

Exame de Reavaliação – Introdução à Lógica Matemática

Professor: Jefferson Bertolai - Monitor: não há

21 de julho de 2020

PROBLEMA 1 (10.0 pontos). Em Teoria Econômica, a abordagem baseada em preferências sumariza os objetivos de um tomador de decisão por meio de uma **relação de preferência**, denotada por \succsim . Mais precisamente, os objetivos são sumarizados por uma relação binária, \succsim , em um conjunto de alternativas A . Considere as seguintes definições.

Definição (Relação Binária) O conjunto \succsim é dita uma **relação binária** em A se

$$\succsim \subseteq A \times A, \quad (1)$$

em que $A \times A \equiv \{(x, y) : x \in A \wedge y \in A\}$ é o produto cartesiano de A com A . Usualmente, a sentença $(x, y) \in \succsim$ é denotada mais compactamente por $x \succsim y$.

Definição (Relação Reflexiva) A relação \succsim é **reflexiva** se

$$\forall x \in A (x \succsim x). \quad (2)$$

Definição (Relação Transitiva) A relação \succsim é **transitiva** se

$$\forall x \in A \forall y \in A \forall z \in A ((x \succsim y \wedge y \succsim z) \Rightarrow x \succsim z). \quad (3)$$

Definição (Relação Anti-simétrica) A relação \succsim é **anti-simétrica** se

$$\forall x \in A \forall y \in A ((x \succsim y \wedge y \succsim x) \Rightarrow x = y). \quad (4)$$

Definição (Ordem Parcial) A relação \succsim é uma **ordem parcial** em A se ela é reflexiva, transitiva e anti-simétrica

Definição (Conjunto de Contorno Inferior) Para cada $x \in A$, o conjunto de contorno inferior de \succsim em x é dado por

$$P_x = \{a \in A | a \succsim x\}. \quad (5)$$

Seja A um conjunto. Considere \succsim uma **relação binária** em A e suponha que \succsim é uma **ordem parcial** em A . Utilizando as definições acima,

(a) prove que

$$\forall x \in A \forall y \in A (x \succsim y \Leftrightarrow P_x \subseteq P_y).$$