Especificações de desempenho e efeito da adição de polo ou zero na resposta de um sistema de segunda ordem típico

Vilma A. Oliveira

USP São Carlos

Aula 4

Colaboradores

Elmer Alexis Gamboa Peñaloza
Rodolpho Vilela Alves Neves
Rafael Fernando Quirino Magossi
Rafael Mariano

Introdução

Esta aula é para ser ministrada de forma interativa utilizando um microcomputador com o aplicativo Matlab instalado. Tem por objetivo apresentar aos alunos os conceitos e funções Matlab básicos nos tópicos tratados no Capítulo 4 sobre especificações de desempenho e efeito de polos e zeros na resposta. No final da apresentação será proposta uma tarefa extraclasse a ser iniciada na sala de aula. Pode ser atribuída nota à tarefa realizada desde que a sua solução seja encaminhada e o aluno tenha participado da aula. A solução pode ser enviada à professora ou professor via a plataforma Moodle de disciplinas, por exemplo.

Sistema típico de segunda ordem

Sistema típico de segunda ordem

$$T(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2}$$

em que ξ denota a constante de amortecimento e ω_n a frequência natural. O polinômio característico de $G(s)$ é dado por

$$\delta(s) = s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2.$$

Seja a função de transferência de um sistema típico de segunda ordem na forma normalizada:

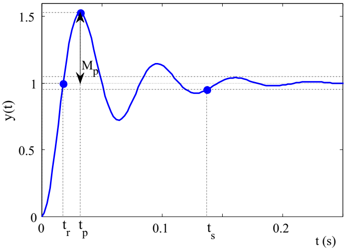
$$T(s) = \frac{1}{1 + 2\xi\left(\frac{s}{\omega_n}\right) + \left(\frac{s}{\omega_n}\right)^2}.$$

Índices de desempenho

$$t_r = \frac{\pi - \tan^{-1}\left(\frac{\sqrt{1-\xi^2}}{\xi}\right)}{\omega_n\sqrt{1-\xi^2}} \quad t_r \cong \frac{1{,}8}{\omega_n} \text{ (caso sobreamortecido)}$$

$$t_s(5\%) = \frac{3}{\xi\omega_n} \qquad t_s(2\%) = \frac{4}{\xi w_n};$$

$$t_p = \frac{\pi}{\omega_n\sqrt{1-\xi^2}} \qquad M_p = \frac{y(t_p)-y(\infty)}{y(\infty)}100\%.$$



t_r tempo de subida, M_p sobre-sinal máximo em percentagem t_p tempo em que ocorre o sobressinal máximo, t_s tempo de acomodação, ou 2% do seu valor de regime.

$$M_p = e^{\frac{-\xi\pi}{\sqrt{1-\xi^2}}}, r(t) = 1(t)$$

Adição de um polo

$$T(s) = \frac{\omega_n^2}{(s^2 + 2\xi s + \omega_n^2)(\frac{s}{\alpha\xi\omega_n} + 1)}$$

Polos complexos

```
s=tf('s')
wn=100;
zeta=0.6;
T1 = wn^2/(s^2+2*zeta*wn*s+wn^2);
figure(1)
step(T1,'g--');
hold on
for i=1:2:40
alfa=i*0.2;
T2=T1*s/((alfa*zeta*wn)+1);
step(T2);
hold on
end
lineobj = findobj('type', 'line');
set(lineobj, 'linewidth', 1.5);
```

Adição de um zero à esquerda

$$T(s) = \frac{\omega_n^2(\frac{s}{\alpha\xi\omega_n} + 1)}{(s^2 + 2\xi s + \omega_n^2)}$$

Polos complexos

```
s=tf('s')
wn=100;
zeta=0.6;
T1=wn^2/(s^2+2*zeta*wn*s+wn^2);
figure(2)
step(T1,'g--');
hold on
for i=1:10
alfa=i*0.5;
T3=T1*(1+s/(alfa*zeta*wn));
step(T3);
hold on
end
lineobj = findobj('type', 'line');
set(lineobj, 'linewidth', 1.5);
```

Exercício [1]

```
figure(3)
T4=30*(s-6)/(s*(s^ 2+4*s+13));
forma normalizada T4n
grid
for i=2:10
T4n=-30*6/13*(s/i-1)/(s*(s^ 2/13+4*s/13+1));
impulse(T4n)
hold on
end
T4s=30*6/13/(s*(s^ 2/13+4*s/13+1)); sem a adição do zero
impulse(T4s,'g–')
```

Tarefa para nota

A solução da tarefa deve conter o que foi estudado, o que foi feito e analisado.

Tarefa

1. Para o sistema com um polo real e um par de complexos conjugados estudado, analisar a dominância do polo complexo ou do polo real e plotar as respostas dos casos dominantes somente.
2. Analisar o efeito da posição do zero à esquerda no sobressinal da resposta ao degrau. Discutir sobre relação entre a localização do zero e a localização dos polos complexos para o sobressinal diminuir?
3. Analisar o efeito na resposta ao impulso do zero adicionado à direita. Verificar o efeito de *undershooting*. Quando esse efeito diminui?

Referências

[1] Abbas Emami-naeini, J. David Powell, Gene F. Franklin, Sistemas de Controle para Engenharia, BOOKMAN.