

Problema 1 - resolução

Por PIF:

a) base: $P(1) \Rightarrow (1+\lambda)^1 \geq 1+1 \cdot \lambda$
 $\Rightarrow 1+\lambda \geq 1+\lambda \quad \checkmark$
vale.

b) Hipótese da Indução HI

Seja $P(k)$ verdade $\forall k \in \mathbb{N}$, então $P(k+1)$ também é verdade e $(1+\lambda)^k \geq 1+k \cdot \lambda$

c) Tese: Para $n = k+1$ tenho que:

$$(1+\lambda)^{k+1} \geq 1+(k+1) \cdot \lambda$$
$$\underbrace{(1+\lambda)^k}_{HI} \cdot (1+\lambda) \geq 1+\lambda \cdot k + \lambda$$

$$(1+k\lambda)(1+\lambda) \geq 1+\lambda k + \lambda$$
$$1+k\lambda + \lambda + k\lambda^2 \geq 1+\lambda k + \lambda$$

$$\Rightarrow k\lambda^2 \geq 0$$

sendo assim: $k\lambda^2$ sempre ser maior ou igual a zero já que $k \in \mathbb{N}$ e $\lambda \geq -1$, $\lambda^2 > 0 \Rightarrow k\lambda^2 \geq 0$.

∴ a desigualdade $(1+\lambda)^n \geq 1+n \cdot \lambda$ é verdade para $\lambda \geq -1$ e $n \in \mathbb{N}$.