

## 8 - Transferência de Massa

Transporte de massa significa a tendência de um componente, numa mistura, de passar de uma região de alta concentração para outra região de baixa concentração neste componente. Como, por exemplo, nos processos de secagem de grãos, remoção de poluentes de correntes gasosas por absorção em um líquido, evaporação da água de um lago, etc.

A quantidade de uma determinada espécie é descrita pela sua concentração, a qual é definida como a quantidade da substância por unidade de massa ou volume da mistura. Usaremos principalmente duas medidas de concentração:

$$C_A = \text{Concentração} = \frac{\text{Massa de A}}{\text{Volume da mistura}} = \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

$$\tilde{C}_A = \text{Concentração molar} = \frac{\text{Moles de A}}{\text{Volume da mistura}} = \frac{\text{mol}}{\text{m}^3}$$

$$C_A = M_A \tilde{C}_A$$

$M_A$  = massa molar do componente A.

Para uma mistura de gases ideais:

$$p_A V = n_A RT \rightarrow n_A/V = p_A/RT \rightarrow \tilde{C}_A = p_A/RT$$

$p_A$  = pressão parcial de A na mistura;

$n_A$  = número de moles de A na mistura.

**Ex.** - Considere uma mistura gasosa com composição molar: 20% de vapor de água, 17% de oxigênio e 63% de nitrogênio, a uma pressão de 1 atm e temperatura de 60 °C. Calcular as

concentrações molares e de massa de cada um dos três gases na mistura. Assumir mistura de gases ideais.

$y_{\text{vapor}} = 0,20$	$P = 1 \text{ atm}$
$y_{\text{O}_2} = 0,17$	$T = 60 \text{ }^\circ\text{C} = 333 \text{ K}$
$y_{\text{N}_2} = 0,63$	$R = 0,08206 \text{ L.atm/g-mol.K}$

Numa mistura de gases ideais, a soma das pressões parciais de cada componente ( $p_i$ ) é igual a pressão total ( $P$ ) do sistema:

$$P = p_{\text{vapor}} + p_{\text{O}_2} + p_{\text{N}_2}$$

$$p_i = y_i P$$

$$\tilde{C}_i = p_i/RT = y_i P/RT$$

$$\tilde{C}_{\text{vapor}} = 0,20 \times 1/0,08206 \times 333 = 0,00732 \text{ g-mol/L}$$

$$\tilde{C}_{\text{O}_2} = 0,17 \times 1/0,08206 \times 333 = 0,00622 \text{ g-mol/L}$$

$$\tilde{C}_{\text{N}_2} = 0,63 \times 1/0,08206 \times 333 = 0,02305 \text{ g-mol/L}$$

$$C_{\text{vapor}} = M_{\text{água}} \tilde{C}_{\text{vapor}} = 18 \times 0,00732 = 0,1318 \text{ g/L}$$

$$C_{\text{O}_2} = M_{\text{O}_2} \tilde{C}_{\text{O}_2} = 32 \times 0,00622 = 0,1990 \text{ g/L}$$

$$C_{\text{N}_2} = M_{\text{N}_2} \tilde{C}_{\text{N}_2} = 28 \times 0,02305 = 0,6454 \text{ g/L}$$

A concentração molar total:

$$\tilde{C} = \tilde{C}_{\text{vapor}} + \tilde{C}_{\text{O}_2} + \tilde{C}_{\text{N}_2}$$

$$\tilde{C} = 0,00732 + 0,00622 + 0,02305 = 0,03659 \text{ g-mol/L}$$

$$C = C_{\text{vapor}} + C_{\text{O}_2} + C_{\text{N}_2} = 0,1318 + 0,1990 + 0,6454 = 0,9762 \text{ g/L}$$

A concentração de massa total é outro nome para a densidade da mistura gasosa.

## Mecanismos de Transferência de Massa

Como vimos no capítulo anterior, a força motriz causada pela diferença de temperatura era o ponto de partida para a transferência de energia. Analogamente, uma força motriz originada pela diferença de concentração, causa o transporte de um componente da mistura de uma região de alta concentração para uma região de baixa concentração. Este processo de transporte é denominado transferência de massa.

Os mecanismos de transferência de massa podem ser divididos em dois tipos:

**Difusão:** a transferência de massa por difusão é um processo análogo ao da transferência de calor por condução. A massa é transportada pelo movimento de uma dada espécie no sentido da diminuição da sua concentração. A difusão pode ocorrer em gases, líquidos ou sólidos. A taxa de difusão é mais elevada nos gases do que nos líquidos ou sólidos.

**Convecção:** transporte de massa devido ao movimento de porções e mistura macroscópica de elementos do fluido. Se a convecção é induzida por diferença de densidades resultante de diferenças de concentração no interior do fluido, chamamos de *convecção natural*. Se o movimento do fluido resulta da ação de forças externas, chamamos de *convecção forçada*.

De maneira geral, os dois mecanismos acontecem simultaneamente, e quase sempre um prevalece sobre o outro.

## Difusão e Difusividade

A transferência de massa difusiva é análoga à transferência de calor por condução. No entanto, é mais complicada, uma vez que se trata de uma mistura com pelo menos duas espécies. A difusão é um processo natural que tende a equilibrar as diferenças de concentração.

Para difusão molecular em uma direção, a taxa de massa é dada:

$$\dot{m}_{A,x} = - D_{AB} A \frac{dC_A}{dx}$$

$\dot{m}$  = taxa de transferência de massa na direção  $x$  (massa/tempo);

$A$  = área da seção normal ao fluxo de massa;

$dC_A/dx$  = gradiente de concentração na direção  $x$ ;

$D_{AB}$  = coeficiente de difusão ou difusividade de massa de A em B.

$$\dot{m}_A \equiv \left[ \frac{\text{kg}}{\text{s}} \right]$$

$$D_{AB} \equiv \left[ \frac{\text{m}^2}{\text{s}} \right]$$

Podemos escrever o fluxo de massa:

$$\frac{\dot{m}_{A,x}}{A} = \dot{M}_{A,x} = - D_{AB} \frac{dC_A}{dx}$$

$$\dot{M}_A \equiv \left[ \frac{\text{kg}}{\text{m}^2 \text{s}} \right]$$

De uma maneira simplista, podemos dizer que o coeficiente de difusão expressa a facilidade com a qual uma espécie A se

movimenta no interior de uma espécie B. De maneira geral, a difusividade é maior nos gases do que nos líquidos ou nos sólidos.

Valores de difusividade para misturas gasosas binárias, sem reação química,  $P = 1 \text{ atm}$ :

Sistema		T (°C)	$D_{AB} \text{ (m}^2\text{/s)}$
Amônia	Ar	0	$1,98 \times 10^{-5}$
Dióxido de carbono	Ar	0	$1,36 \times 10^{-5}$
Metanol	Ar	25	$1,62 \times 10^{-5}$
Dióxido de enxofre	Ar	0	$1,22 \times 10^{-5}$
Vapor de água	Ar	25	$2,60 \times 10^{-5}$

## Transferência de Massa por Convecção

A transferência de massa por convecção é o movimento da massa através de um meio como resultado do movimento do meio material. Convecção forçada é devido a uma força externa, tal como um ventilador, enquanto a convecção livre ou natural é impulsionada por uma diferença de densidade do material.

Os problemas de transporte de massa por convecção serão analisados de maneira análoga a que fizemos no transporte de calor. A velocidade de transporte de massa será expressa em termos de um coeficiente de transporte de massa.

A convecção sobre uma superfície é descrita por:

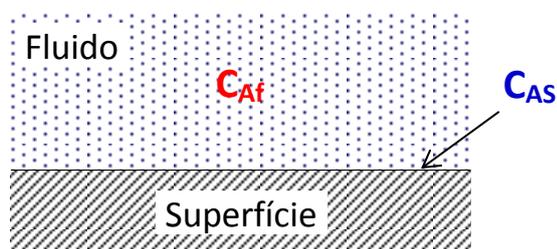
$$\dot{m}_A = \bar{h}_m A (\Delta C_A)$$

$A$  = área da seção normal ao fluxo de massa;

$\Delta C_A$  = diferença de concentração entre a superfície e o fluido;

$\bar{h}_m$  = coeficiente médio de transferência de massa convectivo ou coeficiente de película (m/s).

O coeficiente de película sempre inclui os efeitos da difusão no fluido. Ele é uma função da geometria do sistema, das propriedades do fluido e do escoamento, e da magnitude do  $\Delta C_A$ .



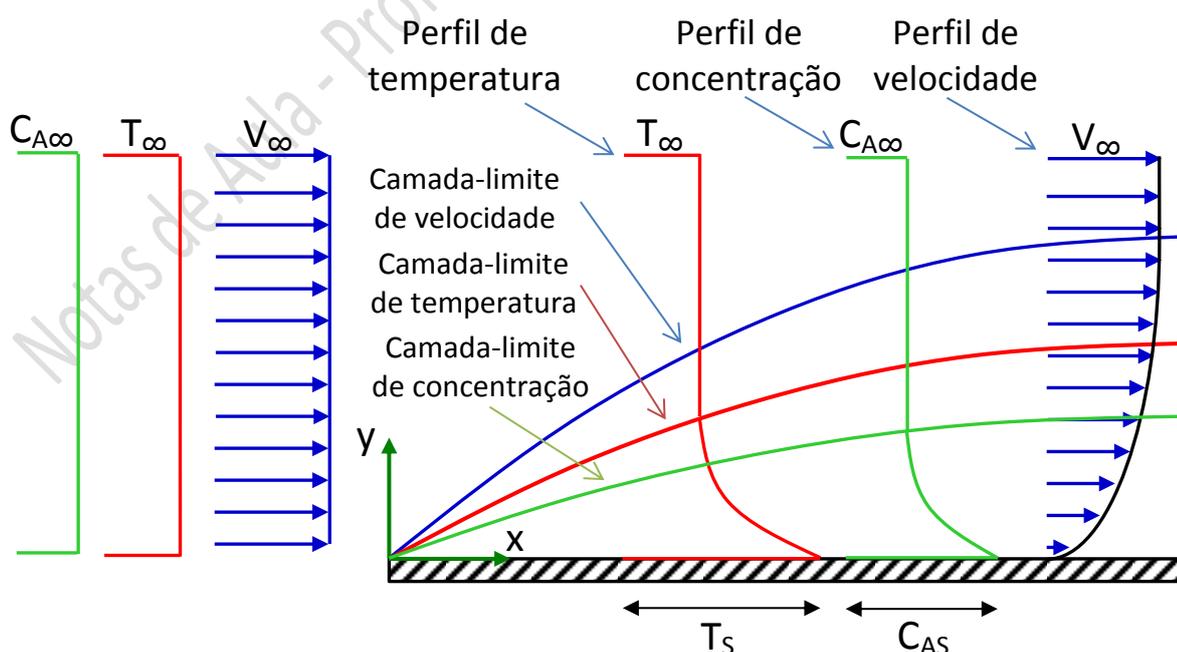
$C_{Af}$  = concentração no fluido a alguma distância da superfície;  
 $C_{AS}$  = concentração na superfície.

## Perfil de Concentração e Camadas-Limite sobre uma Superfície

A transferência de massa próxima a uma superfície é análoga à transferência de energia. Como a camada-limite de temperatura, uma camada-limite de concentração se desenvolverá.

A espessura desta camada-limite de concentração é definida como:

$$\delta_{\text{conc}} = y|_{C_A = 0,99C_{A\infty}}$$



No interior da camada-limite os gradientes de concentração são maiores do que os gradientes fora desta camada, ou seja, o efeito da superfície na concentração de massa no fluido é restrito, basicamente, ao interior da camada-limite.

A espessura da camada-limite de concentração pode ser relacionada com a camada-limite de velocidade por:

$\frac{\delta_{vel}}{\delta_{conc}} = Sc^{1/3}$	
$Sc = \frac{\mu}{\rho D_{AB}}$	Número de Schmidt

### Coeficiente de Transferência de Massa Convectivo

Como fizemos para a transferência de calor, para a estimativa do coeficiente de transferência de massa convectivo adotaremos a forma funcional dos parâmetros significativos de dependência deste coeficiente. Um coeficiente médio,  $\bar{h}_m$ , pode ser obtido através de uma relação funcional do tipo:

$$\frac{\bar{h}_m L}{D_{AB}} = f(Re_L, Sc)$$

$L$  = dimensão característica do sistema.

O grupo adimensional abaixo é chamado de número de Sherwood:

$$\frac{\bar{h}_m L}{D_{AB}} = Sh \equiv \text{número de Sherwood}$$

Para muitas situações práticas, podemos obter uma relação funcional do tipo apresentado acima. Os grupos adimensionais

definidos para a transferência de calor serão comparados com aqueles equivalentes definidos para a transferência de massa:

Transferência de Massa	Transferência de Calor
Número de Schmidt $Sc = \frac{\mu}{\rho D_{AB}}$	Número de Prandtl $Pr = \frac{\mu C_p}{K}$
Número de Sherwood $Sh = \frac{\bar{h}_m L}{D_{AB}}$	Número de Nusselt $Nu = \frac{\bar{h} L}{K}$
Número de Grashof* $Gr_{AB} = \frac{g \rho \Delta \rho L^3}{\mu^2}$	Número de Grashof $Gr = \frac{\beta g \rho^2 \Delta T L^3}{\mu^2}$
Número de Rayleigh $Ra_m = Gr_{AB} Sc$	Número de Rayleigh $Ra = Gr Sc$

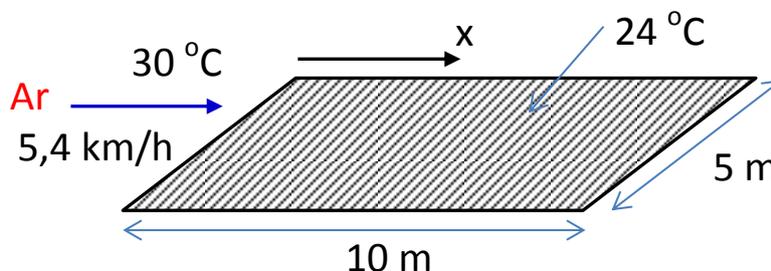
\*  $\Delta \rho$  é a diferença de densidade devido ao gradiente de concentração ao longo da camada-limite.

Dessa maneira, as expressões apresentadas para o cálculo do coeficiente de transferência de calor convectivo podem ser utilizadas para o cálculo do coeficiente de transferência de massa convectivo, bastando a substituição dos grupos adimensionais equivalentes para cada situação apresentada.

Por exemplo, para o escoamento sobre uma esfera, as expressões para o cálculo do coeficiente de transferência de massa convectivo:

Convecção Natural:	$Sh_D = 2 + 0,43 Ra_{mD}^{1/4}$ $1 < Ra_{mD} < 10^5$
Convecção Forçada:	$Sh_D = 2 + (0,4 Re_D^{1/2} + 0,06 Re_D^{2/3}) Sc^{0,4}$ $3,5 < Re_D < 7,6 \times 10^4$ $0,71 < Sc < 380$

**Ex.** - Estime a quantidade de água evaporada de uma piscina exposta a ventos com velocidade de 5,4 km/h, no período de uma semana. A umidade relativa do ar é de 30% e sua temperatura é de 30 °C. A temperatura da água é de 24 °C.



$T_f = \frac{T_s + T_\infty}{2}$	Propriedades do ar (27 °C): $C_p = 1,0 \text{ kJ/kg } ^\circ\text{C}$ $K = 0,026 \text{ W/m } ^\circ\text{C}$ $\rho = 1,18 \text{ kg/m}^3$ $\mu = 1,85 \times 10^{-5} \text{ kg/m s}$
$T_f = (24 + 30)/2 = 27 \text{ } ^\circ\text{C}$	

$$V_\infty = 5,4 \text{ km/h} = 1,5 \text{ m/s}$$

$$D_{AB} = 2,5 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s} \text{ (vapor de água/ar)}$$

Para o cálculo do coeficiente médio de transferência de massa podemos usar as expressões apresentadas no capítulo anterior para uma placa plana - convecção forçada:

$Re_L = \frac{\rho V_\infty L}{\mu}$	$Re_L = \frac{1,18 \times 1,5 \times 10}{1,85 \times 10^{-5}} = 9,57 \times 10^5$
$Sc = \frac{\mu}{\rho D_{AB}}$	$Pr = \frac{1,85 \times 10^{-5}}{1,18 \times 2,5 \times 10^{-5}} = 0,63$

Vamos utilizar a seguinte expressão:  $Sh_L = 0,0360 Re_L^{4/5} Sc^{1/3}$

$$Sh_L = 0,0360 \times (9,57 \times 10^5)^{4/5} \times 0,63^{1/3} = 0,0360 \times 60.916 \times 0,86 =$$

$$Sh_L = 1.886$$

$\frac{\bar{h}_m L}{D_{AB}} = 1.889$	→	$\frac{\bar{h}_m 10}{2,5 \times 10^{-5}} = 1.889$	→	$\bar{h}_m = 4,72 \times 10^{-3} \text{ m/s}$
--------------------------------------	---	---	---	---

Para o cálculo da taxa de transferência de massa, temos:

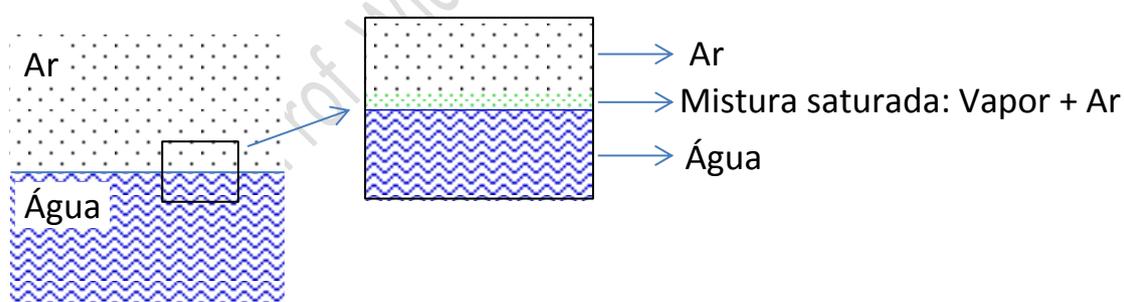
$$\dot{m}_A = \bar{h}_m A (C_{A\infty} - C_{AS})$$

$C_{A\infty}$  = concentração de vapor de água no ambiente;

$C_{AS}$  = concentração de vapor de água na superfície da piscina.

Numa camada muito fina sobre a superfície da piscina temos uma mistura de vapor de água e ar. Assumindo mistura de gases ideais:

$$C_{AS} = M_A p_A / RT$$



Se a mistura (vapor de água + ar) nessa camada estiver saturada, podemos assumir que a pressão parcial do vapor de água na mistura é igual a pressão de vapor da água na temperatura e pressão consideradas:  $p_A = P_{V\acute{a}gua}$ .

$$P_{V\acute{a}gua} (27 \text{ }^\circ\text{C}) = 0,031 \times 10^5 \text{ N/m}^2$$

$M_A = 18 \text{ g/g-mol}$  (massa molar da água)

$R = 0,08206 \text{ L.atm/g-mol.K}$

$$C_{AS} = \frac{18 \left( \frac{0,031 \times 10^5}{101.325} \right)}{0,08206 \times 300} = 0,0224 \text{ g/L} = 0,0224 \text{ kg/m}^3$$

A umidade relativa do ar é de 30%, portanto:  $C_{A\infty} = 0,3 C_{AS}$

$$C_{A\infty} = 0,3 \times 0,0224 = 0,00672 \text{ kg/m}^3$$

Assim:

$$\dot{m}_A = 4,72 \times 10^{-3} \times 10 \times 5 (0,0224 - 0,00672) = 0,0037 \text{ kg/s}$$

$$\dot{m}_A = 2.238 \text{ kg/semana}$$

Isto equivale a um volume de ( $\rho_{\text{água}} = 997,3 \text{ kg/m}^3$ )  $2,24 \text{ m}^3$ , ou seja, o nível da piscina abaixa de 4,5 cm a cada semana.

**FIM**

Caros alunos, chegamos ao final do nosso curso de Fenômenos de Transporte I. O que foi apresentado é uma boa iniciação aos assuntos que podem ser tratados em fenômenos de transporte. Espero que as notas de aula que deixo para vocês tenham sido úteis.

**Abraço a todos!**