Logaritmo

Logaritmo

Definição

Sejam $0 < a \neq 1$ *e* $b > 0$ *números reais. O logaritimo de b na base a é o número real* α *tal que* $a^\alpha = b$. *Neste caso escrevemos* $\log_a b = \alpha$. *Logo temos*

$$\log_a b = \alpha \Leftrightarrow a^\alpha = b.$$

Exemplo

1) $\log_3 9 = 2$, *pois* $3^2 = 9$.

2) $\log_7 7 = 1$, *pois* $7^1 = 7$.

3) $\log_4 8 = \dfrac{3}{2}$, *pois* $4^{\frac{3}{2}} = 2^3 = 8$.

4) $\log_5 1 = 0$, *pois* $5^0 = 1$.

Propriedades dos Logaritmos

Suponha que $0 < a \neq 1$, $b > 0$ números reais. Segue da definição dos logaritmos as seguintes propriedades:

P1) $\log_a 1 = 0$.

P2) $\log_a a = 1$.

P3) $a^{\log_a b} = b$.

P4) $\log_a b = \log_a c \Leftrightarrow b = c$.

Propriedades dos Logaritmos

Suponha que $0 < a \neq 1$, $b > 0$, $c > 0$ e α números reais. Valem as seguintes propriedades:

P1) $\log_a(bc) = \log_a b + \log_a c$.

P2) $\log_a\left(\dfrac{b}{c}\right) = \log_a b - \log_a c$.

P3) $\log_a b^\alpha = \alpha \log_a b$.

P4) Se $0 < c \neq 1$, $\log_a b = \dfrac{\log_c b}{\log_c a}$

P5) Se $0 < b \neq 1$, $\log_a b = \dfrac{1}{\log_b a}$

P6) Se $\beta \neq 0$, $\log_{a^\beta} b = \frac{1}{\beta} \log_a b$.

Exemplo

Desenvolva aplicando as propriedades dos logaritmos

$$\log_3\left(\frac{a^2 b^3}{c^5}\right).$$

solução:

$$\log_3\left(\frac{a^2 b^3}{c^5}\right) = \log_3(a^2 b^3) - \log_3 c^5 = \log_3 a^2 + \log_3 b^3 - 5\log_3 c$$

$$= 2\log_3 a + 3\log_3 b - 5\log_3 c$$