



Escola Politécnica da  
Universidade de São Paulo

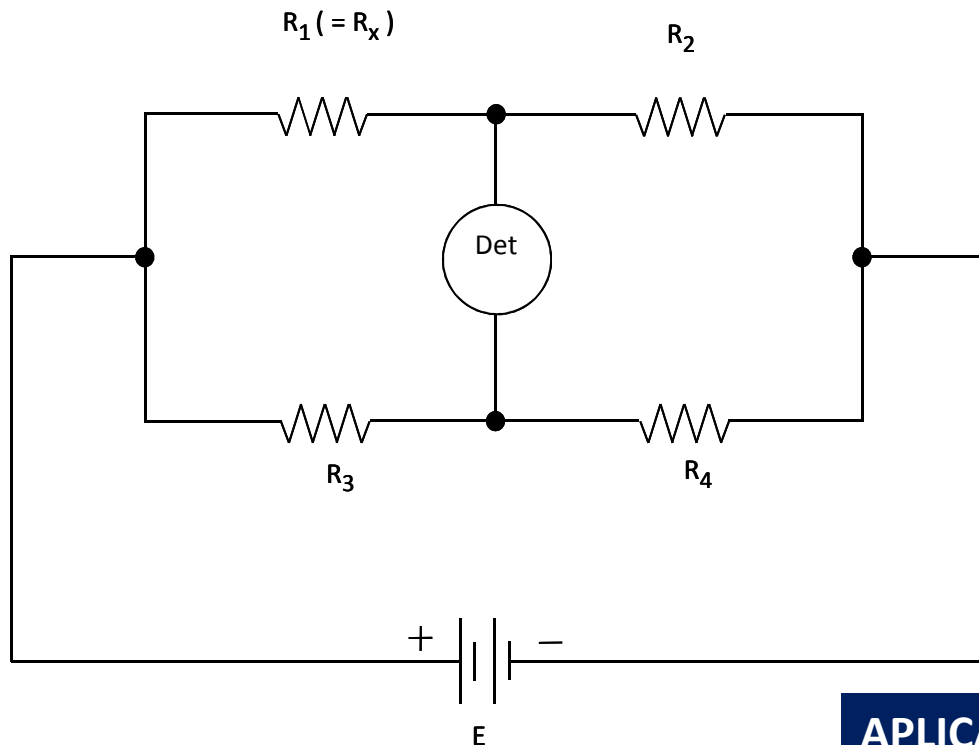
PSI3214

Laboratório de Instrumentação Elétrica

**Exp.3**

**Pontes de Wheatstone**

## 👉 Circuito elétrico composto por: 4 elementos resistivos e uma fonte de tensão contínua



O detetor  
pode ser:

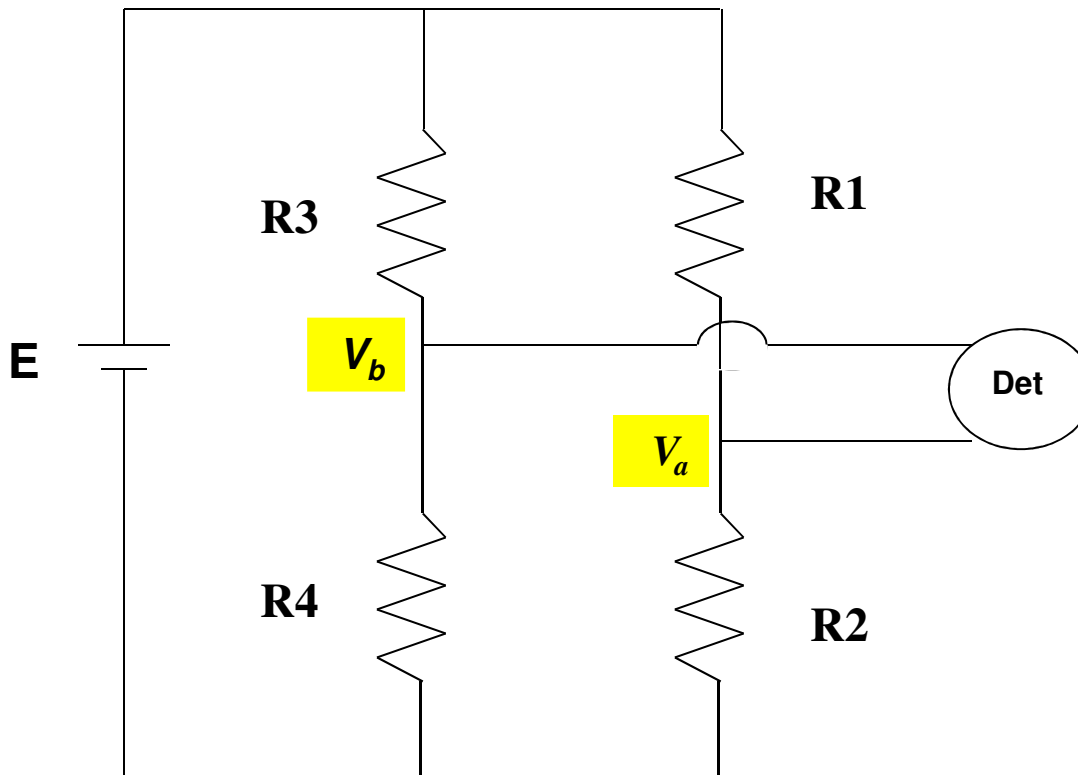
→ galvanômetro  
( $R_{\text{interna}} \sim \text{k}\Omega$ )

→ **voltímetro digital**  
( $R_{\text{interna}} \sim \text{M}\Omega$ )

### APLICAÇÕES:

- Determinar o valor exato de um elemento resistivo ( $R_x$ );
- Determinar pequenas variações de um dos seus elementos resistivos devido à ação de uma grandeza externa (sensor).

# PONTE DE WHEATSTONE UTILIZANDO DETETOR COM RESISTÊNCIA INFINITA: MULTÍMETRO DIGITAL



$$V_g = V_a - V_b$$

Logo  $V_g/E =$

$$\frac{v_g}{E} = \frac{R_2 R_3 - R_1 R_4}{(R_1 + R_2)(R_3 + R_4)}$$



**No equilíbrio:**

$$v_g = 0$$

$$\Rightarrow R_1 R_4 = R_2 R_3$$

$$V_a - V_b = ?$$

$$V_a - V_b = v_g = \left[ \left( \frac{R_2}{R_2 + R_1} \right) - \left( \frac{R_4}{R_4 + R_3} \right) \right] \cdot E$$

## Projeto da Ponte com multímetro como detector:

R1 (sensor) → conhece-se seu valor nominal;

. Deseja-se determinar seu valor com exatidão.

Como  
determinar  
o valor de  
R1 com este  
circuito?

→ Através da variação de  $R_3$   
(único grau de liberdade do nosso circuito no lab)

→ Manter os demais resistores  $R_2$  e  $R_4$  fixos

→ Buscar o equilíbrio da ponte ( $V_g = 0$  V)

. 1º passo:

Definir  $R_2$ ,  $R_3$  e  $R_4$  para que o “circuito Ponte” tenha a máxima sensibilidade.

**1º PROBLEMA:** *Que valores adotar para “ $R_2$ ,  $R_4$  e  $R_3$ ” para obter-se um circuito com a máxima sensibilidade?*

Vamos a seguir fazer uma análise da sensibilidade para responder esta pergunta.....

Entendendo os cálculos relacionados à  
**SENSIBILIDADE DO CIRCUITO PONTE COM DETETOR DE RESISTÊNCIA INFINITA**  
**PARA VARIAÇÕES DE “R<sub>1</sub>” (incógnita do nosso circuito)**

$$\frac{v_g}{E} = \frac{R_2 R_3 - R_1 R_4}{(R_1 + R_2)(R_3 + R_4)}$$



$$S_{R_1} = \frac{\partial \left( \frac{v_g}{E} \right)}{\partial R_1} = - \frac{R_2}{(R_1 + R_2)^2}$$

Que valor adotar p/ R<sub>2</sub> para que a sensibilidade do circuito seja **MÁXIMA**?

⇒ Faz-se a derivada da função (S<sub>R<sub>1</sub></sub>) em relação a R<sub>2</sub>



⇒ O pto de máximo ou mínimo é obtido ao igualar o resultado da derivada a zero

Chega-se à conclusão que:

$$R_2 = R_1$$

Lembrando-se que no equilíbrio:

$$R_1 R_4 = R_2 R_3 \Rightarrow R_3 = R_4$$

Agora os valores de R2, R3 e R4 foram escolhidos para a condição de máxima sensibilidade, temos outro problema:

2º problema:

➤ Qual será a MENOR VARIAÇÃO DE  $R_1$  que poderá ser detectada na prática?

Assumindo:

.  $R_1 = R_2$  para a condição de máx. sensibilidade

$$S_{R_1} = \frac{\partial \left( \frac{v_g}{E} \right)}{\partial R_1} = - \frac{R_2}{(R_1 + R_2)^2}$$



$S_{R_1 \max} =$

$$S_{R_1 \max} = - \frac{1}{4R_1}$$

. Limitação instrumental :  $V_g$  min detectável

$$S_{R_1} = \frac{\partial \left( \frac{v_g}{E} \right)}{\partial R_1}$$



$$S_{R_1} \sim \frac{\Delta v_g}{\Delta R_1} \cdot \frac{1}{E}$$

$$\Delta R_{1 \min} = \frac{1}{S_{R_1}} \frac{\Delta v_{g \min}}{E}$$



$$\left| \frac{\Delta R_{1 \min}}{R_1} \right| = 4 \cdot \left| \frac{\Delta v_{g \min}}{E} \right| = p_m$$

Para alcançar o equilíbrio, é necessário:

$$\frac{\Delta R_{3 \min}}{R_3} \leq p_m$$

$$\left| \frac{\Delta R_{1 \min}}{R_1} \right| = 4 \cdot \left| \frac{\Delta v_{g \min}}{E} \right| = p_m$$

$p_m \rightarrow$  variação relativa de  $R_1$

$p_m$  permite avaliar a sensibilidade da ponte

$p_m$  depende:

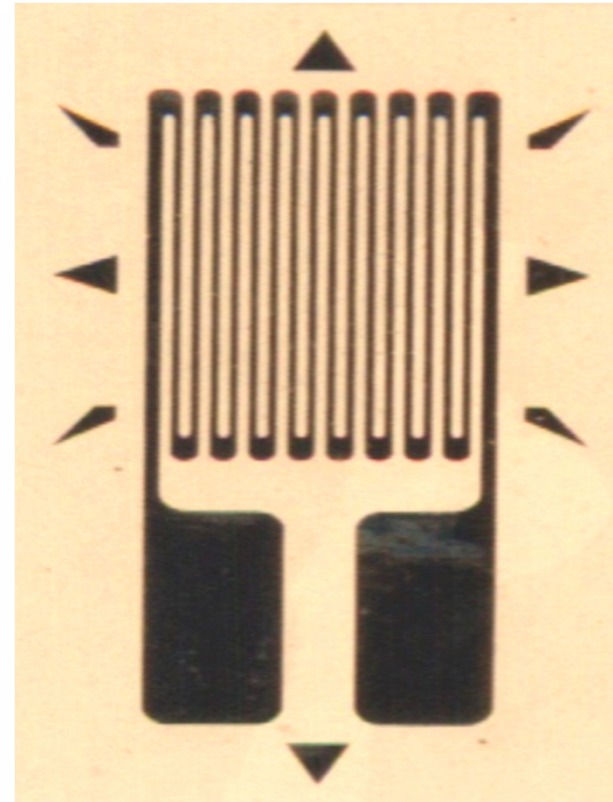
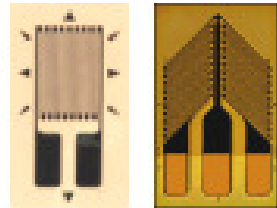
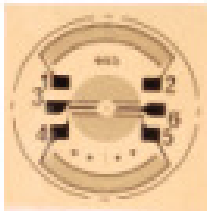
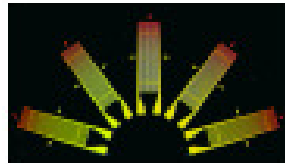
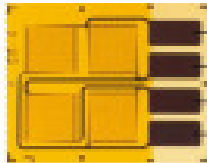
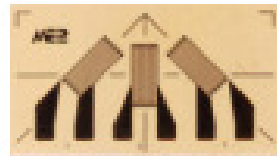
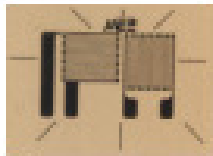
. resolução do medidor ( $\Delta V_{g \min}$ )

. tensão de alimentação constante

### TENSÃO DE ALIMENTAÇÃO

$\rightarrow$  atender as especificações dos resistores (potência máxima dissipada)

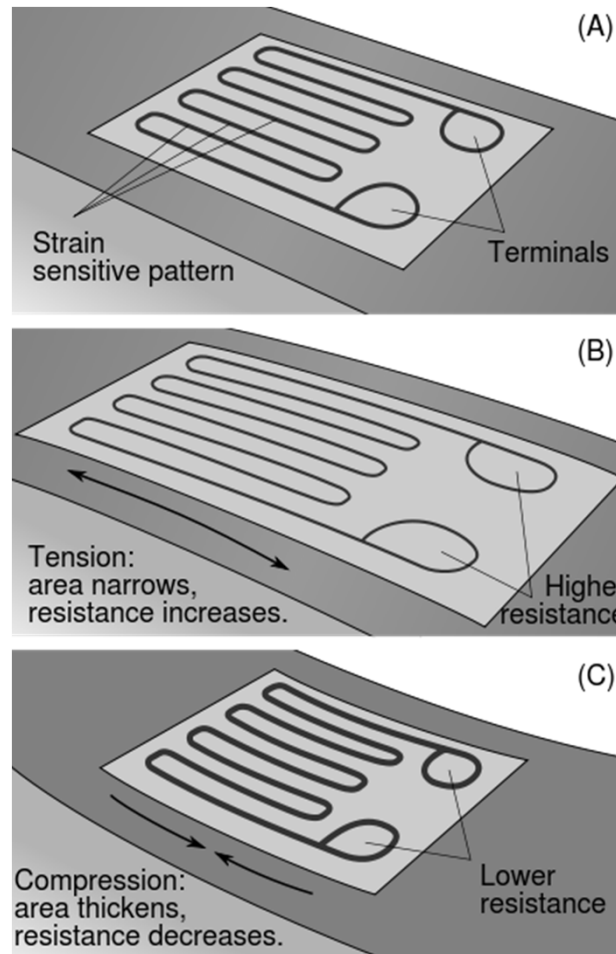
**Neste experimento**  
**R1 = Sensor: Extensômetro ou Strain-Gauge**





# Deformação do Strain-gauge submetido à deformação

$$R = \rho L/A$$




# Exemplos de aplicação:

- Medidas de deformação elástica (distensão: tração ou compressão)
- Monitoração de Pontes e Edificações
- Balanças Eletrônicas – células de carga

# Condicionamento do sinal para Strain Gauge:

Sensibilidade:  $GF = \frac{\frac{\Delta R}{R}}{\frac{\Delta L}{L}}$  ; onde  $GF \approx 2$  (metais)

Supondo:  $\frac{\Delta L}{L} = \frac{200 \mu m}{1 m} = 2 \times 10^{-4}$    $\frac{\Delta R}{R} = 4 \times 10^{-4}$

$$R = 120 \Omega, \text{ logo } \Delta R = 0,048 \Omega$$

Para assegurar exatidão nesta medição: Circuitos Ponte!