Capítulo 1

Controle de Posição

1.1 Objetivos

O objetivo deste experimento é familiarizar o estudante com o procedimento de ajuste dos parâmetros de controladores do tipo **PD**. Nesse sentido, serão desenvolvidos o projeto do controlador e a avaliação de seu desempenho.

1.2 Modelo matemático

Um motor elétrico de corrente contínua é composto por uma parte móvel (rotor), definida por um conjunto de espiras, e uma parte fixa (estator) geradora de campo magnético. O seguinte esquema eletromecânico, Figura 1.1, representa o motor elétrico CC:

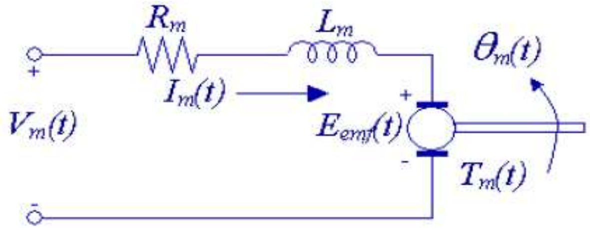

Figura 1.1: Diagrama eletromecânico do motor CC.

sendo $V_m(t)$ a tensão aplicada ao rotor, $I_m(t)$ a corrente que circula pelas espiras, R_m a resistência do conjunto de espiras, L_m a indutância característica do rotor, E_{emf} a força contra eletromotriz induzida nas espiras pelo campo magnético do estator, $T_m(t)$ o torque desenvolvido pelo motor CC e $\theta_m(t)$ a posição angular do eixo do motor.

Usando a lei de Kirchhoff de tensão, obtém-se a equação abaixo:

$$V_m - R_m I_m - L_m \frac{dI_m}{dt} - E_{emf} = 0. \tag{1.1}$$

Como $L_m << R_m$, pode-se desconsiderar a indutância do motor, assim $I_m = \frac{V_m - E_{emf}}{R_m}$. Sabe-se que a força contra eletromotriz criada pelo motor é proporcional à velocidade do rotor ω_m tal que:

$$I_m = \frac{V_m - K_m \dot{\theta}_m}{R_m} \qquad (\dot{\theta}_m = \omega_m). \tag{1.2}$$

Do ponto de vista mecânico, aplicando a segunda lei de Newton ao movimento do rotor do motor:

$$J_m \ddot{\theta}_m = T_m - \frac{T_l}{\eta_g K_g}, \tag{1.3}$$

sendo $\frac{T_l}{\eta_g K_g}$ a carga de torque visto direto das engrenagens e η_g a eficiência da caixa de engrenagens; e ao movimento da carga acoplada ao eixo do motor:

$$J_l \ddot{\theta}_l = T_l - B_{eq} \dot{\theta}_l, \tag{1.4}$$

sendo B_{eq} o coeficiente viscoso de amortecimento; obtém-se a equação dinâmica do movimento dada por

$$J_l \ddot{\theta}_l = \eta_g K_g T_m - \eta_g K_g J_m \ddot{\theta}_m - B_{eq} \dot{\theta}_l. \tag{1.5}$$

Utilizando as transformações $\theta_m = K_g \theta_l$ e $T_m = \eta_m K_t I_m$ (sendo η_m a eficiência do motor), a equação (1.5) pode ser reescrita como

$$J_l \ddot{\theta}_l + \eta g K_g^2 J_m \ddot{\theta}_l + B_{eq} \dot{\theta}_l = \eta_g \eta_m K_g K_t I_m. \tag{1.6}$$

Finalmente, combinando as equações elétrica, (1.2), e mecânica, (1.6), a função de transferência que estabelece a relação entre a posição angular da carga acoplada ao eixo, θ_l e a tensão aplicada ao motor, V_m, é dada por

$$\frac{\theta_l(s)}{V_m(s)} = \frac{\eta_g \eta_m K_t K_g}{J_{eq} R_m s^2 + (B_{eq} R_m + \eta_g \eta_m K_m K_t K_g^2)s}, \tag{1.7}$$

sendo $J_{eq} = J_l + \eta_g J_m K_g^2$.

1.3 Controlador

Considerando os parâmetros do motor, a função de transferência do motor CC utilizado nesta prática é dada por:

$$G(s) = \frac{\theta_l}{V} = \frac{61}{s^2 + 35s}. \tag{1.8}$$

O propósito nesta prática de laboratório é a implementação de um controlador do tipo **PID** para posicionar o eixo do motor CC. Observando a equação (1.8), verifica-se que a função de transferência da planta $G(s)$ apresenta um pólo em $s = 0$. Sendo assim, o termo integrador K_I do controlador **PID** será omitido, uma vez que o objetivo de sua implementação seria introduzir esse pólo em $s = 0$ no sistema em malha aberta. No sentido clássico, um controlador **PD** teria a forma: $C(s) = K_P + K_D s$. No entanto, acoplar esse controlador diretamente ao sistema resultaria na introdução de um zero no numerador da função de transferência em malha fechada:

$$T_{PD}(s) = \frac{\theta_l}{\theta_l^d} = \frac{61(K_P + K_D s)}{s^2 + (35 + 61K_D)s + 61K_P}. \tag{1.9}$$

Neste formato a equação (1.9) não se encaixa diretamente à função de transferência de segunda ordem geralmente utilizada na análise de especificações de desempenho de tempo:

$$\frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}. \tag{1.10}$$

Portanto, propõe-se a implementação de um controlador do tipo **PV**, como na Figura 1.2, tal que $V_m(\theta_l) = -K_P(\theta_l - \theta_l^d) - K_V \dot{\theta}_l$.

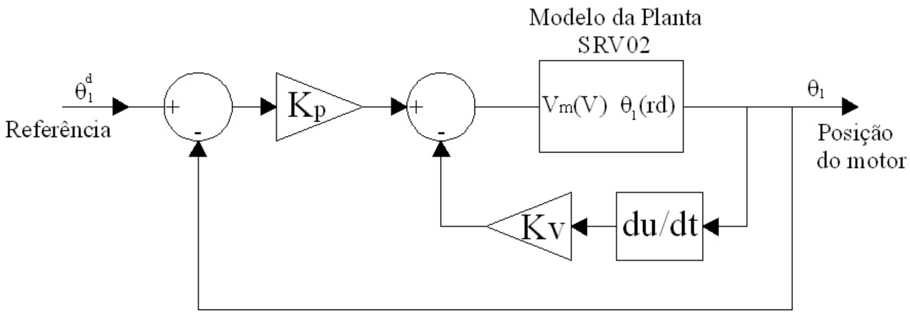

Figura 1.2: Diagrama de blocos do sistema em malha fechada comm controlador PV.

A função de transferência em malha fechada é dada por:

$$T_{PV}(s) = \frac{\theta_l}{\theta_l^d} = \frac{61K_P}{s^2 + (35 + 61K_D)s + 61K_P}. \tag{1.11}$$

As equações características da função de transferência de malha fechada com os controladores **PV** e **PD** são iguais. Um controlador **PV** é, em essência, um controlador **PD** sem o indesejado zero, possibilitando ao projetista atender às especificações de tempo utilizando somente a equação característica do sistema.

1.4 Procedimento de Laboratório

1.4.1 Ligações e conexões

A primeira tarefa é assegurar que todo o sistema está ligado corretamente. Se você está inseguro com a ligação, chame o professor.

1.4.2 Implementação

Utilizando o prorama *SRV02_position_e_pv_ni.vi* no LabVIEW, implemente o controlador e observe os efeitos na planta. Configure a planta com **gear type = high gear** e **load type = disk load**.

Prática 02 - Controle de Posição

Data: ______________________

Integrantes do Grupo:

1:____

2:____

3:____

4:____

5:____

6:____

1. Para o sistema em malha fechada com controlador PV, obtenha as expressões de ω_n e ζ em função de K_P e K_V. O que acontece com ω_n quando K_P aumenta/diminui? O que acontece com ζ quando K_P e/ou K_V aumenta/diminui?

   R.____

   ____

   ____

   ____

   ____

2. Varie o valor dos ganhos K_P e K_V e complete a tabela abaixo.

		Teórico				**Experimental**			
K_p	K_v	Mp	t_p	ω_n	ζ	Mp	t_p	ω_n	ζ
10	0.05								
10	0.1								
20	0.05								
20	0.1								
30	0.05								
30	0.1								
40	0.05								
40	0.1								

Sobressinal: $M_P = e^{\left(\frac{-\zeta\pi}{\sqrt{1-\zeta^2}}\right)}$, Tempo do pico: $t_p = \frac{\pi}{\omega_n\sqrt{1-\zeta^2}}$.

3. Crie o Lugar das Raízes no Matlab considerando a variação do parâmetro K_P e fixando o valor de K_v em 0.1. Compare os valores de ω_n e ζ obtidos no Lugar das Raízes com os resultados obtidos na tabela do item 2.

   R.____

4. Crie o Lugar das Raízes no Matlab considerando a variação do parâmetro K_V e fixando o valor de K_P em 20. Compare os valores de ω_n e ζ obtidos no Lugar das Raízes com os resultados obtidos na tabela do item 2.

   R.____