~~SEMINÁRIO~~ SEMINÁRIO DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS - MAT0450 - 1ª Prova - 26/06/2020

Prof: Antônio Luiz Pereira

Nome: Gabriela Naomi Taminato

NUSP: 9402961

$\boxed{\text{Problema 1}}$ se $\overbrace{a \geq -1, a \in \mathbb{R}}^{\text{Tomamos } a = r}$ $\Rightarrow$ $\overbrace{(1+r)^n \geq 1 + nr}^{P(n)}$.
$n \in \mathbb{N}$

Como a natureza do problema é do modo "provar $P(n)$ $\forall n \in \mathbb{N}$", podemos utilizar o PIF para a resolução.

① Passo base

Observemos $P(0)$

$$(1+r)^0 \geq 1 + 0.r$$

$$1 \geq 1$$

Observemos $P(1)$

$$(1+r)^1 \geq 1 + 1r$$

$$1+r \geq 1+r$$

$P(n)$ é verdadeira para $n=0$ e $n=1$.

② Passo indutivo

Supomos que $P(k)$ seja verdadeira para um dado $k \in \mathbb{N}$, isto é:

$$(1+r)^k \geq 1 + kr$$

Vamos mostrar que, desta igualdade, podemos obter:

$$(1+r)^{k+1} \geq 1 + (k+1)r$$ ou seja,

$$P(k) \Rightarrow P(k+1) \quad \forall k \in \mathbb{N}.$$



Digitalizado com CamScanner

$$(1+r)^{k+1} \geq 1+(k+1)\cdot r$$

$$(1+r)^{k}\cdot(1+r) \geq 1+rk+r$$

HI

$$(1+kr)(1+r) \geq 1+rk+r$$

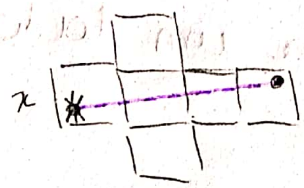
$$1+kr+r+kr^2 \geq 1+rk+r$$

$$kr^2 \geq 0$$

Verdade, pois $kr^2 \geq 0$, com $k \in \mathbb{N}$ e $r \geq -1$

## Problema 4

① Tome a planificação do cubo




**Justificativa**

• Vale pois a transformação da planificação é linear preserva distâncias

② Considere cada inseto como um ponto.

③ Trace uma reta entre esses pontos.

④ Retorne a planificação para sua forma de cubo e obterá o trajeto, pois a reta é a menor distância entre dois pontos

• É necessário tomar uma planificação em que seja possível traçar essa reta (a que tomamos no caso, vale, traçamos uma reta no interior de um retângulo $x \times 4x$).



Digitalizado com CamScanner

**[P]roblema 6** Mostrar que solução é finita para

$$\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}=\frac{1}{1000}.$$

Tomemos um ex simplificado

$$\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{1}{1000}$$

Consideremos $x \leq y$, pois se esse caso for finito, os outros também serão.

Se $(x,y)$ é solução $\Rightarrow x \leq 2000$, pois c.c.

$y \geq x > 2000$ e $\frac{1}{x}+\frac{1}{y} < \frac{1}{2000}+\frac{1}{2000} \leq \frac{1}{1000}$.

$Sol = \{(x,y) \in \mathbb{N}\times\mathbb{N} \mid 1 \leq x \leq 2000,\ 1 \leq y \leq 2000\}$.

para $x, y$ positivos.

Para $x, y$ negativos (ambos) $\nexists$ sol.

Para um deles negativo, temos também solução finita.

Semelhantemente resolvemos para o problema original:

Tome $x \leq y \leq z$

$x \leq 3000$ pois, cc. $y, z \geq x > 3000$

e $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z} < \frac{1}{3000}+\frac{1}{3000}+\frac{1}{3000} \leq \frac{1}{1000}$



Digitalizado com CamScanner

Tome agora $x_1, x_2, \dots x_n$, valores de $x$ para os quais existam soluções do problema.

Para cada $x_i$ teremos

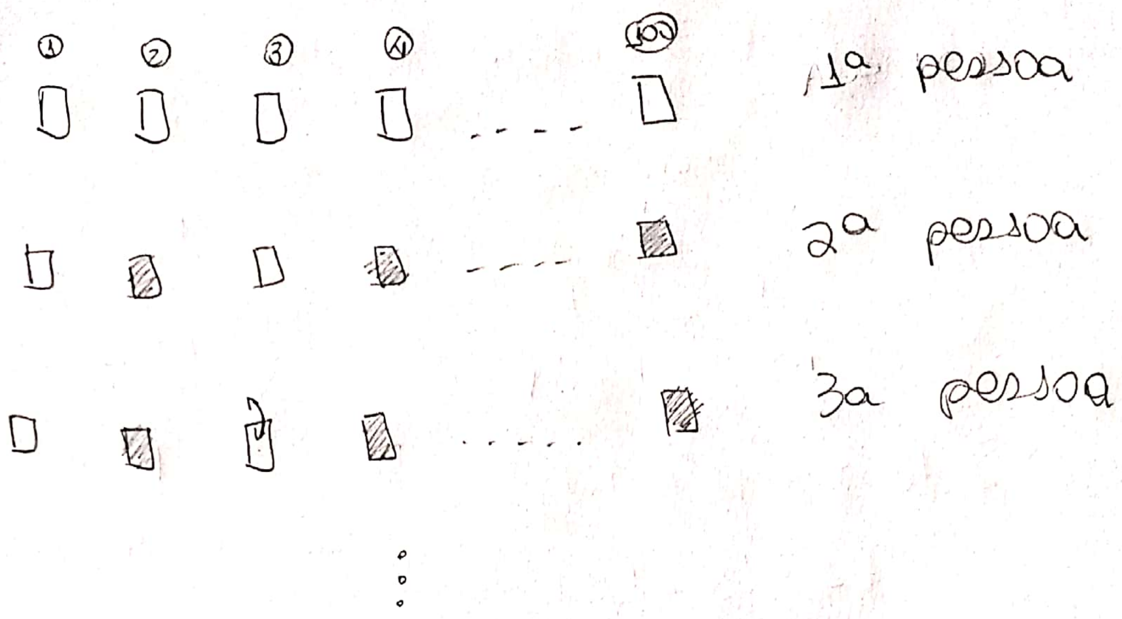
$$\frac{1}{y} + \frac{1}{z} = a = \frac{1}{1000} - \frac{1}{x_i}$$

Assim o número de soluções é finito.



Digitalizado com CamScanner

Problema 2




n-pessoa troca armário múltiplo de n

Podemos perceber que se o nº de divisores do

nº for par ⇒ Fechado

ímpar ⇒ Aberto.

Teo Fund. Aritmética
Todos inteiros positivos maiores que 1 possuem possuem uma decomposição única em fatores primos

$n = p_1^{\alpha_1} \cdots p_n^{\alpha_n}$

número de divisores:

$d = (\alpha_1 + 1)(\alpha_2 + 1) \cdots (\alpha_n + 1)$

$N = 100, \quad N = 2^2 \cdot 5^2$

$d(100) = (2+1)(2+1) = 9$

Como $d(100) = 9$ é ímpar, temos o armário 100 Aberto.

Os armários abertos serão os nºs quadrados perfeitos.



Digitalizado com CamScanner