OBSERVADORES ESTADO

FILTRO DE KALMAN (DISCRETO)

MODELO DO SISTEMA

$$x_K = A x_{K-1} + B u_{K-1} + w_{K-1} \ldots$$

CONTÍNUO

$$\dot{x} = Ax + Bu$$

$$\frac{x_K - x_{K-1}}{\Delta t} = A x_{K-1} + B u_{K-1}$$

$$x_K = \underbrace{(A \Delta t + I)}_{A_{disc}} x_{K-1} + \underbrace{B \Delta t}_{B_{disc}} u_{K-1}$$

x_K = ESTADO $(n \times 1)$

A = MATRIZ SISTEMA $(n \times n)$

B = MATRIZ ENTRADA_ESTADO $(n \times 1)$

u = ENTRADA (1×1)

w = RUIDO DO PROCESSO OU INCERTEZA DO MODELO

ASSUMIDO GAUSSIANO $(0 ; Q)$

MEDIA COVARIÂNCIA

$$P(w) \sim N(0, Q)$$

MODELO DA MEDIDA

$$z_K = H x_K + v_K$$

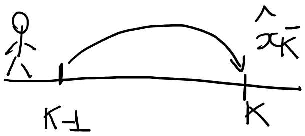
z_K = MEDIDAS $(m \times 1)$

H = ESTADO-SAIDA $(m \times n)$

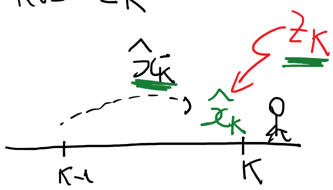
v_K = RUIDO DOS SENSORES

$$P(v) = N(0 ; R)$$

$\hat{x}_K^-$ = ESTIMAÇÃO A PRIORI DOS ESTADOS NO INSTANTE K



$\hat{x}_K$ = ESTIMAÇÃO A POSTERIORI, APÓS RECEBER AS MEDIDAS DOS SENSORES z_K



$$e_K^- = x_K - \hat{x}_K^- \rightarrow P_K^- = E\left[e_K^- \cdot e_K^{-T}\right]$$

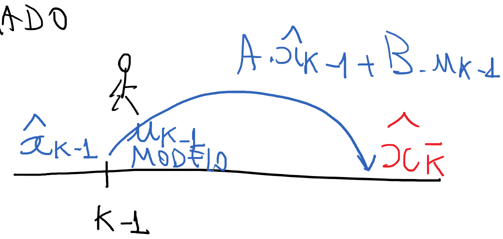
$$e_K = x_K - \hat{x}_K \rightarrow P_K = E\left[e_K \cdot e_K^T\right]$$

2 PASSOS FK

1) PREDIÇÃO → PREVER O SISTEMA NO INSTANTE K, CONHECENDO O MODELO E O ESTADO K-1 ESTIMADO

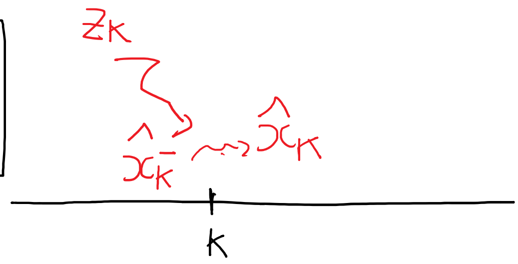
$$\boxed{\hat{x}_K^- = A\hat{x}_{K-1} + B u_{K-1}}$$

$$\boxed{P_K^- = A P_{K-1} A^T + Q}$$



2) CORREÇÃO →

$$\boxed{\hat{x}_K = \hat{x}_K^- + K_K\left(\underbrace{z_K - H\hat{x}_K^-}_{\text{INOVAÇÃO}}\right)}$$



$$\begin{cases} P_K = (I - K_K H)P_K^- \\ K_K = P_K^- H^T \cdot (H^T \cdot P_K^- \cdot H^T + R)^{-1} \end{cases}$$

↳ OBTIDA P/ MINIMIZAR P_K

PARÂMETROS

→ RUIDO 1

→ RUIDO 2

$$R = \text{RUIDO MEDIDA} \quad \begin{pmatrix} x & & & \\ & x & & 0 \\ 0 & & x & \\ & & & x \end{pmatrix}$$

Q = RUIDO PROCESSO → PODE SER OBTIDA COM TÉCNICAS IDENTIF. SISTEMAS OU AJUSTE POR SINTONIA

$$\begin{pmatrix} Q_{11} & & \\ & Q_{22} & 0 \\ 0 & & Q_{33} \\ & & & \ddots \end{pmatrix}$$

CASOS LIMITES

CASOS LIMITES (Q_{33})

2) R GRANDE

$K_K \to 0$

$$\boxed{\hat{x}_K = \hat{x}_K^-} + \underbrace{K_K(z_K - H\hat{x}_K^-)}_{\to 0}$$

MAIS IMPORTÂNCIA AO MODELO!

POUCA IMPORT. P/SENSOR

1) SENSOR MUITO BOM

$R \to 0$

$Q \to \infty$ OU e H é quadrado

$\Rightarrow$

$$K = P_K^- \underbrace{\underbrace{H^T \cdot H^{T^{-1}}}_{} \cdot P_K^{-^{-1}}}_{I} \cdot H^{-1}$$

I

$$\boxed{K = H^{-1}}$$

$$\hat{x}_K = \cancel{\hat{x}_K^-} + H^{-1} \cdot z_K - \cancel{\hat{x}_K^-}$$

$$\boxed{\hat{x}_K = H^{-1} \cdot z_K} \to \text{SENSOR} \times H^{-1}$$

CONFIO 100% SENSOR

EXTENDED KALMAN FILTER (EKF)

$$\begin{cases} x_K = f(x_{K-1}, u_{K-1}, w_{K-1}) \\ z_K = h(x_K, v_K) \end{cases}$$

W, V RUÍDOS ; APROXIMAÇÃO DOS

ESTADOS SEM RUIDO:

$$\tilde{x}_K = f(\hat{x}_{K-1}; u_{K-1}; 0)$$

$$\tilde{z}_K = h(\hat{x}_K; 0)$$

MODELO LINEARIZADO

$$\begin{cases} x_K = \tilde{x}_K + A(x_{K-1} - \hat{x}_{K-1}) + W \cdot w_{K-1} \\ z_K = \tilde{z}_K + H(x_K - \tilde{x}_K) + V \cdot v_K \end{cases}$$

- x_K, z_K = ESTADOS E MEDIDAS REAIS
- $\tilde{x}_K, \tilde{z}_K$ = APROXIMAÇÃO SUPONDO RUIDO NULO
- $\hat{x}_K$ = APROXIMAÇÃO A POSTERIORI

$$A_{ij} = \frac{\partial f_i}{\partial x_j} \cdot (\hat{x}_{K-1}, u_{K-1}, 0)$$

$$W_{ij} = \frac{\partial f_i}{\partial w_j} \cdot (\hat{x}_{K-1}, u_{K-1}, 0)$$

$$V_{ij} = \frac{\partial h_i}{\partial v_j} (\tilde{x}_K ; 0)$$

$$H_{ij} = \frac{\partial h_i}{\partial x_j}(\tilde{x}_k ; 0)$$

EFK 2PASSOS

PREDIÇÃO

$$\begin{cases} \hat{x}_k^- = f(\hat{x}_{k-1}, u_{k-1}, 0) \\ P_k^- = A_k P_{k-1} A_k^T + W_k Q_{k-1} W_k^T \end{cases}$$

CORREÇÃO

$$\begin{cases} \hat{x}_k = \hat{x}_k^- + K_k \cdot (z_k - h(\hat{x}_k^- ; 0)) \\ K_k = P_k^- H_k^T (H_k P_k^- H_k^T + V_k R_k V_k^T)^{-1} \\ P_k = (I - K_k H_k) P_k^- \end{cases}$$

OBSERVADOR BASEADO EM MODOS DESLIZANTES

$$\ddot{x}_1 = f$$

ESTIMADOR

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}_1 = -\alpha \tilde{x}_1 + \hat{x}_2 - K_1 \operatorname{sgn}(\tilde{x}_1) \\ \dot{\hat{x}}_2 = -\alpha \tilde{x}_1 + \hat{f} - K_2 \operatorname{sgn}(\tilde{x}_1) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \tilde{x}_1 = \hat{x}_1 - x_1 \\ \tilde{x}_2 = \hat{x}_2 - x_2 \end{cases}$$

$$\dot{\tilde{x}}_1 = \dot{\hat{x}}_1 - \dot{x}_1 = -\alpha \tilde{x}_1 + \hat{x}_2 - K_1 \operatorname{sgn}(\tilde{x}_1) - x_2$$

$$\boxed{\dot{\tilde{x}}_1 = -\alpha \tilde{x}_1 + \tilde{x}_2 - K_1 \operatorname{sgn}(\tilde{x}_1)}$$

$$\dot{\tilde{x}}_2 = \dot{\hat{x}}_2 - \dot{x}_2$$

$$\dot{\tilde{x}}_2 = -\alpha_2 \tilde{x}_1 + \hat{f} - K_2 \operatorname{sgn}(\hat{x}_1) - f$$

$$\boxed{\dot{\tilde{x}}_2 = -\alpha_2 \tilde{x}_1 + \Delta f - K_2 \operatorname{sgn}(\tilde{x}_1)}$$

se $K_2 > |\Delta f|$

$$\tilde{x}_1 \to 0$$

$$\tilde{x}_2 \to 0$$