

## Problema 6 - resolução

Primeiro, pensarei no problema de forma simplificada, com apenas 2 moedas, seguindo as sugestões de Polya.

$$\text{Seja: } \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{1000}$$

Considerando  $x \leq y$  apenas (se estes forem finitos os outros também serão!).

Observe que: se o par  $(x, y)$  é uma solução, então necessariamente  $x \leq 2000$  pois, caso contrário,  $y \geq x > 2000$  e

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} < \frac{1}{2000} + \frac{1}{2000} = \frac{1}{1000}$$

Então,  $x$  será um n.º natural tal que  $1 \leq x \leq 2000$  e o mesmo vale p/  $y$ .

Assim, tenho o conjunto das pares de soluções como:

$$\{(x, y) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N} : 1 \leq x \leq 2000, 1 \leq y \leq 2000\}$$

Observe também que posso trocar  $\frac{1}{1000}$  por qualquer valor real positivo e o argumento será o mesmo.

Ou seja,  $\forall a > 0$ , só existe um número