PME 2341 **3ª PROVA** **23/06/16**

Prof. Francisco E. B. Nigro Prof. Demetrio C. Zachariadis

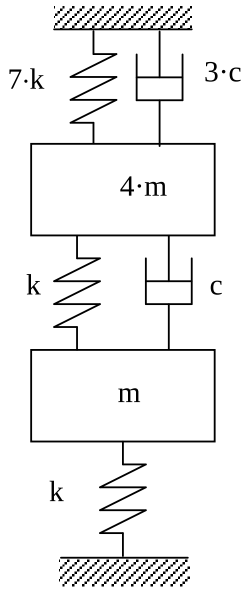
$1^{\underline{a}}$ **Questão** (3,5 pontos)

O sistema de parâmetros concentrados representado na figura pode vibrar livremente somente na direção vertical. Pede-se:

a) Determinar as equações diferenciais dos movimentos verticais absolutos das massas.

b) Determinar as freqüências naturais e os modos fundamentais de vibrar do sistema não amortecido.

c) Sendo **c= √(k·m),** calcular os modos de vibrar do sistema amortecido e os fatores de amortecimento modais.



$2^{\underline{a}}$ **Questão** (3,0 pontos)

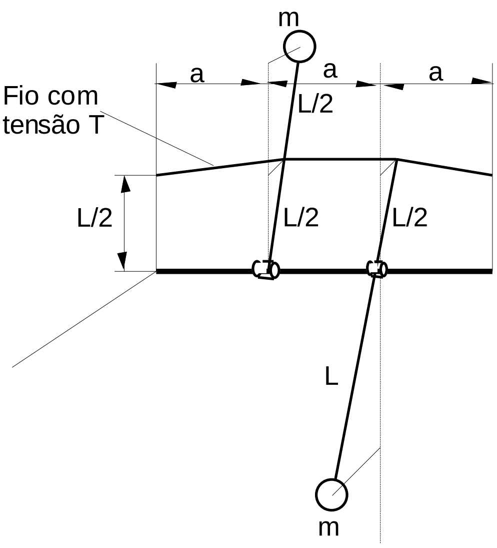
O sistema representado na figura é constituído de dois pêndulos simples, sendo um deles invertido. Um fio pré-tensionado com uma força **T** (que pode ser admitida constante) contribui para restituir o sistema à posição de equilíbrio.

Sendo dados **m**, **L**, **T** e **a**, pede-se:

a) As equações diferenciais de oscilação dos pêndulos;

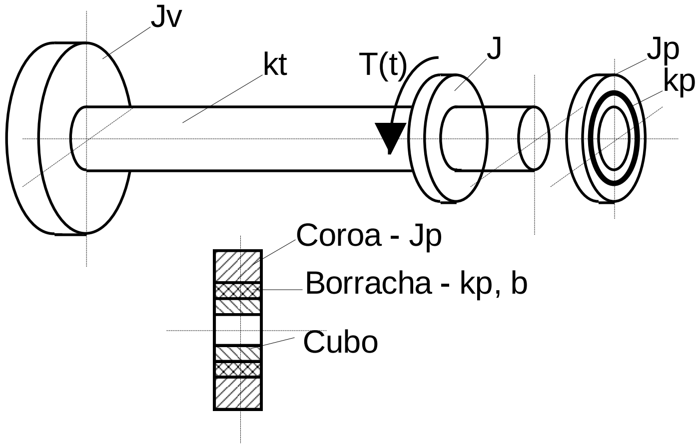
b) As frequências naturais de oscilação do sistema, supondo-se que a força **T** seja suficientemente grande;

c) O valor de **T** que torna o sistema de equações diferenciais semi-definido.



$3^{\underline{a}}$ **Questão** (3,5 pontos)

O modelo de parâmetros concentrados apresentado na figura é utilizado para estudar a vibração torcional do virabrequim de um motor de combustão interna monocilíndrico. O momento de força $T(t) = T_0 \cdot sen(\omega_f \cdot t)$ pode representar qualquer dos componentes harmônicos da frequência de explosão do motor. **J_v** representa o momento polar de inércia do volante do motor; **J** o momento polar de inércia equivalente das massas associadas ao acionamento do pistão (colo de biela, contrapesos, biela, etc), suposto concentrado em um disco no plano central do colo da biela; e **k_t**

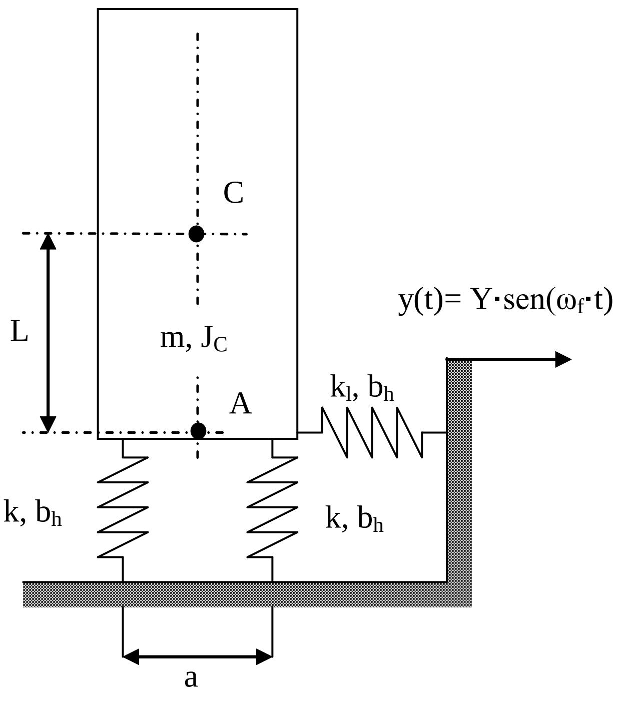


representa a rigidez torcional do virabrequim.
Uma vez que a dissipação de energia por atrito estrutural no material do virabrequim é praticamente nula, e pelo fato do motor ter rotação variável, existem frequências de excitação que podem provocar deformações torcionais capazes de quebrar o virabrequim por fadiga. Para evitar esse tipo de ocorrência, é usual aplicar, em virabrequins de motores diesel, na extremidade oposta ao volante, uma polia absorvedora de vibrações torcionais, a qual possui um anel de borracha moldado entre o cubo e a coroa externa, conforme esquematizado no corte da polia por um plano radial. Sabendo-se que devido ao anel de borracha a polia tem rigidez torcional $\mathbf{k_p}$, que o coeficiente de histerese da borracha do anel é **b**, que o momento de inércia do cubo da polia que é fixado rigidamente no virabrequim é desprezível e que o momento polar de inércia da coroa externa da polia é $\mathbf{J_p}$, pede-se:

a) Determinar as equações diferenciais dos movimentos vibratórios torcionais do sistema incluindo o anel externo da polia absorvedora.
b) Para a situação em que não se está utilizando polia aborvedora, calcular a deformação torcional do virabrequim decorrente da aplicação do torque $T(t) = T_0 \cdot sen(\omega_f \cdot t)$ e determinar a frequência crítica de aplicação desse torque para a quebra do virabrequim por fadiga.
c) Supondo que $\mathbf{J_p << J < J_V}$, estimar um valor para $\mathbf{k_p}$ que possibilite à polia absorvedora cumprir seu papel.

2ª **Questão Alternativa** (3,0 pontos)

A figura representa um edifício, supostamente rígido, sua fundação com rigidez e histerese tanto vertical como lateral, sendo submetido a um terremoto que provoca uma vibração horizontal $\mathbf{y(t)= Y \cdot sen(\omega_f \cdot t)}$. Sendo conhecidos os valores da rigidez vertical **k** e lateral $\mathbf{k_l}$, do coeficiente de histerese $\mathbf{b_h}$ da fundação, das características geométricas do edifício, inclusive a posição de seu centro de massa **C**, de sua massa **m** e momento de inércia $\mathbf{J_C}$ em relação ao centro de massa, pede-se:



a) Determinar as equações diferenciais do movimento horizontal do centro de massa e da inclinação do edifício, supondo pequenas amplitudes de vibração.
b) Sendo $\mathbf{a= L/2}$, $\mathbf{J_C= m \cdot L^2/3}$, $\mathbf{k= 3{,}2 \cdot k_l}$ e $\mathbf{b_h= 0{,}2}$, calcular as frequências naturais do sistema não amortecido e os modos fundamentais de vibrar.
c) Supondo diferentes valores de $\boldsymbol{\omega_f}$, entre **0** e $\mathbf{4 \cdot \sqrt{(k_l/m)}}$, esboçar um gráfico das amplitudes de oscilação horizontal do centro de massa e de inclinação do edifício em função de $\boldsymbol{\omega_f}$