

Problema 6

O que sugere o seguinte conjunto:

$$\left\{ (x, y) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N} : 1 \leq x \leq 2000, \frac{1}{y} = \frac{1}{1000} - \frac{1}{x} \right\}$$

(claramente um conjunto finito).

Suponha $a \in \mathbb{Z}^+$, com o mesmo argumento
temos:

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = a.$$

[Ou seja, podemos
trocar 1/1000 por
qualquer \mathbb{Z}^+ .

Voltando ao problema inicial.

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = \frac{1}{1000}$$

Suponha agora que $x \leq y \leq z$, observe
que a permutação destas posições
dá por resultados diferentes.

Para que existam soluções para o
problema $x \leq 3000$, dado que, caso
contrário, $z \geq y \geq x > 3000$

$$\Rightarrow \frac{1}{3000} + \frac{1}{3000} + \frac{1}{3000} \leq \frac{1}{1000}$$