(2,5 pontos)

5. $x+y+z=20$, $x, y, z \in \mathbb{N}^*$

• Vamos fixar $x=1$, assim temos:

$y+z=19$ e $1 \leq y \leq 18$, ou seja:

para $y=1 \Rightarrow z=18$
para $y=2 \Rightarrow z=17$
⋮
para $y=18$, $z=1$

18 possibilidades

• Vamos fixar $x=2$, assim temos:

$y+z=18$ e $1 \leq y \leq 17$, ou seja:

para $y=1 \Rightarrow z=17$
para $y=2 \Rightarrow z=16$
⋮
para $y=17 \Rightarrow z=1$

17 possibilidades

Desta forma podemos perceber que:

• Fixado $x=3$, temos $y+z=17$ e para isso teremos 16 possibilidades.

• Fixado $x=4$, temos $y+z=16$ e para isso teremos 15 possibilidades.

⋮

• Fixado $x=18$, temos $y+z=2$ e para isso teremos 1 possibilidade.

Desta forma, considerando que todas as respostas são diferentes, temos que o número de soluções inteiras e positivas são:

$18+17+16+15+14+13+12+11+10+9+8+7+$
$+6+5+4+3+2+1=171$