Problema 6 (3,0) Matheus dos Santos Mattano, 9299507

Vamos considerar o problemas com 2 incógnitas :

$$\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{1}{1000}$$

Vejamos quando $x \leq y$, se estes forem finitos, os demais também serão. Se (x,y) é solução, $x \leq 2000$, senão $y > x > 2000$ e $\frac{1}{x}+\frac{1}{y} < \frac{1}{2000}+\frac{1}{2000} \leq \frac{1}{1000}$, logo $x \in \mathbb{N}$ e está entre 1 e 2000, ~~análogo para y~~. Assim, a solução seria $\{(x,y) \in \mathbb{N}\times\mathbb{N} : 1 \leq x \leq 2000, 1 \leq y \leq 2000\}$ no qual é finito. Ou seja, se $a>0$, existirá um número finito de soluções positivas, tal que : $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=a$. Tomemos $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}=\frac{1}{1000}$, supomos que $x \leq y \leq z$, para os demais é análogo, teremos $x \leq 3000$, senão $y \geq z \geq x > 3000$ e $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z} < \frac{1}{3000}+\frac{1}{3000}+\frac{1}{3000} \leq \frac{1}{1000}$. Sejam $x_1, x_2, .., x_n$ valores de x, que exista solução, teremos :

$$\frac{1}{y}+\frac{1}{z}=a=\frac{1}{1000}-\frac{1}{x},$$

logo o número de soluções é finito. Como os valores de x é finito, o mesmo vale para as triplas soluções do problema, sendo finito.