EQUAÇÕES DIFERENCIAIS ORDINÁRIAS - INTRODUÇÃO

1. Introdução

Uma equação da forma

$$F(x, y, y', y'', \cdots, y^{(n)}) = 0. \tag{1}$$

na qual F é uma função real de $n+2$ variáveis, x uma variável real e $y, y', y'', \cdots, y^{(n)}$ denotam uma função real da variável x e suas derivadas até ordem n. é denominada **equação diferencial ordinária de ordem** n.

Uma função φ é uma **solução da E.D.O.** (1) **no intervalo** I, se $F(x, \varphi, \varphi'(x), \varphi''(x), \cdots, \varphi^{(n)}(x)) = 0$, para todo $x \in I$.

Exemplo 1.1. *A função* $y = \frac{1}{16}x^4$ *é uma solução da equação* $y' = xy^{1/2}$. *no intervalo* $I = (-\infty, +\infty)$.

Dizemos que a equação está na **forma normal** se a derivada de ordem mais alta $y^{(n)}$, estiver escrita em função das demais ou seja, se a equação estiver na forma:

$$y^{(n)} = f(x, y, y', y'', \cdots, y^{(n-1)}). \tag{2}$$

Exemplo 1.2. *A equação* $x^2y''' - \cos(2xy'') + e^{yy'} - x^3e^{2x} = 0$ *é uma EDO de* 3^a *ordem que pode ser escrita na forma normal:*
$y''' = \frac{\cos(2xy'')}{x^2} - \frac{e^{yy'}}{x^2} + xe^{2x}$.
Observemos, para futura referência que, na forma normal, a equação não está definida para $x = 0$.

Date: July 14, 2020.

Duas questões centrais sobre a equação (2) são a existência de soluções e a unicidade de soluções . Para estudar essa questão devemos considerar o **Problema de Valor Inicial (PVI)** associado à equação (2)

$$(3) \quad \begin{cases} y^{(n)} = f(x, y, y', y'', \cdots, y^{(n-1)}) \\ y(x_0) = y_0, y'(x_0) = y_1, y''(x_0) = y_2, \cdots, y^{(n-1)}(x_0) = y_n \end{cases}$$

Um resultado fundamental na teoria de Equações Diferenciais Ordinárias é que, se f satisfaz algumas condições de "regularidade" então o P.V.I. (3) tem solução única. Vamos enunciar esse resultado de maneira mais precisa para equações de primeira ordem na próxima seção.