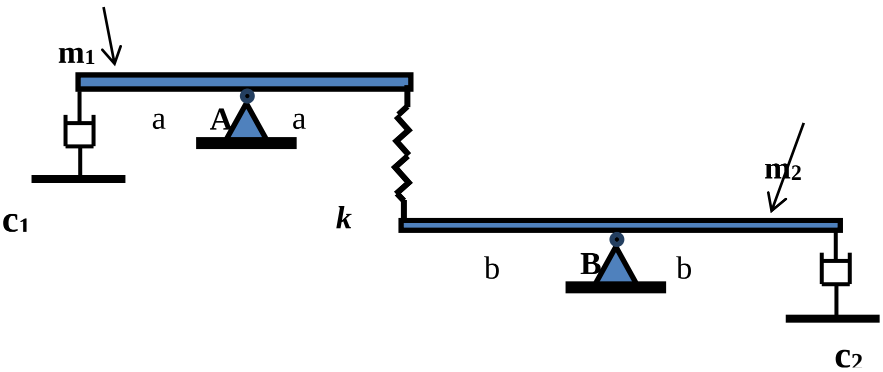
PME 3400 **3ª PROVA** **25/06/19**

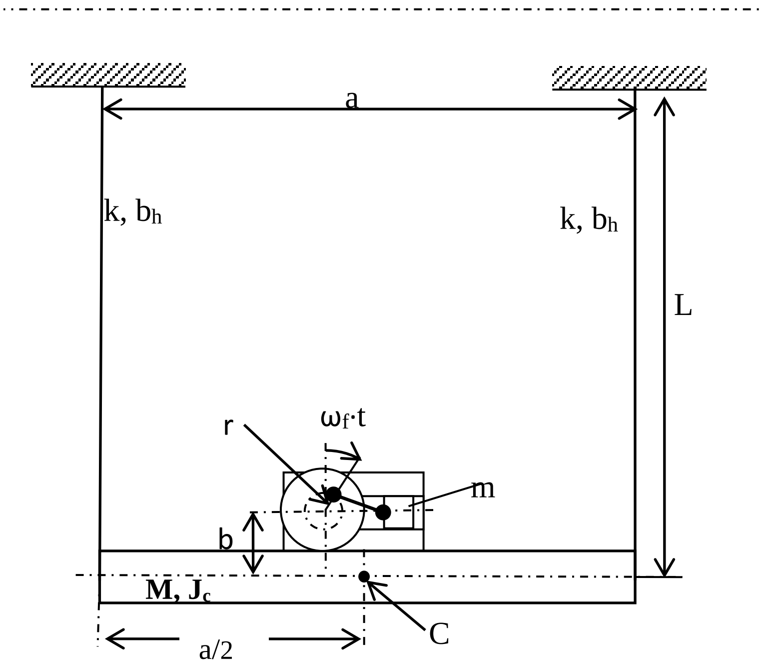
Prof. Francisco E. B. Nigro Prof. Demetrio C. Zachariadis

1ª Questão (3,0 pontos) A figura mostra um sistema de duas barras homogêneas unidas por uma mola linear de rigidez k; as extremidades externas das barras estão vinculadas ao meio circundante por amortecedores viscosos lineares e os pontos A e B são articulações. Na situação de equilíbrio estático as barras estão na horizontal e a mola não está solicitada; as demais propriedades são indicadas na figura. Pede-se:

a) Obter as equações diferenciais do movimento das barras.
b) Determinar as frequências e modos naturais de vibrar do sistema não amortecido.
c) Considerando $c_1/c_2 = m_1/m_2$, determinar os fatores de amortecimento modais do sistema.



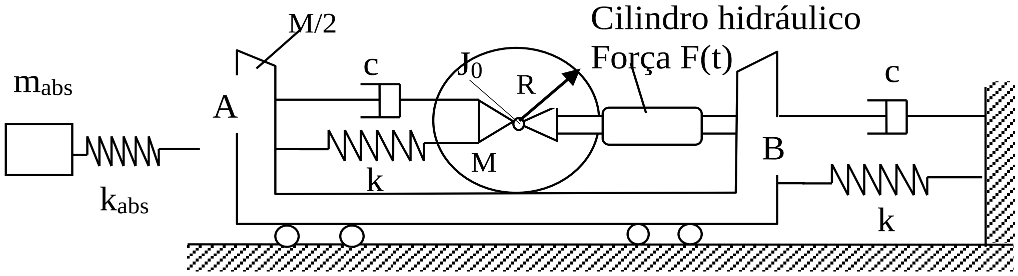
2ª Questão (3,5 pontos)- A plataforma suspensa representada na figura, que é utilizada no acabamento externo de edifícios, pode se mover no plano da figura e suporta uma bomba de pistão horizontal acionada por um motor elétrico com velocidade angular ω_f constante. Com a bomba parada e o pistão no meio de seu curso, sabe-se que: o centro de massas do conjunto é **C**, situado no centro do vão da plataforma de comprimento **a**, massa total **M** e momento de inércia J_c em relação a um eixo ortogonal ao plano da figura por **C**; os cabos de suspensão da plataforma tem comprimento **L**, rigidez longitudinal **k** e coeficiente de dissipação por histerese b_h; o raio da manivela de acionamento do pistão de massa **m** da bomba é **r** e o comprimento da biela é muito maior que **r**; a distância vertical entre a linha de centro do movimento do pistão da bomba e o centro de massa do conjunto **C** é **b**. Admitindo-se pequenas amplitudes de oscilação em torno da posição de equilíbrio, pede-se:



a) Determinar as equações diferenciais dos movimentos da plataforma no plano da figura;

b) Determinar as frequências naturais, modos de vibrar e fatores de amortecimento modais do sistema.
c) Sendo dados: $\mathbf{J_c=M\cdot a^2/12}$; $\mathbf{m=M/20}$; $\mathbf{b=0{,}08\cdot a}$; $\mathbf{r=b/5}$; $\mathbf{a=L/2}$; $\mathbf{k=M\cdot g/(2\cdot b)}$; $\mathbf{b_h=0{,}1}$; calcular a amplitude da vibração vertical da extremidade da plataforma em regime permanente em função de $\boldsymbol{\omega_f}$

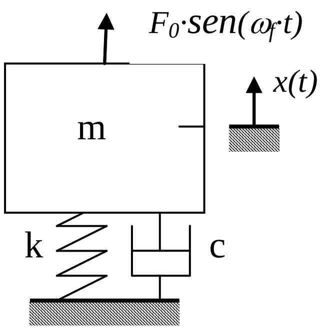
3ª Questão: (3,5 pontos)- A figura representa esquematicamente um cabeçote de fabricação constituído essencialmente de um cilindro homogêneo de massa **M** e raio **R** que rola sem escorregar sobre uma base **AB** de massa **M/2** sob a ação de força **F(t)**



produzida por um cilindro hidráulico cuja pressão de alimentação é controlada por servo-válvula. Conforme apresentado na figura, o centro do cilindro é preso à base por mola de rigidez **k** e amortecedor de constante de amortecimento **c**. Por sua vez, a base pode se deslocar horizontalmente sobre roletes de baixo atrito, e, também, é fixada a uma fundação por mola de rigidez **k** e amortecedor de constante de amortecimento **c**. Pede-se:

a) As equações diferenciais dos movimentos horizontais do cilindro e de sua base.
b) Determinar as frequências naturais, modos fundamentais de vibrar e fatores de amortecimento modais para o sistema.
c) Sendo dado $\mathbf{F(t)=F_0\cdot sen(\omega_f\cdot t)}$, calcular a oscilação do cilindro em relação à sua base em regime permanente
d) Admitindo-se que se pretende colocar um absorvedor dinâmico de vibrações na base **AB** para reduzir sua vibração horizontal, conforme sugerido na figura, e que a massa $\mathbf{m_{abs}=M/10}$, calcular $\mathbf{k_{abs}}$ e a amplitude de oscilação do absorvedor.

Formulário
Equação diferencial em *x(t)*.



$$m\cdot\ddot{x}(t)+c\cdot\dot{x}(t)+k\cdot x(t)=F_0\cdot sen(\omega_f\cdot t)$$

solução da homogênea:

$$x_h(t)=X\cdot e^{-\zeta\cdot\omega\cdot t}\cdot sen(\omega_d\cdot t+\phi) \quad \text{para} \quad \zeta<1$$

$$\omega=\sqrt{\frac{k}{m}}\ ;\ \zeta=\frac{c}{2\cdot\sqrt{k\cdot m}}\ ;\ \boldsymbol{\omega_d=\omega\cdot\sqrt{1-\zeta^2}}$$

solução particular:

$$x_p(t)=X_P\cdot sen(\omega_f\cdot t-\psi)\ ;\ X_P=\frac{F_0/k}{\sqrt{(1-r^2)^2+(2\cdot\zeta\cdot r)^2}}\ ;$$

$$\tan(\psi)=\frac{2\cdot\zeta\cdot r}{1-r^2}\ ;\ r=\frac{\omega_f}{\omega}$$ Se o material da mola dissipa energia por histerese com coeficiente $b_h<<1$, então: $c_{eq}=\dfrac{b_h\cdot k}{\Omega}$ onde $\Omega=\omega_f$ para solução particular, ou $\Omega=\omega_d$ para a solução da homogênea.