

**Em todas as questões, justifique sua resposta!**

NOME: ..... NO. USP FINAL PAR .....

**Questão 1** (4,5) Caso necessário, use que  $\ln 2 \approx 0,6931$  e  $\ln 3 \approx 1,0986$ .

(a) (0,5) Explique por que a área da faixa de hipérbole  $H_1^2$  é menor do que a área da faixa de hipérbole  $H_1^3$ .

(b) (1,0) Explique como podemos concluir que  $2 < e < 3$ , a partir dos resultados acima.

(c) (1,5) Seja  $f(x) = \ln(2x + 1) - \ln(x + 3)$ .

- Determine o domínio de  $f$ .
- Exprima os valores de  $f(0)$  e  $f(1)$  em termos de  $\ln 2$  e  $\ln 3$ .
- Para qual valor de  $x$  tem-se  $f(x) = 0$ ?
- Para qual valor de  $x$  tem-se  $f(x) = -1$ ?

(d) (1,5) Determine o conjunto solução da desigualdade  $(\ln x)^2 - \ln x \geq 0$ .

**Questão 2** (4,5)

(a) (0,5) Qual é o número complexo  $z$  tal que  $5z + \bar{z} = 12 + 6i$ ?

(b) (1,0) Sejam  $u = 1 + i$  e  $v = 1 - i$ . Determine  $u^{52} \cdot v^{-51}$ .

(c) (1,5) Mostre que se  $z \in \mathbb{C}$  é tal que  $1 + |z| = |1 + z|$ , então  $z \in \mathbb{R}$ .

(d) (1,5) Determine todos os números  $n \in \mathbb{N}$  tais que  $(\sqrt{3} + i)^n$  é um imaginário puro.

**Questão 3** (1,0) Faça sua **autoavaliação** na disciplina MAT 1513 - Laboratório de Matemática.

Refleta e escreva sobre sua dedicação, participação e aprendizado. Que nota numérica (entre 0,0 e 10,0) você se daria?