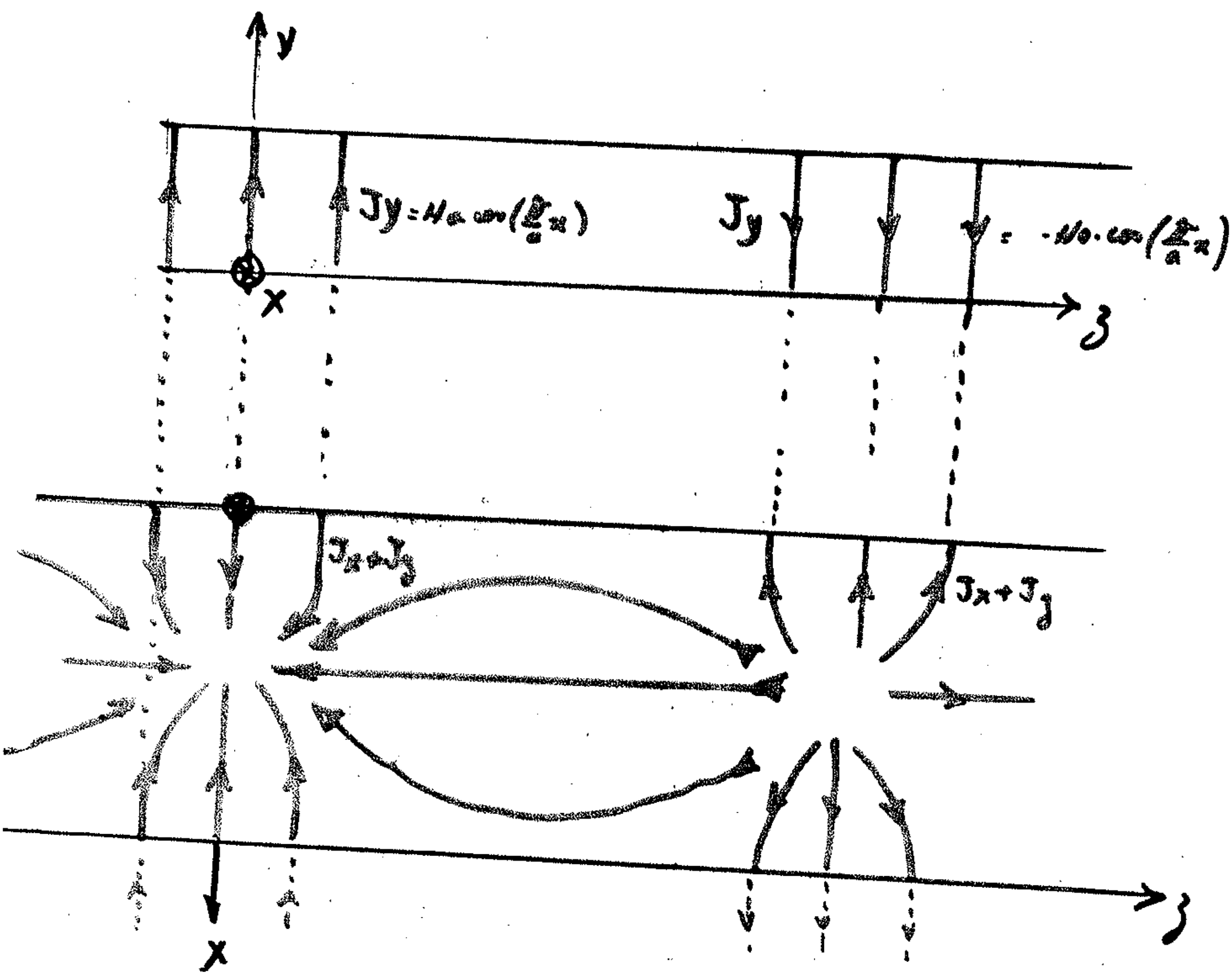


Fig. 2.11 Représentation du mode TM_{11}.

DISTRIBUIÇÃO DAS CORRENTES
NAS PAREDES DO GUIA -
MODO - TE_{10}



$-x = H_0 \cdot \cos\left(\frac{\pi x}{a}\right)$

$\quad = j\frac{\beta}{k_c^2}\frac{\pi}{a} \cdot H_0 \cdot \text{sen}\left(\frac{\pi x}{a}\right)$ $\qquad k_c^2 = k^2 - \beta^2 = \frac{\pi^2}{a^2}$

RELAÇÃO ENTRE POTÊNCIA TRANSMITIDA E POTÊNCIA DISSIPADA - ATENUAÇÃO

A potência transmitida no longo do guia (direção z) pode sofrer uma atenuação devido à vários fatores: paredes construídas com condutores não perfeitos, dilétricos com perdas e irradiação (devido a qualquer abertura).

Desta forma podemos exprimir a potência transmitida pela seguinte equação:

$$Pt = Re[Ei \times Hi^*] = Re[E_+ \times H_+^*] = Po.e^{-2\gamma z}$$

pois $Ei = E_+ = Eo.e^{-\alpha z}.\ e^{-j\beta z} = Eo.e^{-\gamma z}$

e $Hi = H_+ = Ho.e^{-\alpha z}\ .\ e^{-j\beta z} = Ho.e^{-\gamma z}$

Po - potência incidente na origem do eixo z

$Pt = Po.e^{-2\alpha z}$, derivando-se com relação a z

$-\dfrac{\delta Pt}{\delta z}$ = potência dissipada no interior do guia/unidade de comprimento = Pd

Sinal (-) pois $\delta Pt/\delta z < 0$

$$\frac{\delta Pt}{\delta z} = -\frac{\delta}{\delta z}[\,Po.(x,y)e^{-2\alpha z}] = 2\alpha\ Po(x,y)e^{-2\alpha z} = 2\alpha\ \ Pt$$

$Pd = 2\alpha\ Pt \therefore\ \alpha = \dfrac{Pd}{2Pt}$ (α - coeficiente de atenuação do guia)

Caso as perdas sejam devidas ao condutor $\alpha = \alpha_c$
Caso as perdas sejam devidas ao dielétrico $\alpha = \alpha d$
Caso as perdas sejam devidas a irradiação $\alpha = \alpha i$

A potência dissipada pode ser colocada na forma $Pd = \frac{1}{2}\int |Et|.|Ht|.ds$
sessão transversal

Et - campo elétrico $|Et|^2 = |Ex|^2 + |Ey|^2$

Ht - campo magnético $|Ht|^2 = |Hx|^2 + |Hy|^2$

ATENUAÇÃO NOS GUIAS RETANGULARES

1- ATENUAÇÃO DEVIDO AOS CONDUTORES - α_c

$$\alpha_c = \frac{P_d}{2P_t} = \frac{\text{Potencia dissipada}}{2\text{-Potencia Transmitida}}$$

MODO DOMINANTE TE10

$$P_t = \frac{1}{2}\int_{\substack{\text{secção}\\ \text{Transversal}}} Re\left[\bar{E} * \bar{H}^*\right] \cdot ds$$

MODO DOMINANTE TE10 $\rightarrow$ $\bar{E} = Ey \cdot \bar{a}_y$

$\bar{H} = Hx \cdot \bar{a}_x$

$$Ey = -j\frac{w\mu}{k_c^2} \cdot \frac{\pi}{a} \cdot Ho \cdot sen\left(\frac{\pi}{a}x\right) e^{-j\beta z}$$

$$k_c^2 = \gamma^2 + k^2 = k^2 - (j\beta)^2 = k^2 - \beta^2$$

$$Ey = -j\frac{w\mu}{k_c^2} \cdot \frac{\pi}{a} \cdot Ho\, sen\left(\frac{\pi}{a}x\right)e^{-j\beta z} = -j\frac{w\mu}{k^2-\beta^2} \cdot \frac{\pi}{a} \cdot Ho\, sen\left(\frac{\pi}{a}x\right)e^{-j\beta z}$$

$$Ey = E0 \cdot sen\left(\frac{\pi}{a}x\right)e^{-j\beta z} \quad \therefore \quad E0 = -j\frac{w\mu}{k^2-\beta^2} \cdot \frac{\pi}{a} \cdot Ho$$

$$Hy = -\frac{\beta}{w\mu} \cdot Ey = -\frac{\beta}{w\mu} E0 \cdot sen\left(\frac{\pi}{a}x\right)e^{-j\beta z}$$

$$P_t = \frac{1}{2}\int Re\left[E0 \cdot sen\frac{\pi}{a}x \cdot e^{-j\beta z} \cdot \frac{-\beta}{w\mu} \cdot E0 \cdot sen\left(\frac{\pi}{a}x\right)e^{j\beta z} dx \cdot dy\right].$$

$$\boxed{P_t = \frac{1}{4} \cdot \frac{\beta}{w\mu} E_0^2 \cdot ab} = \frac{1}{4Z_{TE}} \cdot E0^2 \cdot ab$$

$$Z_{TE} = \frac{\eta}{\left[1 - \left(\frac{f_c}{f}\right)^2\right]^{1/2}}$$

ATENUAÇÃO NOS GUIAS RETANGULARES - MODO DOMINANTE TE[illegible]

1- ATENUAÇÃO DEVIDO AOS CONDUTORES METÁLICOS - α_c

$$P_t = \frac{1}{4 Z_{TE}} E_0^2 \cdot ab \qquad (E_0 - \text{máximo})$$

$$E_0 = \frac{\omega \mu \cdot \pi}{k_c^2 \cdot a} H_0$$

P_d - potência dissipada nas paredes laterais + pot. diss. paredes sup. e inferior

$$P_d\text{-nas paredes laterais} = P_d = \frac{R_s}{2}\int |J_y|^2 dy\, dz = 2 \times \left[\frac{1}{2} R_s H_0^2 \cdot dz \cdot b\right]$$

P_d - nas paredes superior e inferior -

$$P_d = \frac{1}{2} R_s \int_0^a \left[|J_x|^2 + |J_z|^2\right] \cdot dx \cdot dz$$

$$= \frac{1}{2} R_s \cdot dz \cdot H_0^2 \cdot a\left[\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{\beta^2 \pi^2}{a^2 \cdot k_c^4}\right]$$

Potência total dissipada (paredes laterais + inferior + superior)

$$P_d = \frac{1}{2} R_s \cdot dz \cdot H_0^2 \left[2b + a\left(1 + \frac{\beta^2 \pi^2}{a^2 k_c^4}\right)\right]$$

$$\frac{P_d}{dz} = \frac{1}{2} R_s \cdot H_0^2 \left[2b + a\left(1 + \frac{\beta^2 \pi^2}{a^2 k_c^4}\right)\right] \quad \text{como } k_c^2 = \left(\frac{2\pi}{\lambda_c}\right)^2 = \frac{\pi^2}{a^2}$$

$$\frac{P_d}{dz} = \frac{R_s \cdot |H_0|^2}{2}\left[2b + a\left(1 + \frac{\beta^2}{k_c^2}\right)\right] = \frac{R_s \cdot |H_0|^2}{2}\left[2b + a\left(f/f_c\right)^2\right]$$

$$\frac{P_d}{dz} = \frac{R_s \cdot |H_0|^2}{2} \cdot a\left(f/f_c\right)^2\left[1 + \frac{2b}{a}\left(f_c/f\right)^2\right]$$

$$\alpha_c = \frac{dP/dz}{2P_t} = \frac{\frac{1}{2} R_s |H_0|^2 \cdot a\left(f/f_c\right)^2\left[1 + \frac{2b}{a}\left(f_c/f\right)^2\right]}{2 \cdot \frac{|E_0|^2}{Z_{TE}} \cdot \frac{ab}{4}}$$

como $kc^2 = k^2 - \beta^2 \therefore 1 = (\frac{k}{kc})^2 - (\frac{\beta}{kc})^2 \therefore 1 + (\frac{k}{kc})^2 = (\frac{f}{fc})^2$

substituindo-se, teremos

$$Pd = \frac{dP}{dz} = \frac{Rs}{2} Ho^2 \; [\; 2b + a(1 + \frac{\beta^2}{kc^2}).]$$

$$= \frac{Rs}{2} \; Ho^2 [2b + a(f/fc)^2] = \frac{Rs.a}{a} Ho^2 [\; \frac{2b}{a} + (f/fc)^2]$$

$$\frac{dP}{dz} = Pd = \frac{Rs}{2} \; . \; Ho^2 (f/fc)^2 \; a[\; 1 + \frac{2b}{a}(fc/f)^2]$$

como $Pt = \frac{1}{2} \frac{Eo^2}{Z_{TE}} \; . \; \frac{ab}{2} = \frac{1}{4} \; . \; \frac{Eo^2.ab}{Z_{TE}}$

A atenuação devido aos condutores será: $\alpha c = \frac{dP/dz}{2Pt}$

$$\alpha c = \frac{\frac{1}{2} Rs \; . \; Ho^2 \; a \; (f/fc) \; [1 + \frac{2b}{a} \; (fc/f)^2]}{2 \underbrace{\frac{Eo^2}{Z_{TE}} \; . \; \frac{ab}{4}}_{Pt}} \leftarrow dP/dz$$

$\alpha c = \frac{Rs.Ho^2}{b.Eo^2} \; . \; Z_{TE} \; (f/fc)^2 \; . \; [1 + \frac{2b}{b} \; (fc/f)^2]$ como $\frac{Eo}{Ho} = -j\frac{\omega\mu}{kc^2} . \frac{\pi}{a}$

logo $\frac{Eo}{Ho} = -j2f\mu a \therefore \left|\frac{Eo}{Ho}\right|^2 = \frac{f}{fc}$

e $Z_{TE} = \frac{\eta}{\sqrt{1 - (f/fc)}}$ e $\eta = \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}$ e $v = \frac{1}{\sqrt{\mu\varepsilon}}$

Teremos:

$$\alpha_c = \underbrace{\frac{Rs}{b}} \; . \; \frac{1}{\eta[1-(fc/f)^2]^{1/2}} \; . \; [\; 1 + \frac{2b}{a} \; (fc/f)^2]$$

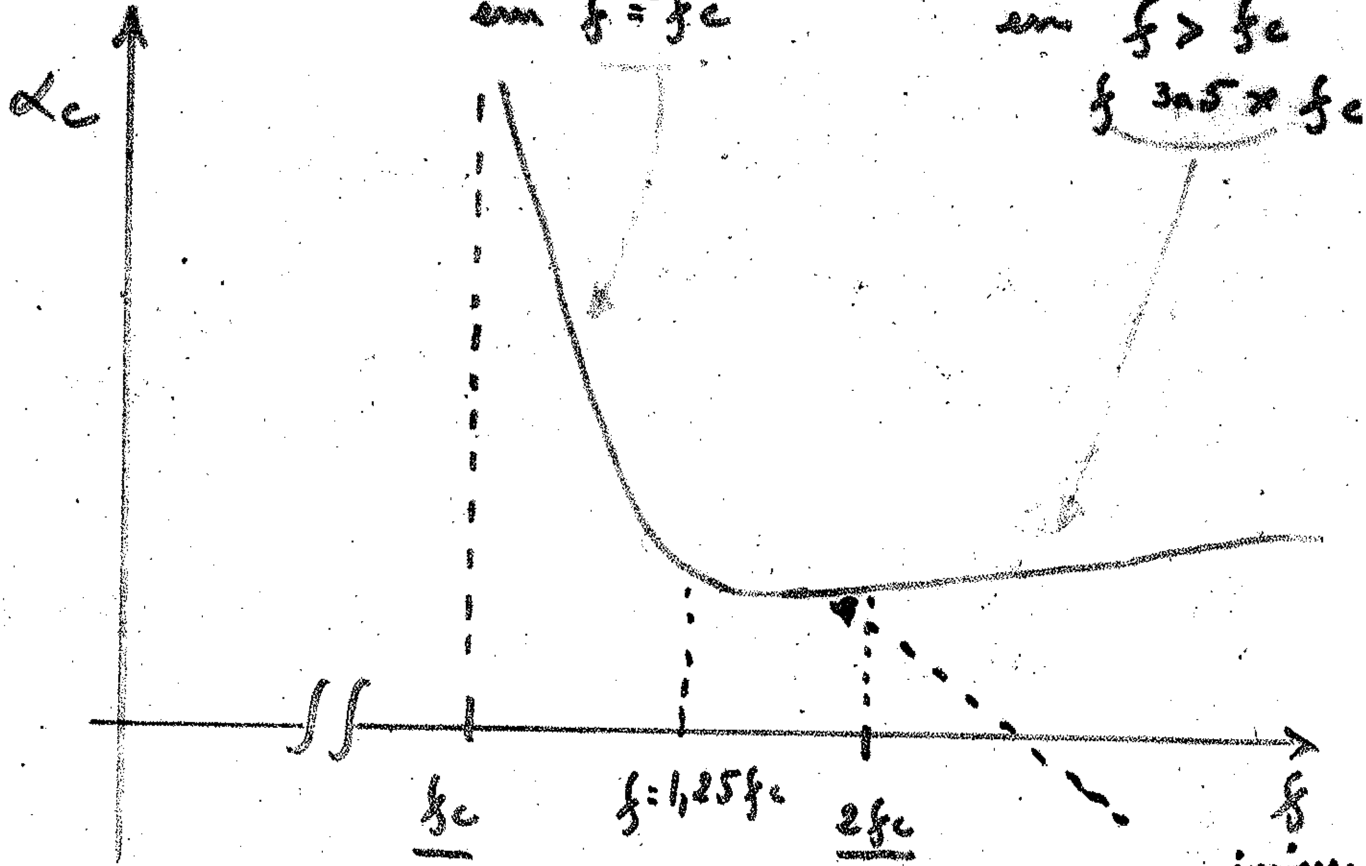
depende da frequência $Rs = \sqrt{\pi f \mu \delta}$	depende da frequência predominada quando $fc < f < 1,2\; fc$	depende da frequência predomina $f \simeq f_c$

ANÁLISE DA ATENUAÇÃO DEVIDO ÀS PAREDES NOS GUIAS RETANGULARES

MODO - TE10

$$\alpha_c = \frac{R_s}{b \cdot \eta} \cdot \underbrace{\frac{1}{\left[1 - \left(f_c/f\right)^2\right]^{1/2}}}_{\text{termo que predomina em } f \cong f_c} \cdot \underbrace{\left[1 + \frac{2b}{a}\left(f_c/f\right)^2\right]}_{\text{termo que predomina em } f > f_c}$$

f 3 a 5 $\times f_c$



α_c mínimo

$$x^4 - 3x^2\left(\frac{2b}{a} + 1\right) + \frac{2b}{a} = 0 \quad p/\ x = f/f_c : \quad \text{mínimo } f/f_c = 2{,}$$

ATENUAÇÃO EM GUIAS
EXEMPLO

- Guia retangular de cobre $\sigma : 5{,}8 \times 10^{7}$ S/m
- Frequência $f : 9{,}6$ GHz
- Dimensões $a : 2{,}286$ cm $b : 1{,}016$ cm

$$(f_c)_{TE10} : \frac{c}{2a} : \frac{15}{2{,}286}(GHz) : 6{,}58 \text{ GHz}$$

$$\alpha(\text{nepers/m}) : \frac{R_s}{b.\eta\left[1-\left(\frac{f_c}{f}\right)^2\right]^{1/2}} \times \left[1 + \frac{2b}{a}\left(\frac{f_c}{f}\right)^2\right]$$

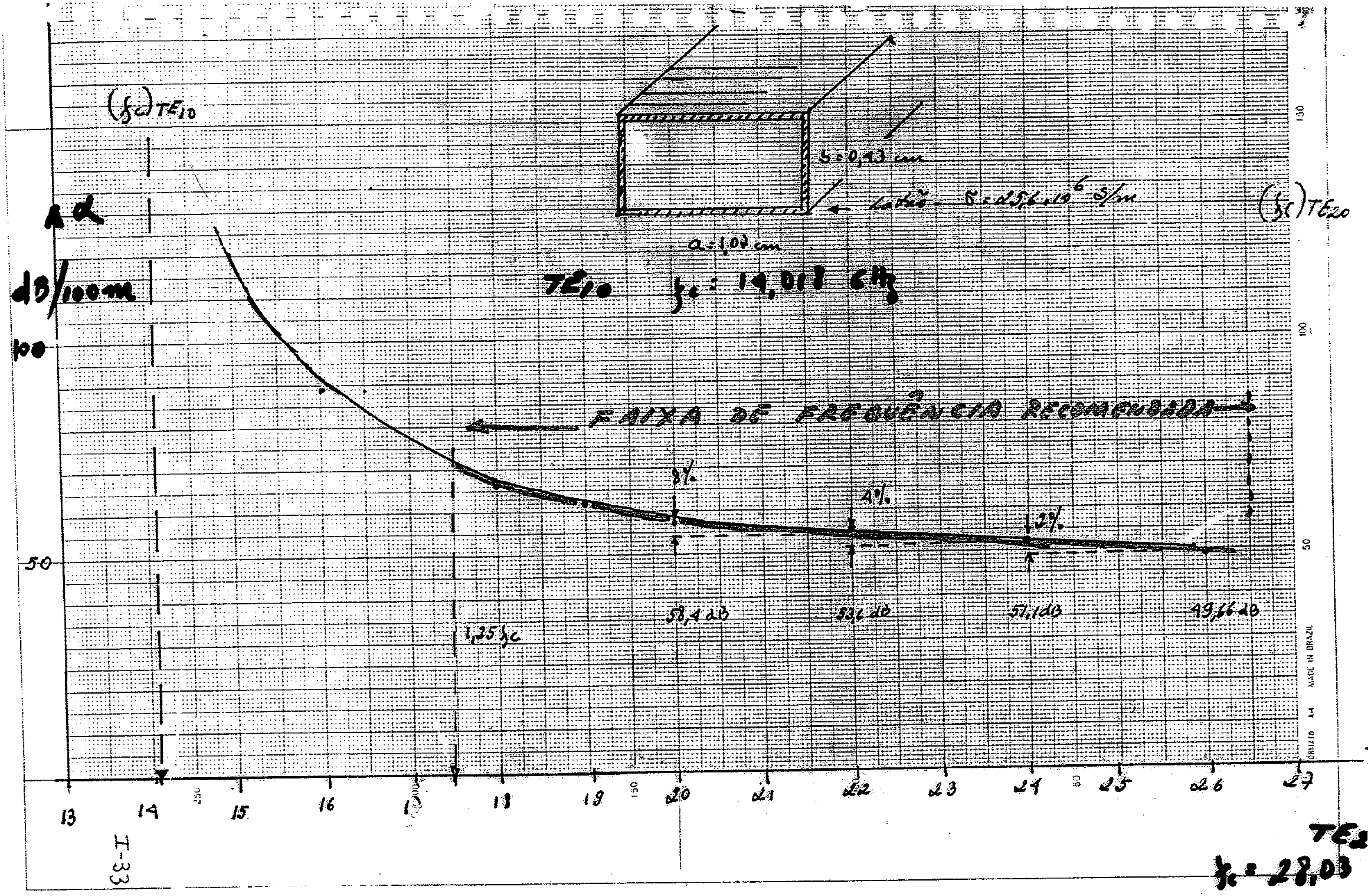
$$\frac{f_c}{f} : \frac{6{,}58}{9{,}6} : 0{,}684 \quad \therefore \left(\frac{f_c}{f}\right)^2 : 0{,}470$$

$$R_s = \sqrt{\frac{\pi f \mu}{\sigma}} : 25{,}55 \times 10^{-3}\ \Omega$$

$$\alpha(\text{nepers/m}) : \frac{25{,}55 \times 10^{-3}}{0{,}01016 \times 377 \times 0{,}73}\left[1 + \frac{2 . 1{,}016}{2{,}280} \times 0{,}47\right]$$

$$\alpha : 13 \times 10^{-2} \text{ nepers/m} : 0{,}013 \text{ n/m}$$

$$\alpha : 0{,}086 \text{ dB/m}$$



$(f_c)_{TE_{10}}$
$(f_c)_{TE_{20}}$
α
dB/100m
100
50
b = 0,43 cm
a = 1,07 cm
Latão σ = 25,6.10^6 S/m
TE10 fc = 14,018 GHz
FAIXA DE FREQUÊNCIA RECOMENDADA
8%
4%
2%
58,4 dB
53,6 dB
51,1 dB
49,66 dB
1,25 fc
13
14
15
16
18
19
20
21
22
23
24
25
26
27
TE2 fc = 28,03

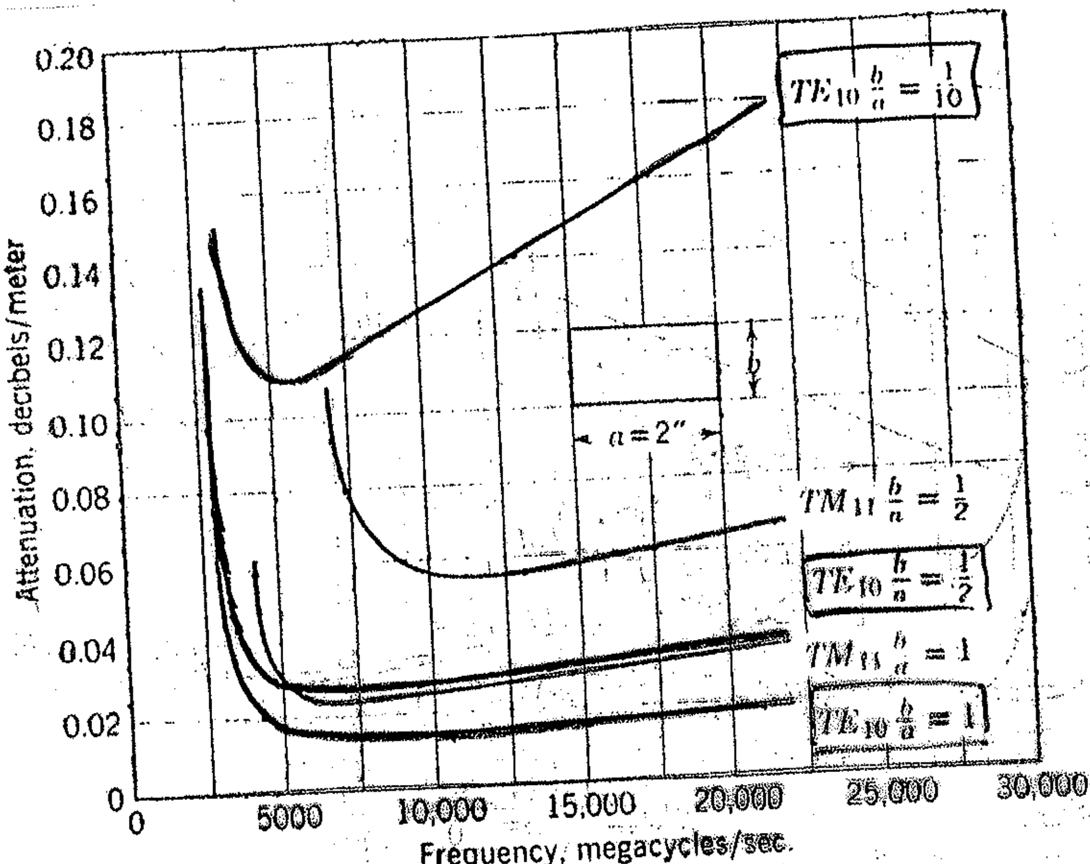


Fig. 8.02e Attenuation due to copper losses in rectangular waveguides of fixed width.

$$(\alpha_c)_{TE_{m0}} = \frac{R_s}{b\eta\sqrt{1-(f_c/f)^2}}\left[1+\frac{2b}{a}\left(\frac{f_c}{f}\right)^2\right]$$

$$(\alpha_c)_{TE_{mn}} = \frac{2R_s}{b\eta\sqrt{1-(f_c/f)^2}}\left\{\left(1+\frac{b}{a}\right)\left(\frac{f_c}{f}\right)^2 + \left[1-\left(\frac{f_c}{f}\right)^2\right]\left[\frac{\frac{b}{a}\left(\frac{b}{a}m^2+n^2\right)}{\frac{b^2m^2}{a^2}+n^2}\right]\right\}$$

$$(\alpha_c)_{TM_{mn}} = \frac{2R_s}{b\eta\sqrt{1-(f_c/f)^2}}\,\frac{[m^2(b/a)^3+n^2]}{[m^2(b/a)^2+n^2]}$$

Curves of attenuation in decibels per meter (8.686 times the values of α in nepers per meter given in the foregoing equations) are plotted for a

PERDAS NO DIELÉTRICO PARA QUALQUER GUIA

Para um meio qualquer (σ, ε, μ) em que se propaga uma onda eletromagnética, valem as relações:

$\hat{z} = j\omega\mu = j\omega\mu$. (impeditividade do meio)

$\hat{y} = \tau + j\omega\varepsilon = \tau + j\omega(\varepsilon' - j\varepsilon\ )$ (admitividade do meio)

$$= \tau + \omega\varepsilon'' + j\omega\varepsilon'$$

Para dielétricos que não apresentam condutividade ($\sigma = 0$) p.e. os que preenchem os guias de onda, podemos escrever:

$\hat{y} = \omega\varepsilon'' + j\omega\varepsilon'$

$k = k' - jk''$ nº de onda

- constante de fase (rd/m) = β
- constante de perdas (nepers/m) = α

Assim sendo, teremos:

$$k = \sqrt{-\hat{z}.\hat{y}} = \sqrt{-(j\omega\mu)(\omega\varepsilon'' + j\omega\varepsilon')} = k' - jk''$$

$$k' = \omega\sqrt{\mu\varepsilon'} \therefore \frac{w}{v} = \beta = \frac{2\pi}{\lambda g}$$

$$k'' = \frac{\omega\varepsilon''}{2} \cdot \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon'}} = \alpha$$

EXEMPLO -

Deseja-se propagar a frequência de 16 GHz em um guia retangular preenchido com teflon $\epsilon_r = 2,2 - j\,4,4 \times 10^{-4}$

$f_c = 5,926$ GHz

$$\alpha_d = \frac{\omega \epsilon''}{2\epsilon'} \cdot \sqrt{\mu\epsilon'} \cdot \left[1 - \left(\frac{f_c}{f}\right)^2\right]^{1/2}$$

$$\alpha_d = \frac{\pi \cdot 4,4\times10^{-4}}{\sqrt{\epsilon'} \cdot c} \cdot \left[1 - \left(\frac{f_c}{f}\right)^2\right]^{1/2} = \frac{\pi \cdot 4,4\times10^{-4}}{\sqrt{2,2} \times 3\times10^{8}} \cdot f \cdot \left[1 - \left(\frac{5,926}{16}\right)^2\right]$$

$\alpha_d = 0,0461$ Np/m $= 0,40$ dB/m

$\alpha_c = 0,0117$ Neper/m $= 0,101$ dB/m

$\alpha_{total} = 0,50$ dB/m

$$H_m^1(x) = J_m(x) + jN_m(x) \qquad (9.55)$$

$$H_m^2(x) = J_m(x) - jN_m(x) \qquad (9.56)$$

9.4 PROPRIÉTÉS DES MATÉRIAUX USUELS

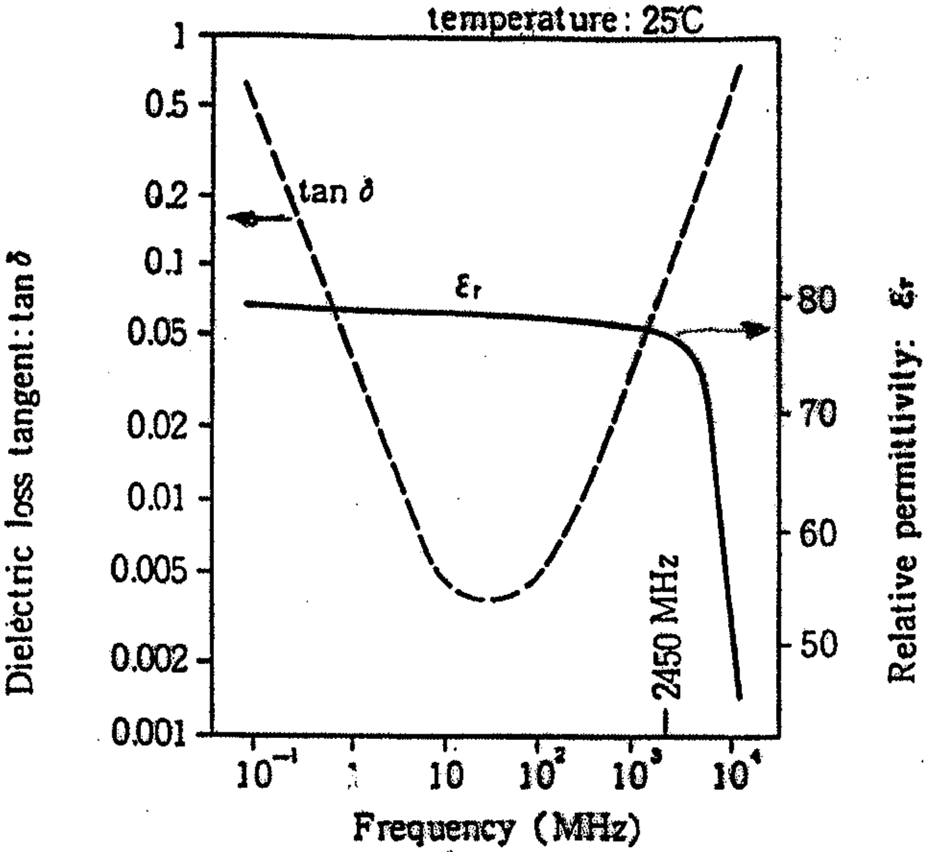
Tableau 9.5 Permittivité relative pour différents matériaux [40].

Matériaux	ϵ'_r		$\tan\delta = \epsilon''_r/\epsilon'_r$	
	1 kHz	3 GHz	1 kHz	3 GHz
Alumine	8.83	8.79	$5.7\ 10^{-4}$	$1.0\ 10^{-3}$
Porcelaine	5.36	–	$1.4\ 10^{-2}$	–
Quartz	3.78	3.78	$7.5\ 10^{-4}$	$6.0\ 10^{-5}$
Résine epoxy	3.67	3.09	$2.4\ 10^{-3}$	$2.7\ 10^{-2}$
Polystyrène expansé	1.03	1.03	$< 1.0\ 10^{-4}$	$1.0\ 10^{-4}$
Bakélite	4.74	3.70	$2.2\ 10^{-2}$	$4.3\ 10^{-2}$
Polyéthylène	2.26	2.26	$< 2.0\ 10^{-4}$	$3.1\ 10^{-4}$
Polystyrène	2.56	2.55	$< 5.0\ 10^{-5}$	$3.3\ 10^{-4}$
Alcool éthylique	–	6.50	–	$2.5\ 10^{-1}$
Vaseline	2.16	2.16	$2.0\ 10^{-4}$	$6.6\ 10^{-4}$
Caoutchouc naturel	2.60	2.40	$4.0\ 10^{-4}$	$6.0\ 10^{-3}$
Mica	5.40	5.40	$6.0\ 10^{-4}$	$3.0\ 10^{-4}$
Eau distillée	80.00	76.70	–	$1.5\ 10^{-1}$
Glace	–	3.20	–	$9.0\ 10^{-4}$

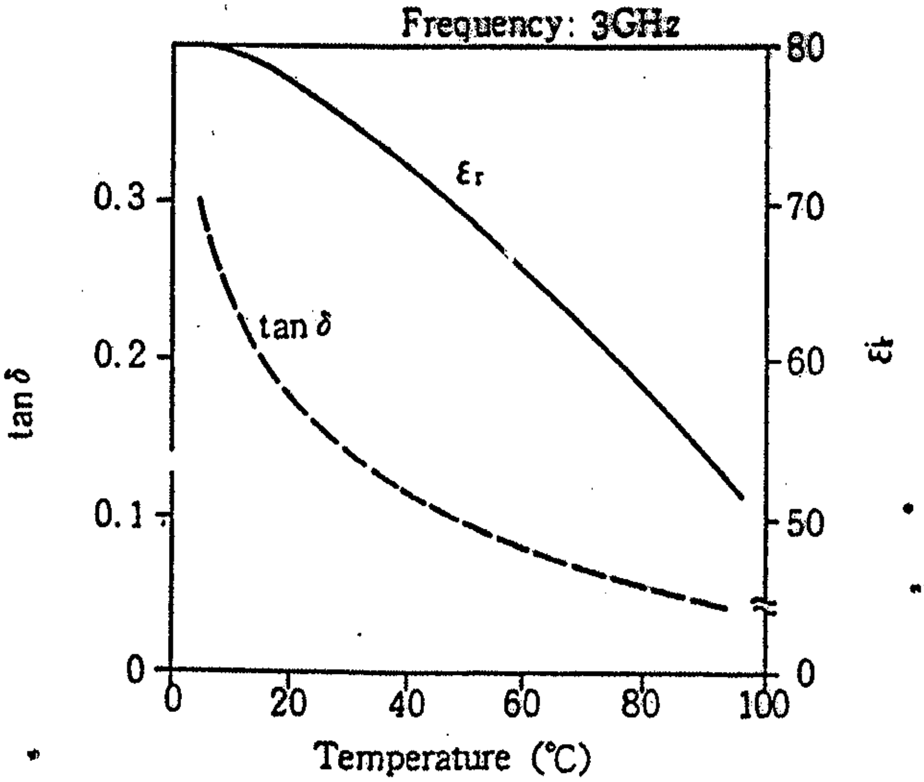
Tableau 9.6 Perméabilité pour différents matériaux [40].

Matériaux	μ_r (maximum)	μ_r (pour une petite aimantation)
Matériaux ferromagnétiques		
Cobalt	60	60
Nickel	50	50
Fonte	90	60
Fer au silicium	7000	3500
Fer pur	275 000	25 000
Acier	450	300
Supermalloy	900 000	60 000
Ferrite	3000	2500
Matériaux paramagnétiques		
Aluminium	$1 + 6.5\ 10^{-7}$	
Beryllium	$1 + 7.9\ 10^{-7}$	
Platine	$1 + 3.0\ 10^{-4}$	
Air	$1 + 4.0\ 10^{-7}$	
Matériaux diamagnétiques		
Bismuth	$1 - 1.4\ 10^{-6}$	
Argent	$1 - 1.9\ 10^{-7}$	
Cuivre	$1 - 1.0\ 10^{-5}$	
Eau	$1 - 9.0\ 10^{-6}$	

PERMITIVIDADE DA ÁGUA EM FUNÇÃO DA FREQUÊNCIA



(b) As a function of TEMPERATURE *



* Source
R, Von Hippel
"Dielectric Materia
and Applications"

ATENUAÇÃO PARA FREQUÊNCIAS ABAIXO DA FREQUÊNCIA DE CORTE

Exemplo - GUIA RETANGULAR

Expressão:

$$(\text{nepers/m}) = kc^2 \, [\, 1 - (f/fc)^2 \,]^{1/2}$$

$$kc = \frac{2\pi}{\lambda c} = \frac{2\pi}{2a} = \frac{\pi}{a}$$

$$\alpha\ (\text{n/m}) = \frac{\pi}{a} \, [\, 1 - (f/fc)^2 \,]^{1/2}$$

- Dimensões = a = 2,286 cm   b = 1,016 cm

$(fc)_{TE10}$ = 6,58 GHz

$$\alpha(\text{dB/m}) = \frac{8{,}68 \times \pi}{a(m)} \, [\, 1 - (f/fc)^2 \,]^{1/2}$$

f (GHz)	α(dB/cm)
2,0	11,35
4,0	9,46
6,0	4,88
6,5	1,84

ATENUAÇÃO PARA FREQUÊNCIAS ABAIXO DA FREQUÊNCIA DE CORTE - MODOS EVANESCENTES

EQUAÇÃO GERAL -

$$k_c^2 = k^2 + \gamma^2 \therefore \gamma^2 = k_c^2 - k^2$$

Para frequências abaixo da frequência de corte $\gamma = \alpha$ real
$(k_c^2 > k^2)$

$$\alpha^2 = k_c^2 - k^2 = k_c^2\left[1 - (k/k_c)^2\right] = k_c^2\left[1 - (f/f_c)^2\right]$$

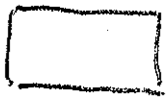
$$\alpha = k_c\left[1 - (f/f_c)^2\right]^{1/2} = \left(\frac{2\pi}{\lambda_c}\right)\left[1 - (f/f_c)^2\right]^{1/2}$$

Modo TE10 $\therefore f_c = \frac{v}{2a}$ - ar como dielétrico $\rightarrow f_c = \frac{c}{2a}$

$\lambda_c = 2a$

$$\alpha(\text{nepers/cm}) = \left(\frac{\pi}{a}\right)\left[1 - (f/f_c)^2\right]^{1/2}$$

Exemplo - GUIA -



$b = 0,43\,cm$

$a = 1,07\,cm$

$$f_c = \frac{3\cdot 10^{10}}{2a} = \frac{30}{2a(cm)}\ \text{GHz} \qquad f_c = 14,08\ \text{GHz}$$

Em 13 GHz $< f_c$

$$\alpha(\text{nepers/cm}) = \left(\frac{\pi}{1,07}\right)\left[1 - \left(\frac{13}{14}\right)^2\right]^{1/2} = 2,936 \times 0,37$$

$\alpha(\text{nepers/cm}) = 1,0897$ nepers/cm $= 108,97$ nepers/m

$\alpha(\text{dB/m}) = $ **945 dB/m**