6- Mostre que só existe um número finito de soluções inteiras positivas para a equação

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = \frac{1}{1000}$$

Estudo de caso: (2 variáveis)

Existe um número finito de soluções inteiras positivas para a equação:

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{1000}$$

Caso 1: $x \leq y$ $\Rightarrow x \leq 2000$, pois do contrário $y \geq x > 2000$ e

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} < \frac{1}{2000} + \frac{1}{2000} \leq \frac{1}{1000} \quad \geq \frac{1}{2000}$$

$\therefore x \in \mathbb{N}$ e $1 \leq x \leq 2000$ $\Rightarrow \frac{1}{x} + \frac{1}{y} < \frac{1}{2000} + \frac{1}{2000} \leq \frac{1}{1000}$

$y \in \mathbb{N}$ e $1 \leq y \leq 2000$

Absurdo, pois

Como $x, y \in \mathbb{N}$ e pertence a um intervalo finito, o número de combinações de (x, y) como soluções inteiras positivas é finito

Caso 2: $x > y$

Analogamente ao caso 1 e portanto também tenho um número finito de soluções inteiras positivas

Generalizando da mesma forma sempre teremos um número finito d[e] soluções inteiras positivas para a equação $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = a$, onde $a > 0$ e $a \in$