Matheus Serpa **9010196**

Matheus Serpa 9010196

(2) Os armários que ficarão abertos são os com um número ímpar de divisores. Isto é, os números quadrados.

Portanto, os armários são: 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81 e 100. Ao todo são 10 armários.

($\Rightarrow$)

Para ser ímpar, precisamos de:

ímpar x ímpar ($a+1$) x ($b+1$) $\Rightarrow$ a e b ou $a, b, c,$ etc são pares (expoentes precisam ser pares)

Dessa forma, podemos

$$2^{2n} \cdot 3^{2m} \ldots = (2^n 3^m \ldots)^2$$

($\Leftarrow$)

Hipótese: X é um quadrado perfeito

Tese: X tem um número ímpar de divisores

$X = K^2$ para algum $K \in \mathbb{N}$;

$K = 2^{2i} \cdot 3^{2j} \cdot 5^k$

$X = K^2 = ($

de divisores $= (2a_i + 1)(2a_j + 1) \ldots$ Como $a_i \in \mathbb{N}, \forall\, i \in \mathbb{N}$ $(2a_i + 1)$ é ímpar para todo $a_i \in \mathbb{N}$

$\therefore \prod_{i=1}^{m} (2a_i + 1)$ é ímpar

Matheus Serpa 9010196

(5) - Soluções que são inteiras de

$$x + y + z = 20$$

$$\binom{20-1}{3-1} = \binom{19}{2} = \frac{19!}{2!\,17!} = \frac{19.18}{2} = 19.9 = \underline{171}$$

(1) $(1+x)^n \geq 1 + nx$

$$(1+r)^k \geq 1 + kx \Rightarrow (1+x)^{k+1} \geq 1+(k+1)x$$

$$(1+x)^{k+1} = (1+r)^k(1+r) \geq (1+kr)(1+r), \text{ pois}$$

$$(1+r)^k \geq 1+kr$$

$$\Rightarrow (1+r)^k\ (1+r) \geq (1+kr)(1+r)$$

$$(1+r)^k(1+r) \geq (1(1+r)+kr(1+x))$$

$$\geq (1+r+kr+kr^2)$$

$$\geq (1+r+kr)+kr^2$$

$$\geq 1+r+kr$$

$$\geq 1+r(k+1)$$

Logo val p/ $r > -1$