

# SEM 536 - Sistemas de Controle I

## Aula 9 - Margens de Ganho e de Fase

### Compensadores Avanço e Atraso

Adriano A. G. Siqueira

Universidade de São Paulo

- Entrada senoidal:  $u(t) = U\text{sen}(\omega t)$
- Saída senoidal :  $y(t) = U|G(j\omega)|\text{sen}(\omega t + \angle G(j\omega))$
- $|G(j\omega)| =$  relação de amplitudes da saída e da entrada.
- $\angle G(j\omega) =$  defasagem da senóide de saída com relação à senóide de entrada.

# Diagrama de Bode

- Gráfico do logaritmo do módulo de  $G(j\omega)$
- Gráfico do ângulo de fase de  $G(j\omega)$

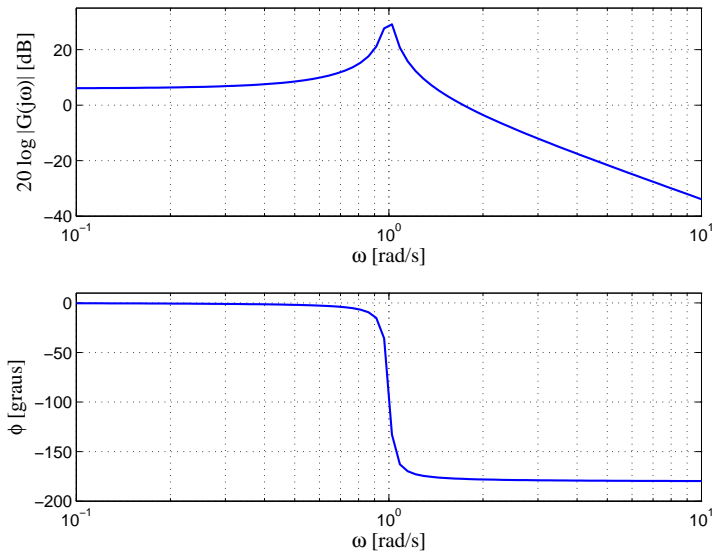
Em função da frequência de entrada  $\omega$  em escala logarítmica

Representação padrão:  $20\log|G(j\omega)|$

Unidade: dB (decibel)

# Diagrama de Bode

Diagrama de Bode



- Sistema em malha aberta:

$$G(s) = \frac{1}{s(s+1)^2}$$

- MatLab: *sisotool*

# Margem de ganho e de fase

- $MG$ : inverso do módulo  $|G(j\omega)|$  na frequência onde o ângulo de fase é  $-180^\circ$ .

$$MG = \frac{1}{|G(j\omega)|}$$

- $MG$  (em dB): diferença em dB do gráfico do módulo até 0 dB na frequência onde o ângulo de fase é  $-180^\circ$ . Positiva se  $|G(j\omega)|$  em dB  $< 0$  e negativa caso contrário.

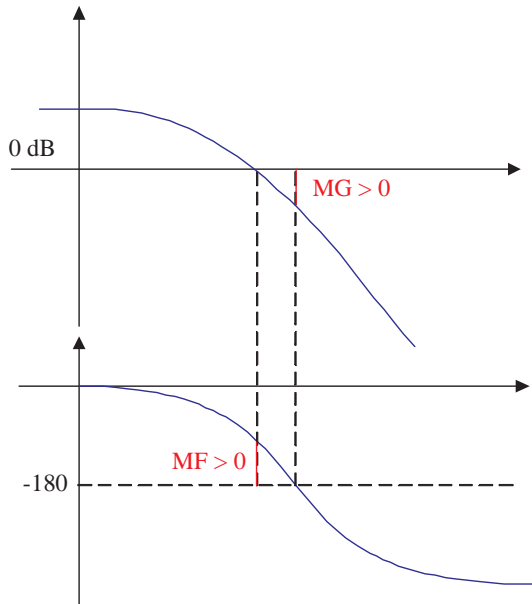
# Margem de ganho e de fase

- $MF$ :  $180^\circ$  mais o ângulo de fase ( $\phi$ ) na frequência de cruzamento do ganho (quando  $|G(j\omega)| = 0dB$ ).

$$MF = 180 + \phi$$

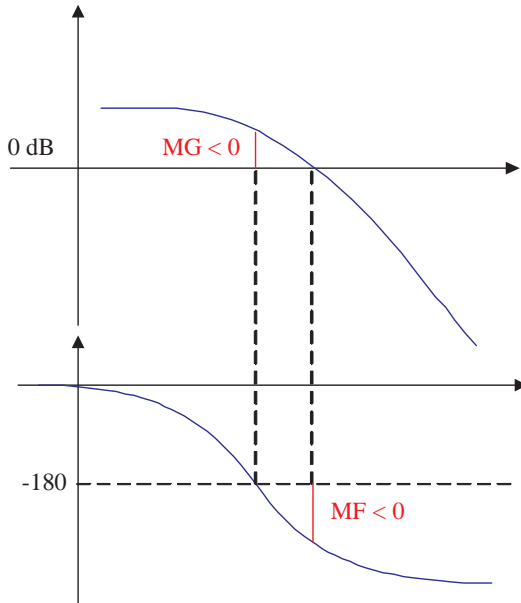
- $MF$ : diferença em graus do gráfico de fase até  $-180^\circ$  na frequência de cruzamento do ganho. Positiva se  $\phi > -180^\circ$  e negativa caso contrário.

# Margem de ganho e de fase positivas: sistema estável





# Margem de ganho e de fase negativas: sistema instável



**Diagrama de Nyquist** ou gráficos polares:

- Gráfico da parte imaginária de  $G(j\omega)$  versus a parte real de  $G(j\omega)$

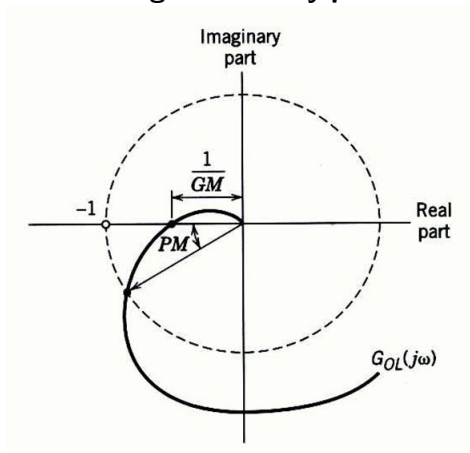
$$\text{Imag}[G(j\omega)] \times \text{Re}[G(j\omega)]$$

**Diagrama de Nichols/Black:**

- Gráfico do módulo de  $G(j\omega)$  versus a fase de  $G(j\omega)$

$$|G(j\omega)| \times \angle G(j\omega)$$

## Diagrama de Nyquist



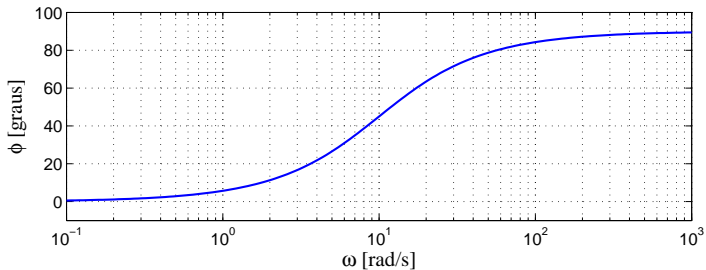
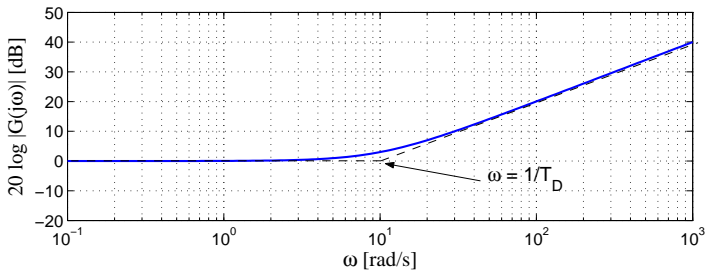
- Compensador da forma

$$C(s) = K \frac{s + z}{s + p} = K_c \frac{T_s + 1}{\alpha T_s + 1}$$

- Avanço:  $z < p$  ou  $\alpha < 1$
- Próximo ao PD:  $C(s) = K(T_D s + 1)$

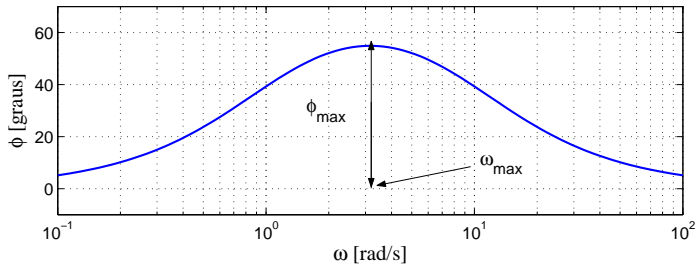
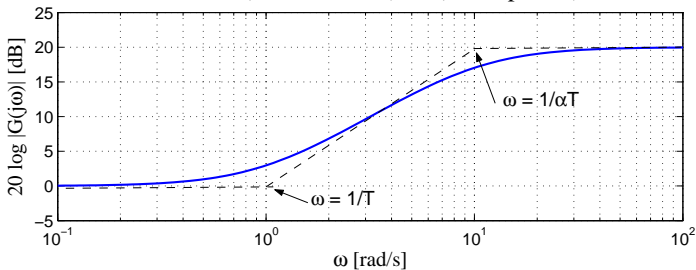
# Resposta em Frequência de um PD

PD ( $K=1, T_D = 0.1$ )



# Resposta em Frequência de um Compensador em Avanço

Avanço ( $T = 1, \alpha = 0.1$ ) ou ( $z = 1, p = 10$ )



- $T = 1$  e  $\alpha = 0.1$

- Acréscimo de fase máximo:

$$\text{sen}\phi_{max} = \frac{1 - \alpha}{1 + \alpha} \Rightarrow \phi_{max} = 54.9^\circ$$

- Frequência:

$$\omega_{max} = \frac{1}{T\sqrt{\alpha}} = 3.16\text{rad/s}$$

- Exemplo

$$G(s) = \frac{1}{s(s+1)}$$

- Erro em regime permanente menor que 0.1 para entrada rampa
- Sobressinal  $M_p < 25\% \Rightarrow MF > 45^\circ$



- Erro de regime

$$e_{ss} = \lim_{s \rightarrow 0} s[1 - T(s)]R(s)$$

- Erro de regime para entrada rampa  $R(s) = 1/s^2$

$$e_{ss} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{1}{s + C(s)[1/(s + 1)]} = \frac{1}{C(0)}$$

- Sendo

$$C(s) = K_c \frac{T_s + 1}{\alpha T_s + 1} \Rightarrow C(0) = K_c$$

- Para  $e_{ss} = 0.1 \Rightarrow K_c = 10$

- *sisotool*

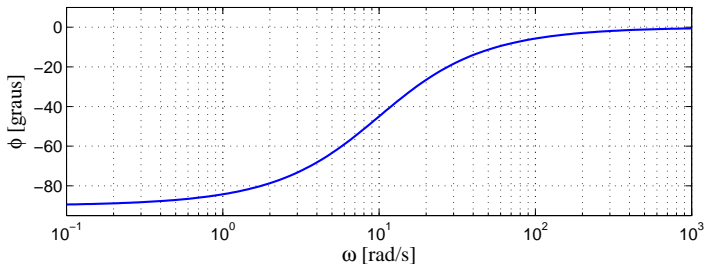
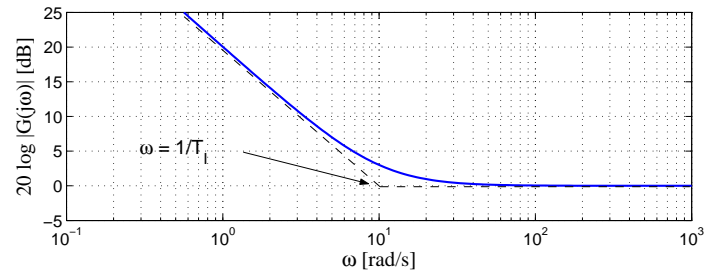
- Compensador da forma

$$C(s) = K \frac{s + z}{s + p} = K_c \frac{T_s + 1}{\alpha T_s + 1}$$

- Atraso:  $z > p$  ou  $\alpha > 1$
- Próximo ao PI:  $C(s) = \frac{K}{s} \left( s + \frac{1}{T_I} \right)$

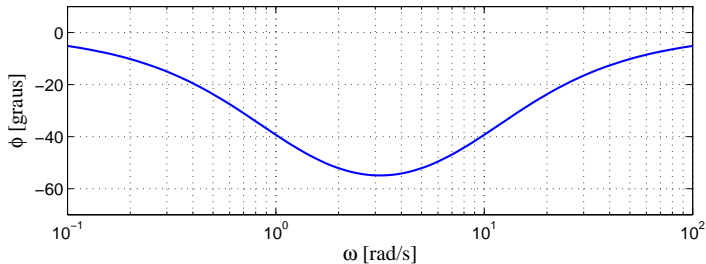
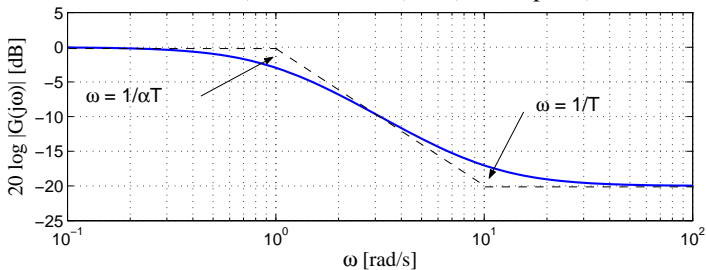
# Resposta em Frequência de um PI

PD ( $K=1, T_I = 0.1$ )



# Resposta em Frequência de um Compensador em Atraso

Atraso ( $T = 0.1$ ,  $\alpha = 10$ ) ou ( $z = 10$ ,  $p = 1$ )



- Exemplo

$$G(s) = \frac{1}{s(s+1)}$$

- $K_c = 10$
- *sisotool*