UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

FACULDADE DE EDUCAÇÃO

Sophia Lopes Ribeiro Fiorotto

“UTILIZANDO A HISTÓRIA DA MATEMÁTICA PARA A PRODUÇÃO DE EXPERIÊNCIAS NO ESTÁGIO REMOTO”

SÃO PAULO

2020

SOPHIA

UTILIZANDO A HISTÓRIA DA MATEMÁTICA PARA A PRODUÇÃO DE EXPERIÊNCIAS NO ESTÁGIO REMOTO

Trabalho de Metodologia
EDM0427 - Metodologia do Ensino de Matemática I
Profª Drª Raquel Milani
Sophia Lopes Ribeiro Fiorotto (IME - USP)
NºUSP: 10298349

SÃO PAULO

2020

Introdução

- **Público:** Vamos trabalhar com alunos do 6º ano e 8º ano

- **Conteúdo:** Sistema de numeração decimal: características, leitura, escrita e comparação de números naturais e de números racionais representados na forma decimal trabalhando a habilidade (EF06MA02) do currículo paulista que trata de reconhecer o sistema de numeração decimal como fruto de um processo histórico, percebendo semelhanças e diferenças com outros sistemas de numeração, de modo a sistematizar suas principais características (base, valor posicional e função do zero), utilizando, inclusive, a composição e decomposição de números naturais e números racionais em sua representação decimal.

- **Metodologia:** História da Matemática

Justificativa

No artigo “A História da Matemática numa Perspectiva para a Formação Humana dos Futuros Professores de Matemática” tem-se reflexões sobre a relação da História da Matemática com a formação humana dos futuros professores de Matemática. A ideia é se utilizar da história da matemática como aporte teórico e metodológico, para potencializar o Ensino de Matemática na perspectiva da formação humana do futuro professor, na perspectiva do Paulo Freire de educação humanista. “[...]formar é muito mais do que puramente treinar o educando para o desempenho de destrezas [...]” (FREIRE, 1996, p. 9).

O autor considera que a prática formadora, sendo ela uma prática especificamente humana, não escapa à rigorosidade ética, porém não se submete à ética do mercado. De acordo com Fauvel, a História da matemática pode auxiliar professores e alunos no entendimento e superação das falhas epistemológicas no desenvolvimento da compreensão da Matemática, bem como na construção de análises críticas.

Afirma-se, neste artigo, que a História da Matemática tem diversas possibilidades, entre elas temos:

> O aprender para ensinar e aprender a ser professor; a aproximação da universidade com a escola; a aproximação entre a HM e a educação básica; a busca das origens; a consideração dos processos de desenvolvimento conceitual, não dos resultados; a contextualização; as contribuições da HM para o desenvolvimento do pensar criativo e para o processo de cognição da Matemática; o debate, o diálogo, as dinâmicas e os materiais diferenciados como enredamento do aluno nas atividades e dispersão do professor como centro do processo educativo; desenvolver criticamente a HM como forma de aprimorar os conhecimentos durante os estudos dos conceitos matemáticos; o desenvolvimento da criticidade; o desenvolvimento da interpretação histórica crítica e questionadora; entendimento da Matemática como uma construção humana; o estabelecimento de conexões coerentes com o contexto; a HM como aporte teórico e metodológico; a HM poder tornar a Matemática mais interessante e menos pronta; a instigação para a pesquisa; a necessidade de informações para além dos conteúdos específicos; o planejamento da disciplina HM com a valorização dos aspectos intrínsecos aos questionamentos das distorções de informações históricas; a preocupação com a efetiva apreensão dos conceitos e conteúdos trabalhados em sala com os alunos, a tecnologia como recurso para possibilitar um melhor desenvolvimento das atividades historicamente embasadas.
>
> FRANSOLIN, SOUZA, 2019

Dessa forma, pode-se compreender como a perspectiva histórica da matemática pode nos elucidar uma faceta da matemática que se mantém obscura na perspectiva tradicional: a de uma matemática humana e ativa socialmente, no sentido de que também pode agir como agente despertador de reflexões críticas nos alunos.

No artigo “As potencialidades pedagógicas da história da matemática em questão: argumentos reforçadores e questionadores” são apresentados os seguintes dez argumentos que reforçam a potencialidade pedagógica da história da matemática:

1. A história é uma fonte de motivação para o ensino aprendizagem da matemática
2. A História constitui-se numa fonte de objetivos para o ensino da Matemática
3. A história constitui-se numa fonte de métodos adequados de ensino da matemática
4. A história é uma fonte para a seleção de problemas práticos, curiosos, informativos e recreativos a serem incorporados nas aulas de matemática
5. A história é um instrumento que possibilita a desmistificação da matemática e a des alienação de seu ensino
6. A história constitui-se num instrumento e formalização de conceitos matemáticos
7. A história é um instrumento de promoção do pensamento independente e crítico
8. A história é um instrumento unificador dos vários campos da matemática
9. A história constitui-se num instrumento de conscientização epistemológica
10. A história é um instrumento promotor de atitudes e valores

Temos então, diversas justificativas para esses argumentos. Acredita-se que o conhecimento histórico dos processos matemáticos desperta o interesse do aluno pelo conteúdo que está sendo ensinado. Segundo o autor, alguns apoiadores desse argumento atribuem um “poder mágico” à história, esse o qual transforma a atitude do aluno em relação à matemática.

Também afirma-se que é possível conseguir apoio na história da matemática para conseguir que os alunos percebam:

a) a matemática como uma criação humana;
b) as razões pelas quais as pessoas fazem matemática;
c) as necessidades práticas, sociais, económicas e físicas que servem de estímulo ao desenvolvimento das idéias matemáticas;
d) as conexões existentes entre matemática e filosofia, matemática e religião, matemática e lógica, etc.
e) a curiosidade estritamente intelectual que pode levar à generalização e extensão de idéias e teorias;
f) as percepções que os matemáticos têm do próprio objeto da matemática, as quais mudam e se desenvolvem ao longo do tempo;
g) a natureza de uma estrutura, de uma axiomatização e de uma prova.

Além disso, é possível apoiar-se na história da matemática quando formos escolher métodos para abordar certos tópicos da Educação Básica. Temos também o fato de a matemática poder ser desenvolvida pelo estudante por meio da resolução de problemas históricos e da análise das soluções encontradas a esses problemas no passado. Entende-se que a resolução de problemas é uma atividade por si só bem motivadora e, vinculando-se a história, aumentaria ainda mais essa potência de motivação.

Ademais, na escola, a matemática é normalmente apresentada de uma forma lógica e “emplumada” e, essa maneira de apresentá-la, não reflete a forma como esse conhecimento foi construído historicamente. Assim, fica a cargo da história desmitificar ao aluno a ideia de que a matemática é pronta e acabada.

Também afirma-se que é importante que o aluno entenda distintas formalizações do mesmo conceito, e só é possível percebê-las através do seu desenvolvimento histórico. Além disso, temos a história como instrumento para promoção de pensamento crítico, de atitudes e valores e também como unificadora de vários campos da matemática.

Como apresentado na seção anterior, o conteúdo escolhido foi: sistema de numeração decimal, suas características, leitura, escrita e comparação de números naturais e de números racionais representados na forma decimal, desenvolvendo a habilidade de reconhecer o sistema de numeração decimal como fruto de um processo histórico, percebendo semelhanças e diferenças com outros sistemas de numeração, de modo a sistematizar suas principais características (base, valor posicional e função do zero), utilizando, inclusive, a composição e decomposição de números naturais e números racionais em sua representação decimal. Assim, a partir dos objetos de conhecimento escolhidos, da habilidade a ser trabalhada e das reflexões apresentadas nessa seção, advindas da leitura crítica dos artigos citados, torna-se evidente a escolha da metodologia História da Matemática.

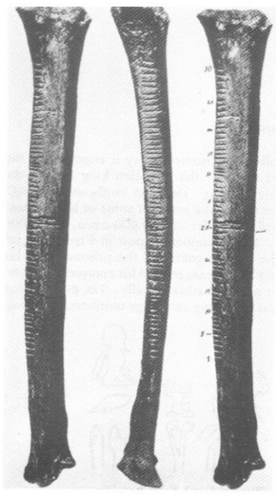
Proposta de Atividade

A ideia da atividade baseia-se na perspectiva de trabalhar a ideia de número, caminhando para uma perspectiva histórica de sistemas de numeração diferentes do que usamos atualmente de forma a nos fazer refletir sobre operações, valor posicional e a função do zero. Ainda, vamos caminhar historicamente para a introdução dos números racionais.

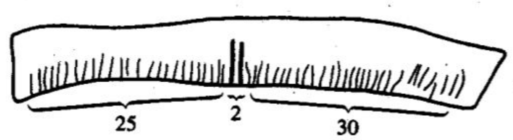
Parte 1: Registros históricos

Faremos uma discussão acerca do que os alunos consideram como número. O que significa contar? Quando começamos a contar?

Uma das descobertas arqueológicas mais fascinantes ocorreu em 1937, quando um osso de lobo com marcas, cuja datação aponta para aproximadamente 30000 a.C., foi encontrado por Karl Absolom, em Vestonice, na Tcheco-Eslováquia.



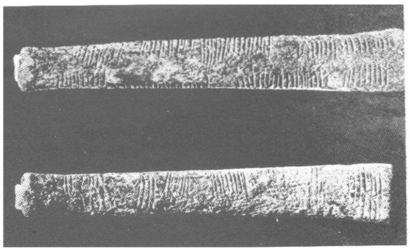
Osso de lobo pré-histórico

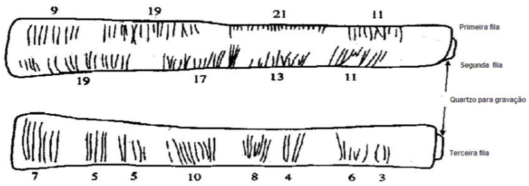


Marcas do osso de lobo

Vamos exibir a foto do osso e sua esquematização e deixar que os alunos tentem perceber alguns padrões. O osso contém 57 marcas profundas, sendo que duas delas são mais longas e separam um grupo de 25 de um grupo de 30 marcas, supostamente correspondentes ao número de presas de um caçador. Pouco se sabe sobre os povos dessa região à essa época, pois eram populações nômades que deixaram pouquíssimos vestígios.

Um outro registro interessante foi descoberto em 1950 pelo arqueólogo belga Jean de Heinzelin, nas proximidades de fronteira do Zaire e Uganda (a localidade é denominada hoje Marcas do osso de lobo). O osso contém 57 marcas profundas, sendo que duas delas são mais longas e separam um grupo de 25 de um grupo de 30 marcas, supostamente correspondentes ao número de presas de um caçador. Pouco se sabe sobre os povos dessa região à essa época, pois eram populações nômades que deixaram pouquíssimos vestígios. Ishango), provavelmente registro de um povo que viveu às margens do lago Edward em alguma época entre 9000 e 6500 a.C. (GALVÃO, 2014). Entre arpões de pesca e outros instrumentos, estava o osso com inscrições que podemos observar no diagrama a seguir:





Marcas do osso de Ishango

Novamente, vamos exibir a foto do osso com sua esquematização e propor que os alunos tentem perceber padrões nessas construções.

No osso está encravado um pedaço de quartzo, provavelmente utilizado para produzir as marcas, e temos três filas de marcas representadas nas reproduções acima. Várias suposições são feitas a respeito das representações contidas no osso de Ishango, pois temos as coincidências:

- as somas das quantidades das marcas da segunda e terceira filas são iguais a 60; - as marcas da primeira fila representam 10 + 1, 20 + 1 20 – 1, 10 –9 ; - 11, 13, 17 e 19 são números primos;
- os grupos próximos na primeira fila estão relacionadas por duplicação (3 e 6, 4 e 8, 5 e 10).

A ideia dessa atividade é que reflitam sobre a contagem e a relação dos números, principalmente os naturais.

Parte 2: Outras bases e sistemas de numeração

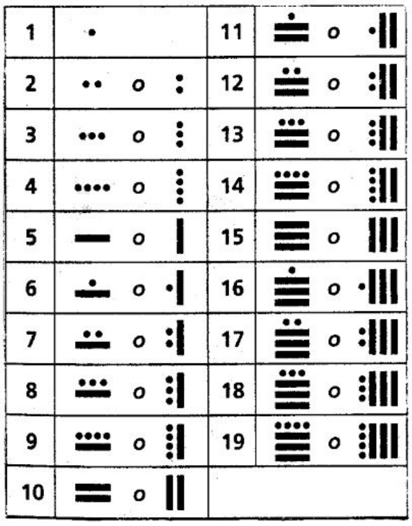
Para introduzir a noção de outras bases e outras formas de contar vamos levantar a discussão: porque temos 10 algarismos? Porque escrevemos o número de 0 a 9 e então “começamos uma nova contagem?”

Em seguida, vou propor que resolvam o seguinte desafio: Resolver a conta 129+32. Então, depois de conseguirem vou propor que resolvam a conta, porém utilizando os algarismos romanos:

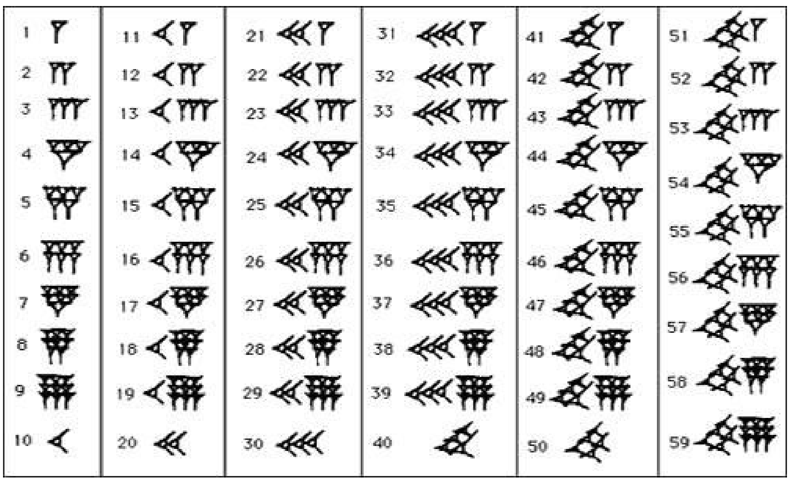
I	=	1	XX	=	20	CCC	=	300
II	=	2	XXX	=	30	CD	=	400
III	=	3	XL	=	40	D	=	500
IV	=	4	L	=	50	DC	=	600
V	=	5	LX	=	60	DCC	=	700
VI	=	6	LXX	=	70	DCCC	=	800
VII	=	7	LXXX	=	80	CM	=	900
VIII	=	8	XC	=	90	M	=	1.000
IX	=	9	C	=	100	MM	=	2.000

Sistema de numeração romano

Assim, vamos introduzir a ideia de outros sistemas de numeração como a dos babilônicos e dos maias:



Sistema de numeração maia


Sistema de numeração babilônico

Aqui, vamos discutir a ideia de sistema posicional e do zero nesse processo sugerindo algumas operações como aquela que tentamos fazer com os números romanos.

É legal perceber também que os algarismos romanos tem um “salto” maior de um para o outro.

Mas afinal, o que significa essa quantidade de algarismos? A quantidade de algarismos nos conta qual a base que estamos contando. O que significa isso? Pense nos números que estamos habituados como por exemplo 458 = 4x100 + 5x10 = 8. Note que o algarismo 4 naquela posição vale 400 que é 4x100 e o 5 vale 50 que é 5x10.
Nós já estamos acostumados a agrupar os números de 10 em 10. Isso significa que utilizamos a base decimal. Assim, ao escrevermos “327” estamos dizendo na verdade:

$$3 \times 10^2 + 2 \times 10^1 + 7 \times 10^0$$

Está convencionado que, ao dispormos os algarismos “3”, “2” e “7” um ao lado do outro, obtendo “327”, estamos falando do número trezentos e vinte e sete na base 10.

Agora, pense nos desenhos animados como por exemplo Bob Esponja ou os Simpsons. Na maioria deles, as personagens têm 4 dedos ao invés de 5. Será que eles contam da mesma forma que nós? Talvez, faça mais sentido para eles contarem agrupando de 8 em 8, já que possuem oito dedos totais nas mãos. Isso significa representar números na base 8. Como poderíamos fazer esse agrupamento de 8 em 8? Utilizando esse pensamento irei propor aos alunos tentarem escrever o número 327 na base 8..
Após as tentativas, vem a explicação. Se queremos representar o 327 na base 8, vamos precisar dividir 327 por 8, para averiguar quantos são os grupos de 8 elementos. Temos então:

$$327 \div 8 = 8 \times (40) + 7 = 8 \times 5 \times 8 + 7 = 8^2 \times 5 + 7 = 5 \times 8^2 + 0 \times 8^1 + 7 \times 8^0$$

Logo, denotamos 327 na base 8 por $(507)_8$. Podemos verificar:

$$(507)_8 = 5 \times 8^2 + 0 \times 8^1 + 7 \times 8^0 = 320 + 7 = 327$$

Vou propor que os alunos explorem essas diferentes bases e se perguntem onde no cotidiano usamos isso? Será que usamos outras bases ou estamos sempre contando na base 10? A ideia é que cheguem a conclusões como as horas, o relógio e até outros exemplos como o código de barras.
A ideia dessa atividade é que percebam algumas propriedades e noções que usamos no cotidiano e muitas vezes nos passam despercebido.

Parte 3: Números e seus diferentes significados

Na primeira parte da atividade, vimos como o número tinha um significado forte de contagem. Em algum momento, ele adquiriu outras funções e significados como o de medir por exemplo. A Escola pitagórica teve grande contribuição para a atribuição de um novo significado aos números. Pode-se resumir a concepção de Matemática na escola Pitagórica a partir dos seguintes dizeres de Tatiana Roque: “Se existiu uma “matemática pitagórica”, tratava-se de uma prática bastante concreta (...) e não deve estar relacionada ao pensamento abstrato que costumamos associar à matemática grega”. Através da representação puntiforme dos números, desenvolveram diversos resultados a partir de uma visualização geométrica da aritmética envolvida, como por exemplo:

- Todo número quadrado é a soma de dois números triangulares Sucessivos

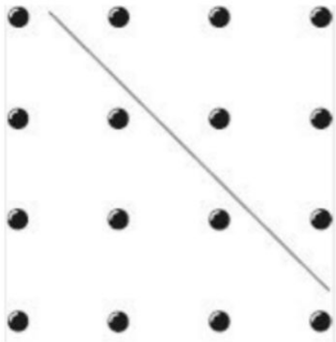


Figura 1: Em termos modernos temos: $n = \frac{n(n+1}{2} + \frac{n(n-1)}{2}$

- É possível passar de um número quadrado a um número quadrado imediatamente maior adicionando-se a sequência dos números ímpares:

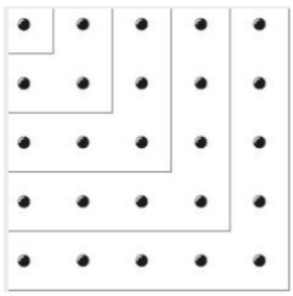
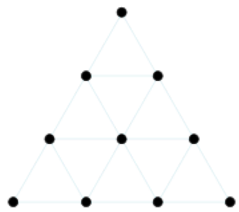


Figura 2: Em termos modernos: $n^2 + (2n+1) = (n+1)^2$

Ainda, tinham concepções como: Um número é dito perfeito se é igual a soma de seus divisores diferente dele mesmo, por exemplo: 6 = 1 + 2 + 3.

Assim, vou colocar essas figuras para os alunos e deixar que eles explorem e pensem em relações que poderíamos formar. Vamos indagar também sobre se é possível representar um número que não é natural, utilizando a representação por pontinhos. Queremos que eles percebam que de certa forma, essa matemática está amarrada a noção do número ser natural pois envolve a visualização concreta do mesmo.

Os pitagóricos também frequentemente atribuíam significados qualitativos aos números, de forma que alguns desses significados ainda guardavam alguma ideia de propriedade matemática que eles satisfazem, por exemplo: o 10 era chamado de *tetraktys* e era visto como o número perfeito. Essa noção de número perfeito era fruto de diversas crenças pitagóricas e várias vezes era representado por :



Nessa figura, facilmente percebemos que 10 = 4 + 3 + 2 + 1, por exemplo. Essa importância de o 10 ser a soma dos 4 primeiros números vinha do fato também de a crença pitagórica estar associada aos quatro elementos fogo, ar, terra e água.

Ainda, vou comentar a relação com isso e a literatura contemporânea. Em Harry Potter, por diversas vezes, trata-se da Aritmância que é uma disciplina mágica pela qual estuda-se as propriedades mágicas dos números, inclusive, em relação à previsão do futuro e a numerologia em si. Aritmância (Arithmancia), segundo Fandom (2020a), etimologicamente provém de duas palavras gregas – arithmos (que significa número) e manteia (significa mântica, adivinhação). Em uma passagem, a professora de Aritmância, Bridget Wenlock diz: "Se as letras do alfabeto foram transformadas em números (A = 1, B = 2, etc ...) e somadas até que um único número seja encontrado, como feito na Aritmancia, as letras no nome Harry resultam no número 7. (8 + 1 + 18 + 18 + 25 = 70, 7 + 0 = 7)" (ROSA, 2020). O número 7, de certa forma, guarda um grande significado na série como o fato de serem ao todo 7 livros, a princípio achavam que eram 7 Horcruxes, entre outros fatores.

Voltando pra Escola Pitagórica, para além de ter uma relação forte com os números naturais, parte dos historiadores acreditam que lá nasceu forte influência da noção de razão e proporção. Existe uma anedota de que Pitágoras estaria passeando por Samos quando passou em frente a uma oficina e percebeu que o som de alguns martelos juntos soavam melhor do que outros. Então ele teria percebido que aqueles martelos que soavam bem em conjunto tinham massas proporcionais, isto é, se um pesava 4kg, o outro que pesava 2kg soava bem com esse pois a massa de um é metade que a massa de outro (SINGH, 2002). A noção de harmonia e proporcionalidade fruto do pensamento pitagórico é algo que nos cerca até hoje, vou propor que eles pensem em exemplos onde existe essa noção de proporcionalidade.

Ainda, no violão, quando se abafa as cordas isso não produz som. Vou mostrar a eles, entretanto, que quando abafamos as cordas na 12ª casa do violão isso produz um som. Vou perguntar a eles quais hipóteses eles conseguem levantar do porque isso ocorre. Vou mostrar que isso também se verifica para a 5ª casa, porém com menor intensidade. Vou perguntar então se isso muda a hipótese deles inicial ou se surge alguma outra. Então vou revelar que isso acontece, em parte, porque a 12ª casa corresponde exatamente à metade do comprimento da corda do violão. A 5ª corresponde à metade dessa metade.

Com essa atividade com o violão, a ideia é perceberem algumas noções de proporcionalidade e dos números racionais.

Aplicação da Atividade

A aplicação da atividade foi realizada em duas “salas” pelo google meet, uma do 6º ano e outra do 8º ano. Como apliquei primeiro no 6º ano, na segunda aplicação houveram alguns alunos que quiseram assistir novamente, de forma que na sala do 8º também estavam presentes alguns alunos do 6º.

De maneira geral, acredito que os alunos receberam de forma bastante positiva e se envolveram com os problemas que propus para resolverem. Assistindo a gravação, percebi alguns pontos que faria de maneira diferente se fosse realizar a atividade novamente, entretanto acredito que consegui atingir meu objetivo de expor uma outra noção de número da qual estão acostumados. Diversos pontos da atividade, tangencio temas bastante complexos e que poderiam nos render semanas de trabalho, como a questão das bases e de outros tipos de numeração. Entretanto, meu objetivo não era que os alunos compreendessem a integridade desses temas, ou o modo de operar, mas sim que aquelas informações pudessem contribuir para a ampliação da noção de número e da própria matemática pré-existentes.

Ademais, trabalhar com a Metodologia de História da Matemática foi de grande importância pois nos permitiu uma maior humanização dos conteúdos abordados. Senti que os alunos puderam presenciar uma faceta que é pouco abordada na escolarização: a da matemática humana. Com isso, quero dizer uma matemática que é feita de forma humana e portanto admite erros e apresenta desafios que nem sempre têm respostas. Entendo que é importante apresentar essa faceta aos alunos pois várias vezes, ao estudarmos matemática, pode-se gerar experiências negativas ou até mesmo um sentimento de frustração pois a matemática que estudamos quase sempre, nos dá uma noção de completude e distanciamento da disciplina. Dessa forma, entendendo que a matemática nem sempre esteve pronta, que existem outras formas de explorar a matemática e que existem áreas com muitas perguntas em aberto, como a história da matemática, pode-se estabelecer uma maior proximidade dos alunos para com a disciplina.

A gravação das duas aplicações da atividade, bem como a apresentação original e as duas com as anotações realizadas durante a aplicação, podem ser visualizadas na seguinte pasta compartilhada do Google Drive:

Atividade EDM0427 - Metodologia do Ensino de Matemática I

Referências

- GALVÃO, Maria Elisa Esteves Lopes. As origens da Matemática: dos processos de contagem aos sistemas de numeração, Notas de aula, IME-USP, 2014.

- ROSA, Maurício. Entre “Pala” e “Hogwarts” há muita matemática. Revista Internacional de Pesquisa em Educação Matemática, v. 10, n. 2, p. 1-6, 2020.

- SINGH, Simon. O último teorema de Fermat: A história do enigma que confundiu as maiores mentes do mundo durante 358 anos. Trad. Jorge Luiz Calife, v. 2, 2002.

- FRANSOLIN, Janine Barbosa Lima; SOUZA, Roberto Barcelos. A História da Matemática numa Perspectiva para a Formação Humana dos Futuros Professores de Matemática. HIPÁTIA-Revista Brasileira de História, Educação e Matemática, v. 4, n. 1, p. 62-83, 2019.
Disponível em: <https://ojs.ifsp.edu.br/index.php/hipatia/article/view/963> Acesso em: 02/07/2020.

- MIGUEL, Antonio. As potencialidades pedagógicas da história da matemática em questão: argumentos reforçadores e questionadores. p. 73-106 (Primeira Parte: 73-89). Zetetiké, v. 5, n. 2, 1997.