



Procure no site

Login/Registro

Topo

Canais



Procure no site

E-mail

Senha

Cadastre-se

Esqueci a senha

DISCIPLINAS

ESPECIAL

+ PESQUISAS

ENEM

VESTIBULAR

EDUCADOR

O QUE É?

EXERCÍCIOS

MONOGRAFIAS

ESCOLA KIDS

HOME > MATEMÁTICA > GE

MATEMÁTICA



Curtir

0

Ângulo entre dois vetores

O ângulo entre dois vetores pode ser calculado por meio da norma desses dois vetores e do produto interno entre eles.

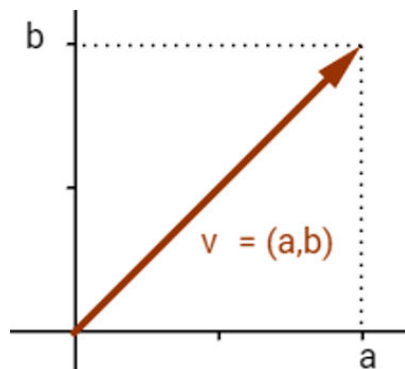
Ouça: Ângulo entre dois vetores - Brasil Escola
0:00

100%

PUBLICIDADE

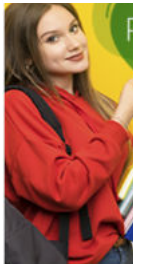
Vetores são objetos matemáticos responsáveis por descrever a trajetória de pontos. Por muitas vezes, esses pontos representam objetos concretos em movimento, o que é estudado minuciosamente pela Física. Ao considerar as forças envolvidas na movimentação (de fato ou em potencial) de um objeto, a Física faz uso dos vetores para representá-las. O ângulo que esses vetores formam é parte crucial nos cálculos, pois uma pequena variação no ângulo pode exigir que mais força seja aplicada sobre um objeto para que ele inicie ou permaneça em movimento.

Os vetores são representados geometricamente por flechas, que são segmentos de reta orientados. Assim, uma das extremidades do segmento indica a posição final do ponto movimentado, e a outra extremidade não recebe marcação, indicando que foi ali que o movimento teve início. O ponto de localização da extremidade final, geralmente, é utilizado para identificar um vetor que se inicia na origem de um sistema de coordenadas. Considerando o plano cartesiano como sistema de coordenadas, um vetor v , que se inicia no ponto $(0,0)$ e finda no ponto (a,b) , é representado apenas como *vetor* $v = (a,b)$. Se o vetor se iniciar em outro ponto, basta movimentá-lo para o local apropriado.



Vetor no plano cartesiano

AULÃO AO VIVO



O nosso aula
revisar temas

BRASIL ESCOLA

Inscreva-
YouTube e
conteúdo

ENEM

Saiba que
cartão co
Enem 201

ATUALIDADES

Veja o qu
no mundo

DORALGINA

maneira, a norma do vetor $v = (a,b)$ é denotada por $|v|$ e pode ser calculada da seguinte maneira:

Não pare agora... Tem mais depois da publicidade :)

$$|v| = \sqrt{a^2 + b^2}$$

Considerando dois vetores $v = (a,b)$ e $u = (a',b')$, o *produto interno* entre eles é denotado por $\langle v,u \rangle$ e é dado pela seguinte expressão:

$$\langle v,u \rangle = a \cdot a' + b \cdot b'$$

O produto interno entre dois vetores também é definido por meio do ângulo entre eles. Essa definição torna possível o cálculo do ângulo entre dois vetores.

Ângulo entre dois vetores

Dessa maneira, tomando os mesmos vetores v e u , o cosseno do ângulo θ entre eles é dado pela seguinte expressão:

$$\cos\theta = \frac{\langle v,u \rangle}{|v| \cdot |u|}$$

De posse desses dados, definições e, de certa maneira, fórmulas, é possível traçar uma estratégia para calcular o ângulo entre dois vetores.

Dados os vetores $v = (2,2)$ e $u = (0,2)$, calcularemos o ângulo entre eles. Para tanto, primeiramente, calcule a norma de cada vetor e o produto entre essas normas:

$$|v| = \sqrt{2^2 + 2^2}$$

$$|v| = \sqrt{4 + 4}$$

$$|v| = \sqrt{8}$$

$$|u| = \sqrt{0^2 + 2^2}$$

$$|u| = \sqrt{0 + 4}$$

$$|u| = \sqrt{4}$$

$$|v| \cdot |u| = \sqrt{8} \cdot \sqrt{4}$$

$$|v| \cdot |u| = 4\sqrt{2}$$

Posteriormente, calcule o produto interno entre v e u :

$$\langle v,u \rangle = 2 \cdot 0 + 2 \cdot 2$$

$$\langle v,u \rangle = 0 + 4$$

$$\langle v,u \rangle = 4$$

Por fim, utilize a fórmula do ângulo entre vetores para calcular o $\cos\theta$ e a [tabela de valores dos cossenos](#) para encontrar o valor de θ .

$$\cos\theta = \frac{\langle v,u \rangle}{|v| \cdot |u|}$$

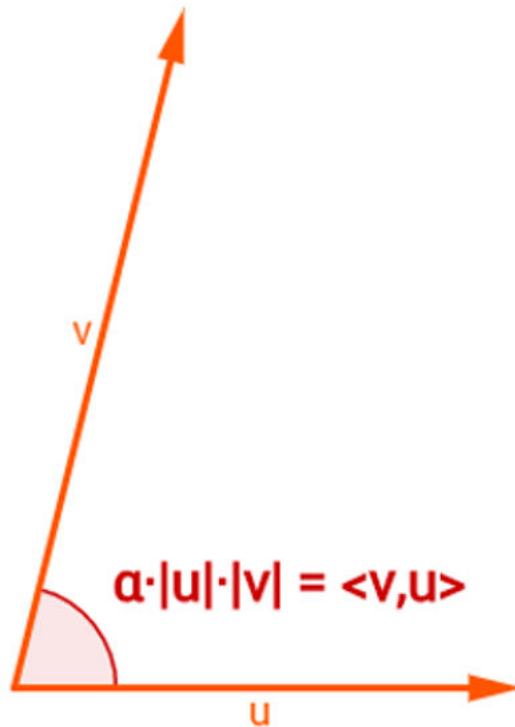
$$\cos\theta = \frac{4}{4\sqrt{2}}$$

$$\cos\theta = \frac{2}{\sqrt{2}}$$

$$\cos\theta = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\theta = 45^\circ$$

Por Luiz Paulo Moreira
Graduado em Matemática

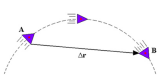


Relação entre ângulo, normas e produto interno de dois vetores

Gostaria de fazer a referência deste texto em um trabalho escolar ou acadêmico? Veja:

SILVA, Luiz Paulo Moreira. "Ângulo entre dois vetores"; *Brasil Escola*. Disponível em: <https://brasilecola.uol.com.br/matematica/Angulo-entre-dois-vetores.htm>. Acesso em 07 de outubro de 2019.

ARTIGOS RELACIONADOS



FÍSICA
Velocidade vetorial



MATEMÁTICA
Norma de um vetor



MATEMÁTICA
Redução ao primeiro quadrante no ciclo

MATEMÁTICA
Distância entre dois pontos

MATEMÁTICA
Simetria no Círculo Trigonométrico

MATEMÁTICA
Seno, cosseno e tangente



Procurar no site

Login/Registro

Topo

Canais

RECOMENDADOS PARA VOCÊ

[Quem somos](#) | [Anuncie no Brasil Escola](#) | [Expediente](#) | [Política de Privacidade](#) | [Termos de Uso](#) | [Fale Conosco](#)

SIGA O **BRASIL ESCOLA**

[ALUNOS ONLINE](#)

[BIOLOGIA NET](#)

[ESCOLA KIDS](#)

[EXERCÍCIOS MUNDO
EDUCAÇÃO](#)

[HISTÓRIA DO
MUNDO](#)

[MANUAL DA
QUÍMICA](#)

[MUNDO EDUCAÇÃO](#)

[PORTUG](#)



Resolução mínima de 1024x768. Copyright 2019 Rede Omnia - Todos os direitos reservados
Proibida a reprodução total ou parcial sem prévia autorização (Inciso I do Artigo 29 Lei 9.610/98)