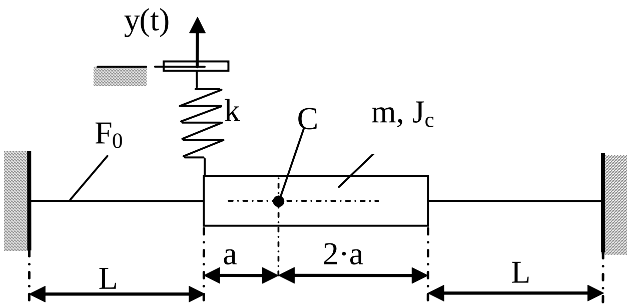
PME 3400 **3ª PROVA** **28/06/18**

Prof. Francisco E. B. Nigro Prof. Demetrio C. Zachariadis

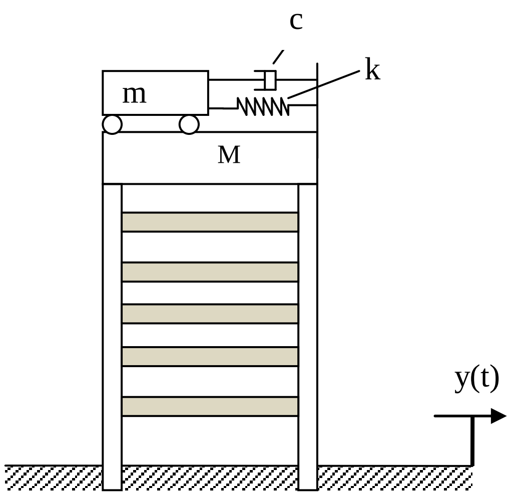
1ª Questão (3,0 pontos)- A suspensão, indicada na figura, é formada de um sólido de massa **m** e momento de inércia $\mathbf{J_c}$ em relação ao eixo pelo centro de massa **C**, preso a dois fios pré-tensionados com uma força $\mathbf{F_0}$ e comprimento **L**, conforme indicado na figura. Em uma das extremidades do corpo uma mola de rigidez **k** excita a vibração a partir de um deslocamento absoluto **y(t)** imposto externamente. Deseja-se estudar a vibração do corpo na direção vertical (deslocamento do centro de massa e inclinação do corpo), supondo que as amplitudes de vibração são muito menores que **a** e **L**, sendo $\mathbf{y(t) = Y \cdot sen(\omega_f \cdot t)}$.



Pede-se:

a) As equações diferenciais do movimento do corpo;
b) Sendo dados $\mathbf{J_c = m \cdot a^2}$ e $\mathbf{k = F_0/L}$, determinar as frequências naturais e os modos fundamentais de vibração do sistema;
c) Para os parâmetros do item anterior, determinar a resposta forçada do movimento do corpo em função da frequência de excitação ω_f;
d) Se durante a operação em regime permanente ω_f fosse um valor fixo e fosse desejável utilizar um absorvedor dinâmico de vibrações para minimizar as vibrações no sólido, onde você o fixaria e como o sintonizaria?

2ª Questão (3,0 pontos)- Um edifício esbelto com 35 andares (não representados na figura), construído com estrutura metálica, pode sofrer vibrações laterais significativas provocadas por vento, ou eventuais tremores de terra de oscilação horizontal. Particularmente preocupante é o primeiro modo fundamental de vibração lateral do edifício, no qual o último pavimento pode atingir grande amplitude de vibração horizontal. Sabe-se que a frequência angular de oscilação desse modo é **ω**, que a massa equivalente do edifício para esse modo, suposta concentrada no último pavimento, é **M** e que o coeficiente de histerese do edifício é $\mathbf{b_h = 0{,}1}$. Para absorver eventuais vibrações nesse modo mais crítico, foi construído um dispositivo formado por uma massa **m** que pode se deslocar horizontalmente no topo do edifício, contra um sistema de molas de rigidez equivalente **k** e amortecedores de constante de amortecimento equivalente **c**.

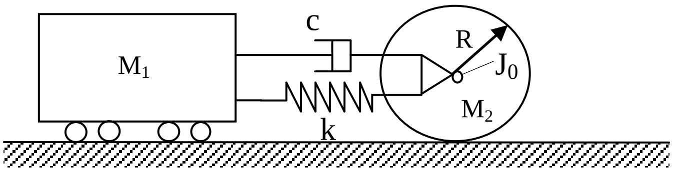


Supondo-se que o edifício está sendo submetido a um tremor de terra que provoca um deslocamento horizontal de suas fundações dado por uma função **y(t)** supostamente conhecida, pede-se:

a) As equações diferenciais dos movimentos horizontais do último pavimento do edifício e da massa absorvedora.

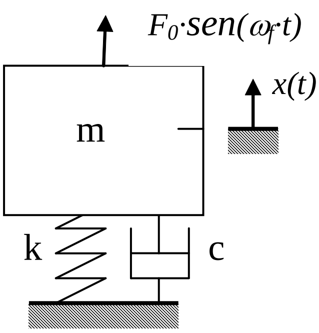
b) Supondo conhecidos os valores de **ω** e **M** e sabendo que **m=M/20**, calcular o valor de **k** para tornar o absorvedor efetivo na frequência natural do edifício original.
c) Para o valor de **k** definido no item anterior, calcular as novas frequências naturais do sistema não amortecido e os correspondentes modos fundamentais de vibração.

3ª Questão: (3,5 pontos)- A figura representa esquematicamente um veículo trator sobre rodas, de massa total $\mathbf{M_1}$, que reboca um rolo compressor de massa $\mathbf{M_2}$, raio **R** e momento de inércia $\mathbf{J_0}$ em relação a seu eixo, por meio de um acoplamento de rigidez **k** e constante de amortecimento **c**.
Pede-se:



a) As equações diferenciais dos movimentos horizontais dos dois veículos, admitindo-se que o pavimento horizontal está suficientemente compactado para que as resistências ao rolamento das rodas e do rolo compressor sejam desprezíveis e que não ocorra escorregamento nos contatos com o solo.
b) Sendo dados $\mathbf{M_2=M_1/7}$, $\mathbf{J_0=(3/4)\cdot M_2\cdot R^2}$ e $\mathbf{c=0{,}2\cdot(5\cdot k\cdot M_2)^{0{,}5}}$, determinar: frequências naturais, modos fundamentais de vibrar e fatores de amortecimento modais.
c) Para os mesmos dados do item anterior deseja-se estimar a máxima solicitação no engate. Admitindo-se que trator e reboque estivessem se deslocando inicialmente com velocidade constante **V**, e que o trator tenha sido freado emergencialmente de modo a travar suas rodas cujo coeficiente de atrito de escorregamento com o solo é **μ=0,8**, calcular a força dinâmica no acoplamento logo após o início da frenagem. Estimar o valor máximo dessa força. Sabe-se que o tempo total de frenagem é superior a $\mathbf{5\cdot(M_1/k)^{0{,}5}}$.

Formulário
Equação diferencial em *x(t)*.



$$m\cdot\ddot{x}(t)+c\cdot\dot{x}(t)+k\cdot x(t)=F_0\cdot sen(\omega_f\cdot t)$$

solução da homogênea:

$$x_h(t)=X\cdot e^{-\zeta\cdot\omega\cdot t}\cdot sen(\omega_d\cdot t+\phi) \quad \text{para} \quad \zeta<1$$

$$\omega=\sqrt{\frac{k}{m}}\ ;\ \zeta=\frac{c}{2\cdot\sqrt{k\cdot m}}\ ;\ \boldsymbol{\omega_d=\omega\cdot\sqrt{1-\zeta^2}}$$

solução particular:

$$x_p(t)=X_P\cdot sen(\omega_f\cdot t-\psi)\ ;$$

$$X_P=\frac{F_0/k}{\sqrt{(1-r^2)^2+(2\cdot\zeta\cdot r)^2}}\ ;\ \tan(\psi)=\frac{2\cdot\zeta\cdot r}{1-r^2}\ ;\ r=\frac{\omega_f}{\omega}$$

Se o material da mola dissipa energia por histerese com coeficiente $b_h<<1$, então: $c_{eq}=\dfrac{b_h\cdot k}{\Omega}$ onde

$\Omega=\omega_f$ para solução particular, ou $\Omega=\omega_d$ para a solução da homogênea.