Problema 2.

De fato, para cada divisor, o armário muda de estado e o estado inicial é fechado.

Teorema Fundamental da aritmética

"Todo número natural $k \in \mathbb{N}$ se escreve de forma única a menos de permutação dos fatores, como $k = p_1^{\alpha_1} \cdot p_2^{\alpha_2} \cdots p_n^{\alpha_n}$, onde cada p_i é um número primo e $\alpha_1 \geq 0$"

Lema: Se $k \in \mathbb{N}^*$ e $k = p_1^{\alpha_1} \cdot p_2^{\alpha_2} \cdots p_n^{\alpha_n}$ é a única decomposição de n em fatores primos, então $\varphi(k) = (\alpha_1+1)(\alpha_2+1)\cdots(\alpha_n+1)$

Dem: Um número divide n se e somente se na decomposição de "d" em fatores primos

$$a = q_1^{\beta_1} q_2^{\beta_2} \cdots q_m^{\beta_m}$$

Observe que temos que cada um dos q_i é algum p_j que comparece na fatoração de n e $\beta_i \leq \alpha_i$.

O número total de escolhas para β_i é o produto das possibilidades $(\alpha_1+1)(\alpha_2+1)\cdots(\alpha_n+1)$, ou seja

$$\varphi(k) = (\alpha_1+1)(\alpha_2+1)\cdots(\alpha_n+1).$$

CS Digitalizada com CamScanner