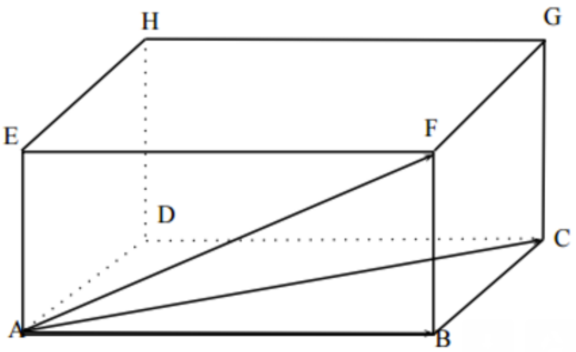
IME-USP
MAT105 – Geometria Analítica – 1/2020

Lista 3 – Retas no Espaço

(De (1) a (5): exercícios de revisão e de (6) a (13): exercícios de equação de retas.)

(1) Na figura abaixo, ABCDEFGH é um paralelepípedo retângulo. Sejam $\vec{e}_1 = \overrightarrow{AB}$, $\vec{e}_2 = \overrightarrow{AC}$ e $\vec{e}_3 = \overrightarrow{AF}$.



Determine as coordenadas dos pontos A, B, C, D, E, F, G, H em relação ao sistema $(A, \vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$.

(2) Mostre que os pontos $A = (1, 2, -1)$, $B = (0, 1, 1)$ e $C = (2, 0, 0)$ são vértices de um triângulo equilátero.

(3) Verifique se os pontos $A = (2, 6, -5)$, $B = (6, 9, 7)$, $C = (5, 5, 0)$ e $D = (3, 10, 2)$ são vértices de um paralelogramo.

(4) Mostre que os pontos $E = (3, 0, -1)$, $F = (0, 3, 0)$, $G = (5, 1, -2)$, $H = (-4, 1, 2)$ são vértices de um trapézio. Em seguida, calcule sua área.

(5) Verifique que os pontos $A = (1, 1, 0)$, $B = (0, 1, 1)$, $C = (1, 2, 3)$ e $D = (-4, 6, 4)$ são vértices de um tetraedro. Em seguida, calcule seu volume.

(6) Ache as equações paramétricas da reta que passa por $A = (3, 3, 3)$ e é paralela à reta BC, sendo $B = (1, 1, 0)$ e $C = (-1, 0, -1)$.

(7) Obtenha dois pontos e dois vetores diretores da reta cujas equações paramétricas são: $\begin{cases} x = 1 - \lambda \\ y = \lambda \\ z = 4 + 2\lambda \end{cases}$

Verifique se os pontos $P = (1, 3, -3)$ e $Q = (-3, 4, 12)$ pertencem a reta.

(8) São dados os pontos $A = (3, 6, -7)$, $B = (-5, 2, 3)$ e $C = (4, -7, -6)$. Escreva equações paramétricas da mediana relativa ao vértice C do triângulo ABC.

(9) Dados os pontos $A = (1, 2, 5)$ e $B = (0, 1, 0)$, determine P sobre a reta que passa por A e B tal que o comprimento de PB seja o triplo do comprimento de PA.

(10) Escreva equações paramétricas e simétricas (quando houver) para a reta r, que passa pelo ponto $A = (2, 0, -3)$ e:

(a) é paralela à reta $s : \dfrac{1 - x}{5} = \dfrac{3y}{4} = \dfrac{z + 3}{6}$.

(b) é paralela à reta que passa pelos pontos $B = (1, 0, 4)$ e $C = (2, 1, 3)$.

(11) Verifique se $r = s$ nos casos:

(a) $r : \begin{cases} x = 1 - \lambda \\ y = 2 + 2\lambda \quad (\lambda \in \mathbb{R}) \\ z = -1 + \lambda \end{cases}$ $\qquad s : \begin{cases} x = 1 - \frac{1}{2}\mu \\ y = 2 + \mu \quad (\mu \in \mathbb{R}) \\ z = 1 + \frac{1}{2}\mu \end{cases}$

(b) $r : X = (1, 1, 0) + \lambda \left(1, 0, -\frac{1}{2}\right) \quad (\lambda \in \mathbb{R}) \qquad s : X = \left(0, 1, \frac{1}{2}\right) + \mu(-2, 0, 1) \quad (\mu \in \mathbb{R})$

(12) Dados $A = (0, 2, 1)$, $r : X = (0, 2, -2) + \lambda(1, -1, 2)$, ache os pontos de r que distam $\sqrt{3}$ de A.

(13) Dada a reta $r : X = (1, 0, 0) + \lambda(1, 1, 1)$ e os pontos $A = (1, 1, 1)$, $B = (0, 0, 1)$, ache o ponto de r equidistante de A e B.