Problema 2 - resolução

Seja a seguinte proposição:

O armário de nº n ficará aberto no final se, e somente se, n for um quadrado perfeito.

Primeiro, vamos definir a função $\varphi: \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ tal que $\varphi(K)$ = nº de divisores do nº n.

Tendo que: o armário de número K ficará aberto se o número $\varphi(K)$ for ímpar e ficará fechado se o número $\varphi(K)$ for par. De fato, para cada divisor o armário muda de estado e o estado inicial é fechado.

Seja o Teorema Fundamental da Aritmética, que diz:

Todo nº natural $n \in \mathbb{N}^*$ se escreve, de forma única a menos de permutação dos fatores, como:

$K = p_1^{\alpha_1} \cdot p_2^{\alpha_2} \cdot \ldots \cdot p_n^{\alpha_n}$, onde cada p_i é um nº primo e $\alpha_i \geq 0$, com $0 \leq i \leq n$.

E, considere o seguinte lema:

LEMA: Se $K \in \mathbb{N}$ e $K = p_1^{\alpha_1} \ldots p_n^{\alpha_n}$ é a única decomposição de K em