1) Mostre que, se $r \geq -1$ é um número real n é um número natural, então vale a desigualdade: $(1+r)^n \geq 1+nr$

$(1+r)^n \geq 1+nr$, com $r \in \mathbb{R}$ e $r \geq -1$; $n \in \mathbb{N}$

Irei utilizar o "Princípio da Indução Finita" PIF para provar que vale a desigualdade

nota:
$\overset{*}{\Rightarrow}$ símbolo para: substituindo na desigualdade

1) Base: $n=1$

$n=1 \overset{*}{\Rightarrow} (1+r)^1 \geq 1+1.r \Rightarrow 1+r \geq 1+r \Rightarrow 1 \geq 1$

$\therefore$ vale afirmação para $n=1$

2) Hipótese: $n=k$, $\forall k \in \mathbb{N}$

$n=k \overset{*}{\Rightarrow} (1+r)^k \geq 1+k.r$ Se essa desigualdade for verdadeira, vale a desigualdade para $n=k+1$, $\forall k \in \mathbb{N}$

3) Teste da Tese: $n=k+1$, $\forall k \in \mathbb{N}$

$n=k+1 \overset{*}{\Rightarrow} (1+r)^{k+1} \geq 1+(k+1)r \Rightarrow \underbrace{(1+r)^k}.(1+r) \geq 1+k.r+r$

aplicando a Hipótese: $(1+r)^k \geq 1+kr$, temos:

$n=k+1 \overset{*}{\Rightarrow} (1+k.r).(1+r) \geq 1+k.r+r \overset{1}{\Rightarrow}$

$\overset{1}{\Rightarrow} 1+k.r+r+kr^2 \geq 1+k.r+r \Rightarrow kr^2 \geq 0$, como $k \in \mathbb{N}$ e $r^2 \in (\mathbb{R}^+ \cup \{0\})$

$r \geq -1 \Rightarrow r^2 \geq 0$

Vale afirmação

Portanto pelo Método PIF vale a desigualdade:

$\boxed{(1+r)^n \geq 1+n.r \text{ , onde } r \in \mathbb{R} \text{ e } r \geq -1 \text{ , } n \in \mathbb{N}}$