6- Vamos fazer primeiro para x e y assim

$$\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{1}{1000}$$

considerando os casos onde $x \leq y$ temos que se estes forem finitos, os outros também serão assim se (x,y) é solução então $x \leq 2000$ pois caso contrário $y \geq x > 2000$ e $\frac{1}{x}+\frac{1}{y} < \frac{1}{2000}+\frac{1}{2000} \leq \frac{1}{1000}$

Assim $x \in \mathbb{N} \mid 1 \leq x \leq 2000$, logo o conjunto dos pares soluções está contido no conjunto:

$$\{(x,y) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N} \mid 1 \leq x \leq 2000,\ 1 \leq y \leq 2000\}$$

que é finito

Observe agora que poderíamos trocar $\frac{1}{1000}$ por qualquer valor real positivo, ou seja, $a > 0$. Logo existe um número finito de soluções inteiras positivas para a equação $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=a$.

Vamos fazer para x, y e z agora assim

$$\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}=\frac{1}{1000}$$

Vamos supor que $x < y < z$ os outros casos são análogos