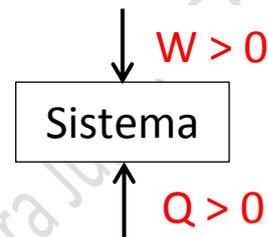


4.2 - Balanço Global de Energia

O princípio da conservação da energia estabelece que a energia total (E) de um sistema de massa constante pode ser alterada em função do calor (Q) e/ou do trabalho (W) transferido entre o sistema e o ambiente externo (vizinhanças). Podemos expressar:

$$\Delta E = \pm Q \pm W$$

A escolha dos sinais utilizados para Q e W depende da convenção adotada. Nossa convenção será:



Assim, se realizamos trabalho sobre o sistema, este trabalho será considerado positivo. Se o sistema realiza trabalho sobre as vizinhanças, este trabalho será negativo. Da mesma maneira, se o calor é introduzido no sistema, será considerado positivo, ou caso contrário será negativo.

A grandeza E representa a energia total contida no sistema:

$$E = E_C + E_P + U$$

E_C = energia cinética;

E_P = energia potencial gravitacional;

U = energia interna (térmica), proporcional à sua temperatura.

Assim, podemos escrever:

$$(E_C + E_P + U)_{\text{final}} - (E_C + E_P + U)_{\text{inicial}} = Q + W$$

Na equação acima, todas as parcelas têm dimensão de energia, que no SI a unidade é o Joule (J). $1 \text{ J} = 1 \text{ N.m}$. Porém, as

grandezas E_C , E_P e U dependem da massa do sistema (grandezas extensivas) e Q e W não dependem da massa do sistema (grandezas intensivas). Dividindo-se todos os termos da equação acima pela massa do sistema, as grandezas resultantes são chamadas de específicas com relação à massa, assim:

$$\left(\frac{1}{2}v^2 + gz + \hat{U}\right)_{\text{final}} - \left(\frac{1}{2}v^2 + gz + \hat{U}\right)_{\text{inicial}} = \hat{Q} + \hat{W}$$

Agora, os termos são expressos em energia por unidade de massa (N.m/kg ou J/kg).

Para determinarmos a taxa de acúmulo de energia total no sistema, temos:

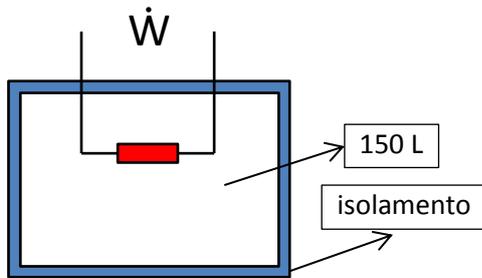
$$\frac{dE}{dt} = \dot{Q} + \dot{W}$$

Energia por tempo. No SI \rightarrow J/s
ou Watt (W)

\dot{Q} = velocidade ou taxa de transferência de calor entre o sistema e as vizinhanças (potência térmica);

\dot{W} = velocidade ou taxa de intercâmbio de trabalho através da fronteira do sistema (potência mecânica).

Ex. – Um sistema de aquecimento, isolado termicamente, possui uma resistência elétrica com potência de 5000 W. Para aquecimento de 150 L de água até a temperatura de 40 °C, qual o tempo necessário? A temperatura inicial da água é de 21 °C. Dados da água: $\rho = 995 \text{ kg/m}^3$; $C_p = 1,0 \text{ kcal/kg}^\circ\text{C}$.



$$T_i = 21 \text{ }^\circ\text{C}$$

$$T_f = 40 \text{ }^\circ\text{C}$$

$$\rho = 995 \text{ kg/m}^3$$

$$\dot{W} = 5000 \text{ W}$$

$$\dot{Q} = 0 \text{ (isolado)}$$

$$C_p = 1,0 \text{ kcal/kg}^\circ\text{C.}$$

A variação da energia da água:

$$\frac{dE}{dt} = \dot{Q} + \dot{W} = \dot{W} \quad \rightarrow \quad \frac{dE}{dt} = \dot{W}$$

O termo E corresponde apenas à energia interna U, uma vez que E_C e E_P são nulas neste caso. Podemos escrever:

$$U = mC_p T \quad \rightarrow \quad \frac{d(mC_p T)}{dt} = \dot{W}$$

Assumindo que a massa do sistema é constante, assim como a capacidade calorífica da água, temos:

$$\frac{dT}{dt} = \frac{\dot{W}}{mC_p}$$

Observe que esta equação representa a taxa de variação da temperatura.

Para encontrarmos o valor da temperatura em função do tempo:

$$\int_{T_i}^T dT = \frac{\dot{W}}{mC_p} \int_0^t dt \quad \rightarrow \quad \boxed{T - T_i = \frac{\dot{W}}{mC_p} t}$$

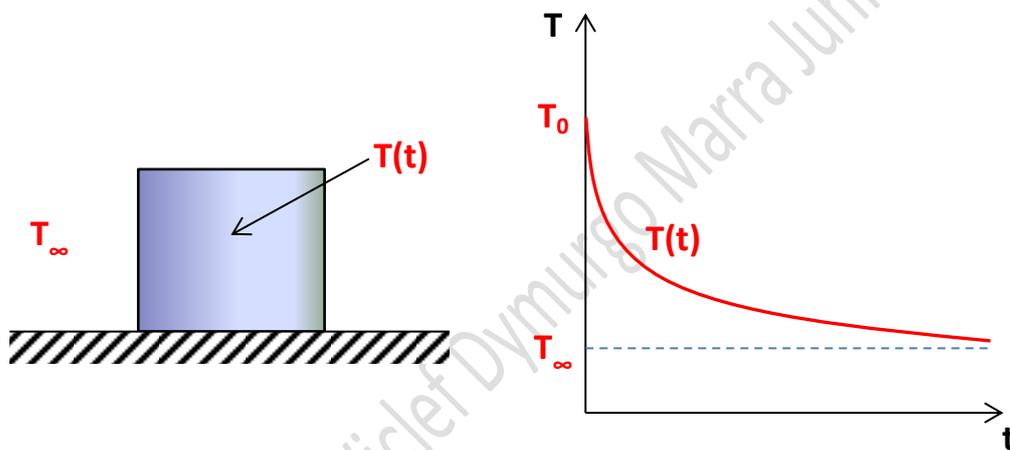
Para os dados do exemplo:

$$C_p = 1000 \frac{\text{cal}}{\text{kg}^\circ\text{C}} \left(\frac{1 \text{ J}}{0,239 \text{ cal}} \right) = 4184 \text{ J/kg}^\circ\text{C}$$

A massa de água: $m = \rho \text{ Vol} = 995 \times 0,150 = 149,25 \text{ kg}$

Portanto: $t = 2373 \text{ s} = 39,5 \text{ min}$

Vamos analisar agora o resfriamento de pequeno bloco metálico com temperatura uniforme T_0 , apoiado sobre uma superfície isolante. Em um determinado instante, o bloco é colocado em contato com um ambiente com temperatura T_∞ . Considerando $T_0 > T_\infty$, a temperatura do sólido deve diminuir até se igualar à temperatura do ambiente.



O diâmetro do cilindro é D e sua altura é H . Podemos escrever:

$$\frac{dE}{dt} = -\dot{Q} \quad \rightarrow \quad \frac{dU}{dt} = -\dot{Q}$$

O termo E corresponde apenas à energia interna U , uma vez que E_C e E_P são nulas também neste caso.

O calor trocado com o ambiente pode ser estimado pela lei de resfriamento de Newton:

$$\dot{Q} = \bar{h}A\Delta T$$

\bar{h} = coeficiente médio de transferência de calor por convecção ou coeficiente médio de película ($J/s^\circ C m^2$);

A = área da superfície de contato entre o cilindro e o ambiente;

ΔT = diferença de temperatura entre a superfície do cilindro e o ambiente.

Assim:

$$\frac{d(mC_p T)}{dt} = -\bar{h}A(T - T_\infty)$$

Assumindo m , ρ e C_p como constantes, teremos:

$$\frac{dT}{dt} = \frac{-\bar{h}A}{\rho C_p Vol} (T - T_\infty)$$

Para uma expressão da temperatura em função do tempo:

$$\int_{T_0}^T \frac{dT}{(T - T_\infty)} = \frac{-\bar{h}A}{\rho C_p Vol} \int_0^t dt$$

Lembrete:

$$\int \frac{dx}{(a+bx)} = \frac{1}{b} \ln(a+bx)$$

$$\ln(T - T_\infty) \Big|_{T_0}^T = \left(\frac{-\bar{h}A}{\rho C_p Vol} \right) t$$

O termo $\left(\frac{\rho C_p Vol}{\bar{h}A} \right)$ tem unidade de tempo e é chamado de “constante de tempo”, τ . Assim:

$$T = T_\infty + (T_0 - T_\infty)e^{(-t/\tau)}$$

A constante de tempo caracteriza a rapidez do processo, para um valor alto de τ o processo é lento. Para um valor baixo de τ o processo é rápido.

Ex. O experimento descrito no texto anterior foi realizado com um cilindro de alumínio com $D = 2,5 \text{ cm}$ e $H = 4,0 \text{ cm}$. Dados: $T_{\infty} = 27,2 \text{ }^{\circ}\text{C}$; $T_0 = 90,3 \text{ }^{\circ}\text{C}$; $C_p = 875 \text{ J/kg}^{\circ}\text{C}$; $\rho = 2770 \text{ kg/m}^3$. Assumindo que $\bar{h} = 10 \text{ W/(m}^2\text{)}(^{\circ}\text{C)}$, determine a temperatura do cilindro após 20 minutos.

$$V_{\text{ol}} = \frac{\pi D^2}{4} H \quad (\text{volume do cilindro})$$

$$A = \pi D H + \frac{\pi D^2}{4} \quad (\text{área de troca})$$

$$\tau = \left(\frac{\rho C_p V_{\text{ol}}}{\bar{h} A} \right) \quad (\text{constante de tempo})$$

$$T = 20 \text{ min} = 1200 \text{ s}$$

$$V_{\text{ol}} = \frac{\pi 0,0025^2}{4} 0,04 = 1,96 \times 10^{-5} \text{ m}^3$$

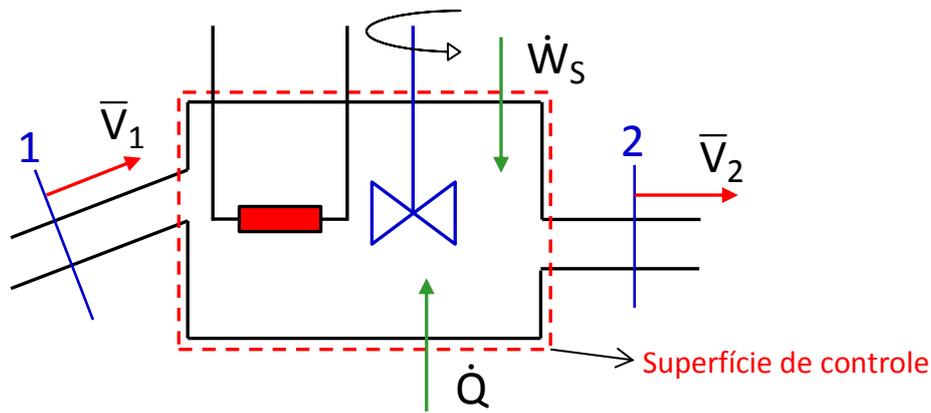
$$A = \pi(0,025)(0,04) + \frac{\pi 0,0025^2}{4} = 3,63 \times 10^{-3} \text{ m}^2$$

$$\tau = \left(\frac{2770 \times 875 \times 1,96 \times 10^{-5}}{10 \times 3,63 \times 10^{-3}} \right) = 1309 \text{ s}$$

$$T = T_{\infty} + (T_0 - T_{\infty}) e^{(-t/\tau)}$$

$$T = 27,2 + (90,3 - 27,3) e^{(-1200/1309)} \rightarrow T = 52,4 \text{ }^{\circ}\text{C}$$

Vamos analisar agora situações sujeitas à troca de massa com o ambiente. Observe o volume de controle abaixo:



O balanço global de energia no volume de controle:

$$\left(\begin{array}{c} \text{Total} \\ \text{introduzido} \end{array} \right) - \left(\begin{array}{c} \text{Total} \\ \text{retirado} \end{array} \right) + \left(\begin{array}{c} \text{Total} \\ \text{gerado} \\ \text{internamente} \end{array} \right) - \left(\begin{array}{c} \text{Total} \\ \text{consumido} \\ \text{internamente} \end{array} \right) = \left(\begin{array}{c} \text{Total} \\ \text{acumulado} \end{array} \right)$$

Considerando que não há reações químicas:

$$\left(\begin{array}{c} \text{Total} \\ \text{introduzido} \end{array} \right) - \left(\begin{array}{c} \text{Total} \\ \text{retirado} \end{array} \right) = \left(\begin{array}{c} \text{Total} \\ \text{acumulado} \end{array} \right)$$

Se o regime é permanente:

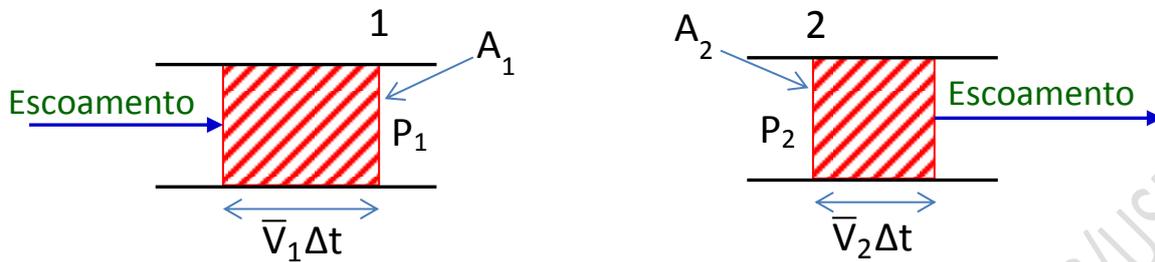
$$\left(\begin{array}{c} \text{Total} \\ \text{introduzido} \end{array} \right) = \left(\begin{array}{c} \text{Total} \\ \text{retirado} \end{array} \right)$$

A massa que entre e/ou sai do volume de controle transporta uma quantidade de energia, dada pelo produto:

$$\hat{E}\dot{m} = \hat{E}\rho\bar{V}A$$

O termo do trabalho, W , do balanço global de energia pode ser dividido em duas parcelas. Uma delas, chamada de trabalho de eixo, \dot{W}_s , é relativa às contribuições dos agitadores mecânicos, aquecedores elétricos, etc. A outra parcela, chamada de trabalho de fluxo, \dot{W}_f , está relacionada ao movimento de entrada e saída

de massa. Vamos analisar as seções de entrada e saída do volume de controle:



O volume de fluido que entra no volume de controle, durante um intervalo de tempo Δt , exerce uma força sobre o volume de controle igual a $P_1 A_1$, com um deslocamento de $\bar{V}_1 \Delta t$. Portanto, exercendo um trabalho sobre o volume de controle igual a $P_1 A_1 \bar{V}_1 \Delta t$ (força \times deslocamento). Na saída teremos $P_2 A_2 \bar{V}_2 \Delta t$ subtraído do volume de controle. Dessa maneira, teremos que considerar essas parcelas energéticas em nosso balanço.

O trabalho de fluxo “líquido” será:

$$\dot{W}_f = P_1 A_1 \bar{V}_1 - P_2 A_2 \bar{V}_2$$

Se o regime é permanente:

$$\dot{Q} + \dot{W}_s + \dot{W}_f + \hat{E}_1 \rho_1 \bar{V}_1 A_1 - \hat{E}_2 \rho_2 \bar{V}_2 A_2 = 0$$

$$\dot{Q} + \dot{W}_s + P_1 A_1 \bar{V}_1 - P_2 A_2 \bar{V}_2 + \hat{E}_1 \rho_1 \bar{V}_1 A_1 - \hat{E}_2 \rho_2 \bar{V}_2 A_2 = 0$$

A vazão mássica: $\dot{m} = \rho \bar{V} A \quad \rightarrow \quad \bar{V} A = \frac{\dot{m}}{\rho}$

$$\dot{Q} + \dot{W}_s + \frac{P_1}{\rho_1} \dot{m}_1 - \frac{P_2}{\rho_2} \dot{m}_2 + \hat{E}_1 \dot{m}_1 - \hat{E}_2 \dot{m}_2 = 0$$

$$\dot{Q} + \dot{W}_S + \left(\hat{E}_1 + \frac{P_1}{\rho_1} \right) \dot{m}_1 - \left(\hat{E}_2 + \frac{P_2}{\rho_2} \right) \dot{m}_2 = 0$$

$$\hat{E} = \hat{U} + \frac{1}{2} \bar{V}^2 + gz$$

$$\dot{Q} + \dot{W}_S + \left(\hat{U}_1 + \frac{1}{2} \bar{V}_1^2 + gz_1 + \frac{P_1}{\rho_1} \right) \dot{m}_1 - \left(\hat{U}_2 + \frac{1}{2} \bar{V}_2^2 + gz_2 + \frac{P_2}{\rho_2} \right) \dot{m}_2 = 0$$

Se o regime é permanente: $\dot{m}_1 = \dot{m}_2$.

$$\frac{\dot{Q}}{\dot{m}} + \frac{\dot{W}_S}{\dot{m}} + \left(\hat{U}_1 + \frac{1}{2} \bar{V}_1^2 + gz_1 + \frac{P_1}{\rho_1} \right) - \left(\hat{U}_2 + \frac{1}{2} \bar{V}_2^2 + gz_2 + \frac{P_2}{\rho_2} \right) = 0$$

Entalpia é uma grandeza física definida no âmbito da termodinâmica clássica:

$$\hat{H} = \hat{U} + \frac{P}{\rho}$$

Logo:

$$\hat{Q} + \hat{W}_S + \left(\hat{H}_1 + \frac{1}{2} \bar{V}_1^2 + gz_1 \right) - \left(\hat{H}_2 + \frac{1}{2} \bar{V}_2^2 + gz_2 \right) = 0$$

Podemos escrever:

$$\Delta \hat{H} + \frac{\Delta \bar{V}^2}{2} + g \Delta z = \hat{Q} + \hat{W}_S$$

Balanco Global de Energia

Os termos da equação acima tem unidade de energia/massa. No SI $\rightarrow [J/kg] = [m^2/s^2]$.

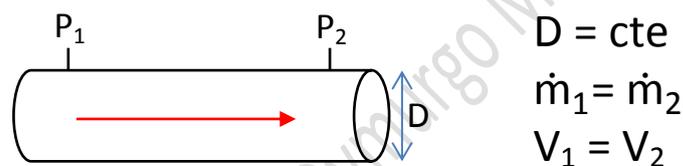
A grandeza "entalpia" será pouco utilizada nos cursos de fenômenos de transporte, seu uso é mais comum em cursos de

termodinâmica. Veremos, a seguir, a forma mais usual da equação do balanço global de energia utilizada em nossos cursos.

Balanço de Energia Mecânica

Em muitos processos os fluxos de calor, as variações da energia interna e da entalpia são menos importantes que as variações da energia cinética e da energia potencial ou o trabalho de eixo, como nos casos de movimentação de fluidos em tubulações. Nestes casos, geralmente emprega-se o balanço de energia mecânica.

Considere um fluido incompressível ($\rho = \text{cte}$) escoando, em regime permanente, no interior de um conduto de diâmetro constante:



Podemos escrever a equação do balanço global de energia:

$$\frac{\Delta \bar{V}^2}{2} + g\Delta z + \frac{\Delta P}{\rho} + \Delta \hat{U} - \hat{Q} = \hat{W}_s$$

Neste caso:

$$\frac{\Delta P}{\rho} + \Delta \hat{U} - \hat{Q} = 0$$

Na prática, observa-se que $P_1 > P_2$ e $T_1 < T_2$. A queda de pressão e o aumento da temperatura são causados pela resistência devido ao atrito. Esta energia é, para todos os fins práticos “perdida”, chamada de “perda por atrito”, que vamos representar por h_p .

$$h_p = \Delta \hat{U} - \hat{Q} \quad h_p \text{ é sempre positivo!}$$

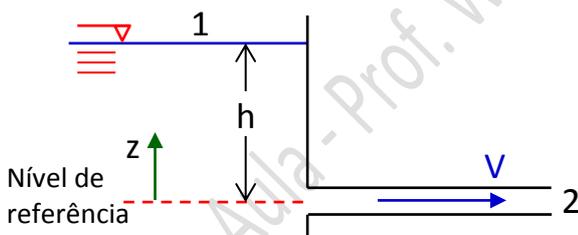
Assim, a equação da energia para o escoamento de um fluido incompressível no interior de uma tubulação, sem troca de calor, com perda de energia por cisalhamento fica:

$$\frac{\Delta \bar{V}^2}{2} + g\Delta z + \frac{\Delta P}{\rho} + h_p = \hat{W}_S$$

Se não há trabalho de eixo ($\hat{W}_S=0$) ou perdas por atrito ($h_p=0$), temos:

$$\frac{\Delta \bar{V}^2}{2} + g\Delta z + \frac{\Delta P}{\rho} = 0 \quad \text{Equação de Bernoulli}$$

Ex. - Água contida em um grande reservatório (nível constante) escoam através de um conduto de saída. Assumindo escoamento permanente, não viscoso (sem perdas por atrito) e incompressível, determinar a velocidade e a vazão de saída.



Vamos aplicar a equação da energia entre os pontos 1 e 2:

$$h_p = 0$$

$$\hat{W}_S = 0$$

$$\frac{V_2^2 - V_1^2}{2} + g(z_2 - z_1) + \frac{(P_2 - P_1)}{\rho} = 0$$

$V_1 = 0$ (o nível do reservatório é constante, logo a velocidade da água é nula);

$P_2 = P_1 =$ pressão ambiente;

$z_1 = h$

$z_2 = 0$ (posicionada no nível de referência adotado);

$$\frac{V_2^2}{2} + g(-h) = 0 \quad \rightarrow \quad V_2 = \sqrt{2gh}$$

O valor da velocidade encontrado expressa a velocidade máxima esperada, dependendo das perdas por atrito na tubulação de saída. A vazão é dada por:

$$\dot{V} = VA = \pi R^2 \sqrt{2gh}$$

Ex. – Considere o exemplo anterior com nível variável da água no reservatório. Neste caso, temos a equação:

$$\frac{V_2^2 - V_1^2}{2} + g(-h) = 0$$

$$\dot{m}_1 = \dot{m}_2 \rightarrow \rho V_1 A_1 = \rho V_2 A_2 \rightarrow V_1 = V_2 (A_2/A_1) = V_2 (D_2/D_1)^2$$

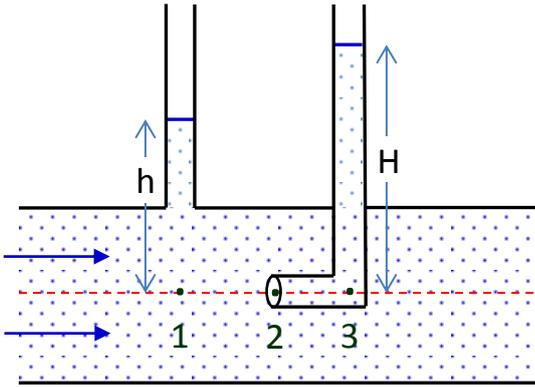
D_1 = diâmetro do reservatório;

D_2 = diâmetro do conduto.

$$\frac{V_2^2 - V_2^2 (D_2/D_1)^4}{2} - gh = 0 \quad \rightarrow \quad V_2 = \sqrt{\frac{2gh}{1 - (D_2/D_1)^4}}$$

$$\text{Se } D_1 \gg D_2, (D_2/D_1)^4 \cong 0 \rightarrow V_2 = \sqrt{2gh}$$

Ex. – A vazão em condutos pode ser estimada pelo dispositivo apresentado na figura a seguir. Para um fluido incompressível com viscosidade desprezível (escoamento invíscido), temos:



Vamos aplicar a equação da energia entre os pontos 1 e 2:

$$h_p = 0$$

$$\widehat{W}_S = 0$$

$$\frac{V_2^2 - V_1^2}{2} + g(z_2 - z_1) + \frac{(P_2 - P_1)}{\rho} = 0$$

Temos que:

$$z_1 = z_2 \rightarrow \Delta z = 0$$

$V_2 = 0$ (ponto de estagnação)

$P_2 = P_3$ (mesma altura, mesmo fluido)

$$\frac{-V_1^2}{2} + \frac{(P_2 - P_1)}{\rho} = 0$$

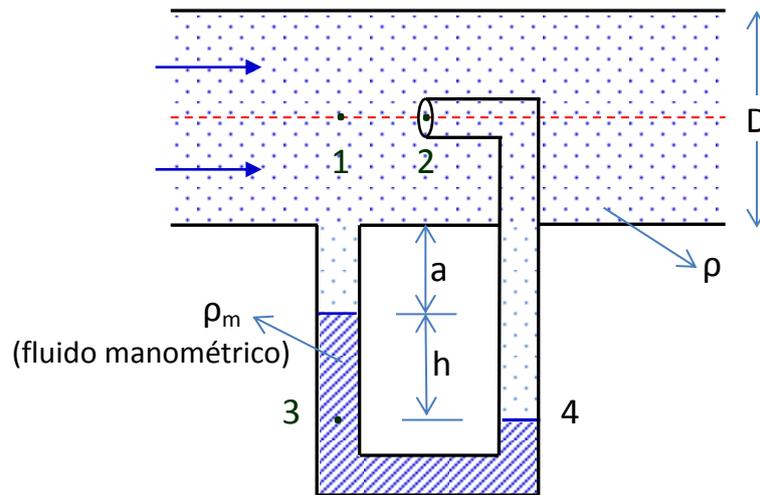
$$P_1 = \rho gh + P_{\text{atm}} \quad \text{e} \quad P_2 = \rho gH + P_{\text{atm}}$$

Portanto:

$$V_1 = \sqrt{2g(H-h)}$$

Através da diferença entre os meniscos podemos estimar a vazão do fluido no conduto. O dispositivo acima é bastante limitado, pois não pode ser usado para gases. Não pode ser usado para grandes pressões, pois h seria muito grande, e para pressões inferiores à atmosfera, pois a coluna não se formaria.

Ex. – Uma modificação no dispositivo anterior pode ser feita para uso em outras situações, o chamado tubo de Pitot. Veja a figura a seguir:



Vamos aplicar a equação da energia entre os pontos 1 e 2 ($h_p = 0$ e $\widehat{W}_S = 0$):

$$z_1 = z_2 \rightarrow \Delta z = 0$$

$$V_2 = 0 \text{ (ponto de estagnação)}$$

$$\frac{-V_1^2}{2} + \frac{(P_2 - P_1)}{\rho} = 0$$

Temos que: $P_3 = P_4$ (mesma altura, mesmo fluido)

$$P_3 = \rho_m g h + \rho g (a + D/2) + P_1$$

$$P_4 = \rho g (h + a + D/2) + P_2$$

$$\rho_m g h + \rho g (a + D/2) + P_1 = \rho g (h + a + D/2) + P_2$$

$$P_2 - P_1 = g h (\rho_m - \rho)$$

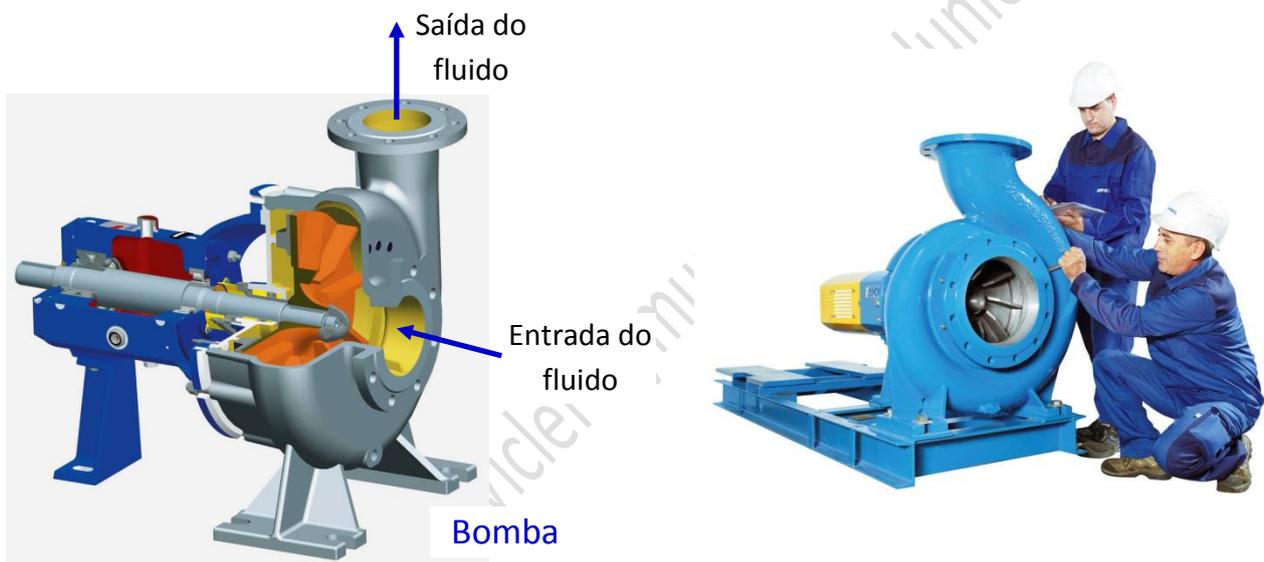
$$\frac{-V_1^2}{2} + \frac{g h (\rho_m - \rho)}{\rho} = 0 \rightarrow V_1 = \sqrt{\frac{2 g h (\rho_m - \rho)}{\rho}}$$

Desta maneira, podemos medir a velocidade de um fluido no interior de um conduto, para gases e líquidos.

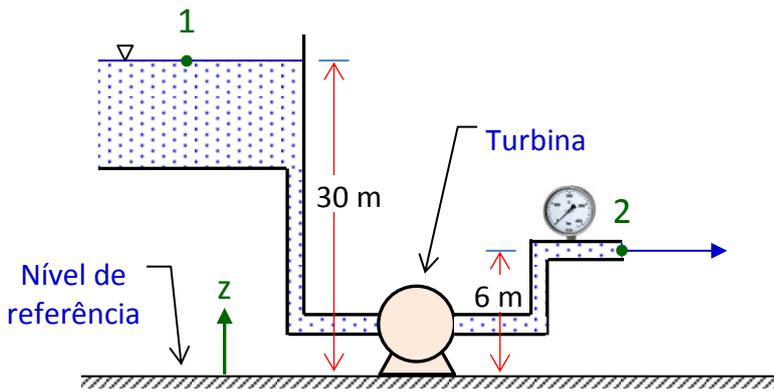
Equação da Energia na Presença de uma Máquina

A máquina presente em um sistema é definida como qualquer dispositivo que quando introduzido no escoamento forneça ou retire energia do escoamento, na forma de trabalho. Para o estudo desse curso a máquina ou será uma bomba ou será uma turbina.

Se a máquina for uma bomba, ela fornece energia ao escoamento. Se a máquina for uma turbina, ela retira (ou recebe) energia do escoamento.



Ex. - Água escoava de um grande reservatório, cujo nível é invariável, através de uma tubulação (ver figura), passando através de uma turbina, produzindo potência mecânica, \dot{W}_S . A pressão no interior da tubulação na seção 2 é dada por um manômetro e vale 10^5 N/m^2 . A velocidade da água na seção 2 é de $9,0 \text{ m/s}$ e o diâmetro da tubulação é de 15 cm . Supondo que não haja atrito no escoamento, nem variação da energia interna da água ou troca de calor com o ambiente, determine a potência da turbina. Dados: $\rho = 1.000 \text{ kg/m}^3$; $g = 9,81 \text{ m/s}^2$.



Do enunciado:

$$P_2 = 10^5 \text{ N/m}^2 \text{ (relativa)}$$

$$\bar{V}_2 = 9,0 \text{ m/s}$$

$$D_2 = 15 \text{ cm} = 0,15 \text{ m}$$

$$h_p = 0$$

$$\hat{Q} = 0$$

$$\Delta \hat{U} = 0$$

Vamos aplicar o balanço de energia mecânica entre os pontos 1 e 2:

$$\frac{\Delta \bar{V}^2}{2} + g\Delta z + \frac{\Delta P}{\rho} = \hat{W}_S$$

$$\frac{\bar{V}_2^2 - \bar{V}_1^2}{2} + g(z_2 - z_1) + \frac{(P_2 - P_1)}{\rho} = \hat{W}_S$$

$\bar{V}_1 = 0$ (nível constante no reservatório);

$P_1 = P_{\text{atm}}$ (superfície livre);

$z_1 = 30 \text{ m}$ (baseados no nível de referência);

$z_2 = 6 \text{ m}$

$P_2 = 10^5 + P_{\text{atm}}$ (absoluta).

Assim:

$$\frac{9,0^2}{2} + 9,81(6 - 30) + \frac{(10^5)}{1000} = \hat{W}_S$$

$$\hat{W}_S = 40,5 - 235,44 + 100 = -94,94 \text{ m}^2/\text{s}^2$$

O sinal negativo indica que o trabalho de eixo “sai” do sistema, ou seja, o fluido realiza trabalho sobre a turbina.

Determinação da potência, \dot{W}_S : $\dot{W}_S = \hat{W}_S \dot{m}$ e $\dot{m} = \rho \bar{V} A$

$$\dot{m} = 1000 \times 9,0 \frac{\pi(0,15)^2}{4} = 159 \text{ kg/s}$$

$$\dot{W}_S = 94,94 \times 159 = 15.095 \text{ kgm}^2/\text{s}^3 = 15,1 \text{ kW}$$

$$1 \text{ hp} = 745 \text{ watt} \rightarrow \dot{W}_S = 20,3 \text{ hp}$$

Observação: Se a máquina for uma turbina $\rightarrow \hat{W}_S < 0$
 Se a máquina for uma bomba $\rightarrow \hat{W}_S > 0$

Ex. – Um chuveiro elétrico possui uma de potência de 5,5 kW. Estime a temperatura de saída da água para uma vazão de 12 L/min. A temperatura inicial da água é de 20 °C e a pressão relativa da água na entrada do chuveiro é de 2,0 mca (metro de coluna de água). Despreze a troca de calor com o ambiente. Dados da água: $\rho = 995 \text{ kg/m}^3$; $C_p = 1,0 \text{ kcal/kg}^\circ\text{C}$.



$T_i = 20 \text{ }^\circ\text{C}$ $T_f = ?$ $C_p = 1,0 \text{ kcal/kg}^\circ\text{C}$ $\rho = 995 \text{ kg/m}^3$	$\dot{W} = 5500 \text{ W}$ $\dot{Q} = 0$ $\dot{V} = 12 \text{ L/min}$ $P_{\text{entrada}} = 2,0 \text{ mca (relativa)}$ $P_{\text{saída}} = P_{\text{atm}}$
--	---

Vamos assumir: $V_1 = V_2$ e $z_1 = z_2$

A equação do balanço global de energia: $\frac{\Delta \bar{V}^2}{2} + g\Delta z + \frac{\Delta P}{\rho} + \Delta \hat{U} = \hat{W} + \hat{Q}$

Neste caso: $\frac{\Delta P}{\rho} + \Delta \hat{U} = \hat{W} \rightarrow \begin{matrix} \dot{W} = \dot{m} \hat{W} \\ \dot{U} = \dot{m} \hat{U} \end{matrix} \rightarrow \frac{\Delta P}{\rho} + \Delta \left(\frac{\dot{U}}{\dot{m}} \right) = \frac{\dot{W}}{\dot{m}}$

Para $C_p = \text{cte}$ e $\dot{U} = \dot{m}C_pT$, temos:

$$\frac{\Delta P}{\rho} + C_p \Delta T = \frac{\dot{W}}{\dot{m}} \quad \rightarrow \quad \Delta T = (T_f - T_i) = \frac{1}{C_p} \left(\frac{\dot{W}}{\dot{m}} - \frac{\Delta P}{\rho} \right)$$

$$\dot{V} = 12 \frac{\text{L}}{\text{min}} \left(\frac{1 \text{ min}}{60 \text{ s}} \right) \left(\frac{1 \text{ m}^3}{1000 \text{ L}} \right) = 0,0002 \text{ m}^3/\text{s}$$

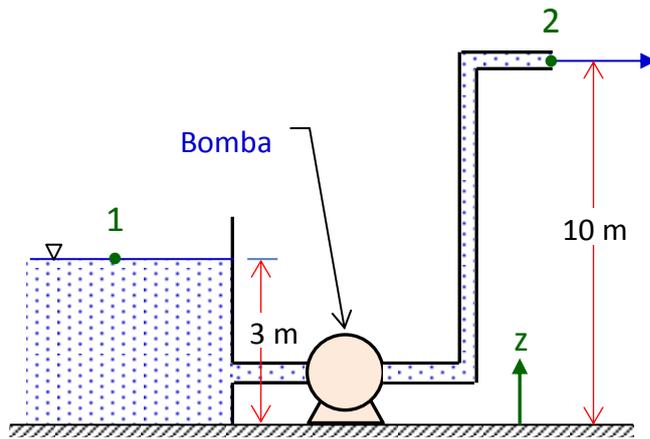
$$\dot{m} = \rho \dot{V} = 995 \times 0,0002 = 0,20 \text{ kg/s}$$

$$C_p = 1000 \frac{\text{cal}}{\text{kg}^\circ\text{C}} \left(\frac{1 \text{ J}}{0,239 \text{ cal}} \right) = 4184 \text{ J/kg}^\circ\text{C}$$

$$\begin{aligned} P_{\text{entrada}} &= 2,0 + P_{\text{atm}} & \rightarrow & \Delta P = P_{\text{saída}} - P_{\text{entrada}} = 2,0 \text{ mca} \left(\frac{101325 \text{ N/m}^2}{10,33 \text{ mca}} \right) \\ P_{\text{saída}} &= P_{\text{atm}} & & \Delta P = 19618 \text{ N/m}^2 \end{aligned}$$

$$(T_f - T_i) = \frac{1}{4184} \left(\frac{5500}{0,2} - \frac{19618}{995} \right) = 6,6 \text{ }^\circ\text{C} \rightarrow T_f = 26,6 \text{ }^\circ\text{C}$$

Ex. - Água é bombeada de um grande reservatório, cujo nível é invariável, até um ponto acima (livre para a atmosfera). A velocidade da água na seção 2 é de 4,0 m/s e o diâmetro da tubulação é de 5 cm. Supondo que não haja atrito no escoamento, nem variação da energia interna da água ou troca de calor com o ambiente, determine a potência da bomba. Veja a figura a seguir. Dados: $\rho = 995 \text{ kg/m}^3$; $g = 9,81 \text{ m/s}^2$.



Do enunciado:

$$P_1 = P_2 = P_{atm}$$

$$\bar{V}_2 = 4,0 \text{ m/s}$$

$$D_2 = 5 \text{ cm} = 0,05 \text{ m}$$

$$h_p = 0$$

$$\hat{Q} = 0$$

$$\Delta \hat{U} = 0$$

Balanco de energia mecânica entre os pontos 1 e 2:

$$\frac{\Delta \bar{V}^2}{2} + g\Delta z + \frac{\Delta P}{\rho} = \hat{W}_s$$

$$\frac{\bar{V}_2^2 - \bar{V}_1^2}{2} + g(z_2 - z_1) + \frac{(P_2 - P_1)}{\rho} = \hat{W}_s$$

$\bar{V}_1 = 0$ (nível constante no reservatório);

$z_1 = 3 \text{ m}$ (baseado no nível de referência);

$z_2 = 10 \text{ m}$

Assim:

$$\frac{4,0^2}{2} + 9,81(10 - 3) = \hat{W}_s$$

$$\hat{W}_s = 8,0 + 68,7 = 76,7 \text{ m}^2/\text{s}^2$$

$$\dot{W}_s = \hat{W}_s \dot{m}$$

e

$$\dot{m} = \rho \bar{V} A$$

$$\dot{m} = 995 \times 4,0 \frac{\pi(0,05)^2}{4} = 7,8 \text{ kg/s}$$

$$\dot{W}_s = 76,7 \times 7,8 = 598,3 \text{ kgm}^2/\text{s}^3 \cong 600 \text{ W}$$