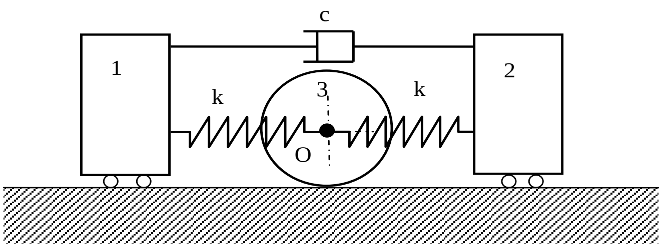
Prof. Francisco E. B. Nigro Prof. Demetrio C. Zachariadis

1ª **Questão** (3,0 pontos) A figura mostra 2 blocos de massa $\boldsymbol{m}$ e um cilindro homogêneo de massa $\boldsymbol{m}$ e momento polar de inércia $\boldsymbol{J_o=mR^2/2}$ interconectados tal como indicado. Sabendo que o cilindro rola sem escorregar sobre o plano horizontal e que os blocos deslizam sem atrito, pede-se:

a) As equações diferenciais dos movimentos absolutos das massas em forma matricial;

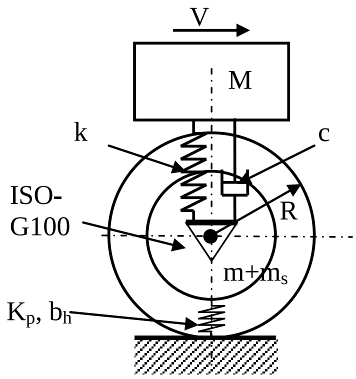
b) Determine as frequências naturais do sistema não amortecido;

c) Faça um esboço dos modos de vibrar indicando as posições dos nós modais.



.

2ª Questão (3,5 pontos) Para estudar o efeito de desbalanceamento de cada roda na vibração da parte correspondente do chassi de um veículo, foi concebido o modelo físico mostrado na figura. O pneu que tem raio externo ***R= 350 mm*** apresenta rigidez radial $\boldsymbol{K_p}$ e seu material tem coeficiente de histerese $\boldsymbol{b_h}$; a roda com massa total $\boldsymbol{m}$ (incluindo a do pneu) está desbalanceada estaticamente no limite da classe ***ISO G100***, para uma velocidade máxima do veículo $\boldsymbol{V_{max}= 35\ m/s}$; a parte da suspensão que suporta a roda tem massa $\boldsymbol{m_s}$; a massa equivalente do chassi correspondente a essa roda é $\boldsymbol{M}$ e a suspensão é formada por uma mola de rigidez $\boldsymbol{k}$ e um amortecedor com constante de amortecimento $\boldsymbol{c}$. Supondo o veículo trafegando em um pavimento perfeitamente plano, a uma velocidade constante $\boldsymbol{V}$, pede-se:



a) as equações diferenciais dos movimentos verticais do chassi do veículo (massa $\boldsymbol{M}$) e do cubo da roda (massa $\boldsymbol{m_s + m}$);

b) as frequências naturais do sistema não amortecido, supondo $\boldsymbol{m_s= m}$, $\boldsymbol{M= 12 \cdot m}$ e $\boldsymbol{k_p= 10 \cdot k}$;

c) a excentricidade admissível $\boldsymbol{e}$, para a classe de balanceamento especificada, do centro de massa da roda em relação ao seu eixo;

d) estimar a amplitude do deslocamento vertical do cubo da roda para as relações de parâmetros do item anterior, admitindo adicionalmente que $\boldsymbol{m= 20\ kg}$, $\boldsymbol{k= 40\ N/mm}$, $\boldsymbol{b_h=0{,}05}$ e $\boldsymbol{c= 2 \cdot raiz(k \cdot M)}$, com o veículo trafegando a $\boldsymbol{V= 25\ m/s}$.

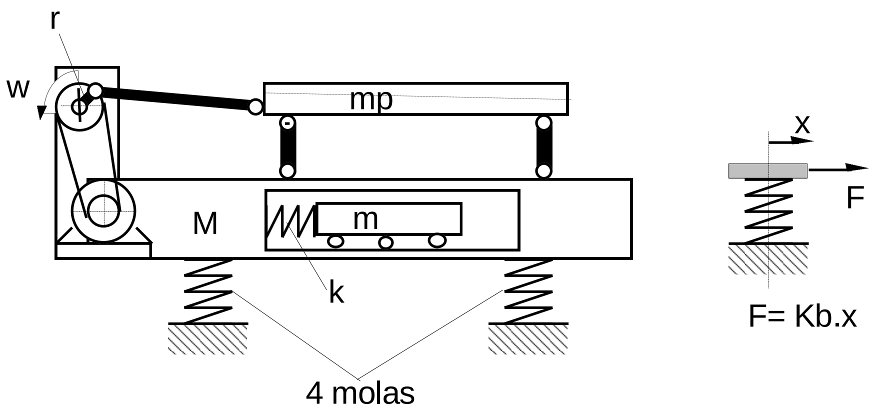
3ª Questão (3,5 pontos)- A peneira vibratória representada esquematicamente na figura tem movimento essencialmente na direção horizontal, provocado por um sistema biela-manivela que gira com velocidade angular **ω.** Sabendo-se que o raio da manivela é **r,** que o comprimento da biela é muito maior que **r**, que a massa da peneira com carga é **mp**, que a massa da estrutura da peneira é **M**, que a massa do absorvedor dinâmico é **m**, e que a rigidez lateral de cada uma das quatro molas de apoio é **Kb**, pede-se:

a) Escrever as equações diferenciais dos movimentos horizontais da base da peneira e do absorvedor dinâmico;

b) Calcular o esforço transmitido ao solo, para uma situação em que o absorvedor está bloqueado na estrutura da peneira.

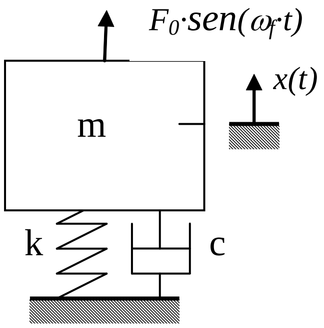
c) Sendo dados: **ω=30 rad/s**, **r= 20 mm**, **mp= 1500 kg**, **M=7500 kg**, **m= 300 kg** e **Kb= 80 N/mm**, calcular a rigidez **k** do absorvedor dinâmico que minimiza o esforço transmitido ao solo;

d) Para os parâmetros dados no item anterior, determinar o deslocamento do absorvedor dinâmico de modo a permitir o projeto de seu alojamento.



Formulário

Equação diferencial em *x(t)*.



$$m \cdot \ddot{x}(t) + c \cdot \dot{x}(t) + k \cdot x(t) = F_0 \cdot sen(\omega_f \cdot t)$$

solução da homogênea:

$$x_h(t) = X \cdot e^{-\zeta \cdot \omega \cdot t} \cdot sen(\omega_d \cdot t + \phi) \quad \text{para} \quad \zeta < 1$$

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \; ; \; \zeta = \frac{c}{2 \cdot \sqrt{k \cdot m}} \; ; \; \boldsymbol{\omega_d = \omega \cdot \sqrt{1 - \zeta^2}}$$

solução particular:

$$x_p(t) = X_P \cdot sen(\omega_f \cdot t - \psi) \; ;$$

$$X_P = \frac{F_0 / k}{\sqrt{(1 - r^2)^2 + (2 \cdot \zeta \cdot r)^2}} \; ; \; \tan(\psi) = \frac{2 \cdot \zeta \cdot r}{1 - r^2} \; ; \; r = \frac{\omega_f}{\omega}$$

Se o material da mola dissipa energia por histerese com coeficiente $b_h << 1$, então: $c_{eq} = \dfrac{b_h \cdot k}{\Omega}$ onde

$\Omega = \omega_f$ para solução particular, ou $\Omega = \omega_d$ para a solução da homogênea.