PROBLEMA 1 (2 PONTOS)

PROVAR QUE $(1+r)^n \geq 1+nr$ , $r \geq -1$

POR INDUÇÃO: $n \in \mathbb{N}$

$P(n) = (1+r)^n$

$P(0) = (1+r)^0 = 1$ e temos que $1+0.r=1$

logo $P(0)$ é válido

Considerando $P(n)$ válido,

$P(n+1) = (1+r)^{n+1} = (1+r)^n \cdot (1+r)$

e $1+(n+1)r = 1+nr+1$

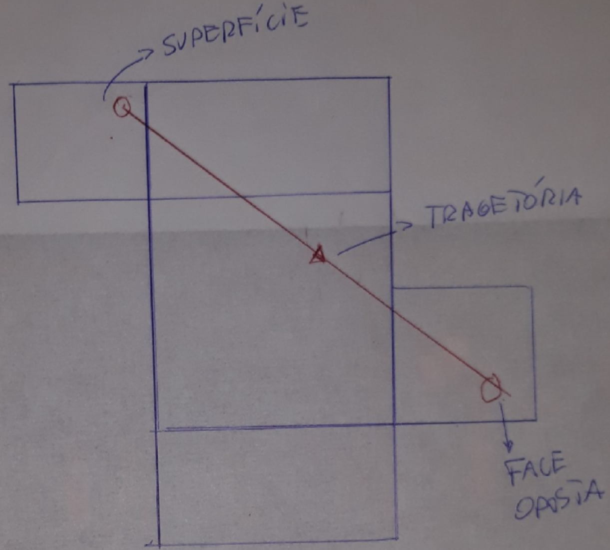
Como $P(n) \geq 1+nr$ ,

Temos $P(n+1) \geq 1+nr+1$

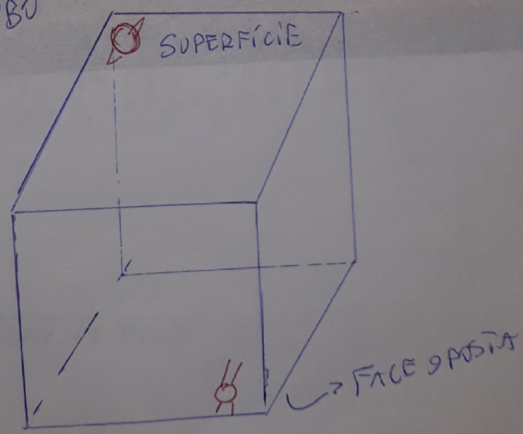
pois $P(n+1) = \underbrace{(1+r)^n}_{\geq 1+nr} \cdot (1+r)$

LOGO $(1+r)^n \geq 1+nr$ PARA TODO $n \in \mathbb{N}$

## PROBLEMA 4




CUBO



## PROBLEMA 5

$$X + Y + Z = 20$$

POR EXEMPLO $X = 20 \quad Y = 0 \quad Z = 0$

ENTÃO USANDO UMA REPRESTAÇÃO SIMBÓLICA

$$\underbrace{X = 20}_{\underbrace{0000\ldots0}_{20 \text{ VEZES}}} \quad + \quad \underbrace{Y = 0}_{+ \ \blacktriangle} \quad + \quad \underbrace{Z = 0}_{\blacktriangle}$$

ou seja

formamos um anagrama $\underbrace{000\ldots0}_{20 \text{ VEZES}}\blacktriangle\blacktriangle$ } TOTAL 22 POSIÇÕES

ENTÃO, O Nº TOTAL DE POSSIBILIDADES PARA X, Y e Z SERÁ O Nº TOTAL DE PERMUTAÇÕES (P) POSSÍVEIS

$$P = \frac{22!}{20!\,(2!)} = \frac{22 \cdot 21 \cdot 20!}{20! \cdot 2} = 231$$

RESPOSTA: 231 Soluções possíveis

## $\boxed{\text{PROBLEMA 6}}$

Considerando a igualdade $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{1}{1000}$

se $x \le y$ e o par $(x,y)$ é uma solução

para $x \le 2000$, pois senão:

$$y \ge x > 2000 \Rightarrow \frac{1}{x}+\frac{1}{y} < \frac{1}{2000}+\frac{1}{2000} \le \frac{1}{1000}$$

$x$ está entre 1 e 2000 e $y$ está entre 1 e 2000.

e $(x,y) \in \mathbb{N}\times\mathbb{N} : 1 \le x \le 2000, 1 \le y \le 2000$

uma solução finita.

Para o problema $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}=\frac{1}{1000}$

supondo $x \le y \le z$, então $x \le 3000$, pois

senão teríamos $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z} < \frac{1}{3000}+\frac{1}{3000}+\frac{1}{3000} \le \frac{1}{1000}$

Os valores possíveis para $x$: $x_1, \dots x_n$ são tais

que $\frac{1}{y}+\frac{1}{z}=\frac{1}{1000}-\frac{1}{x_i}$, mas como vimos

acima, essa igualdade tem um nº finito para

o par $(y,z)$, logo, também será finita para

a tripla $(x,y,z)$ em $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}=\frac{1}{1000}$.