

AVISO

Este material é parte dos recursos didáticos da disciplina *Física Básica I*, do curso de Bacharelado em Ciências da Computação e Informática Biomédica, oferecida pelo Departamento de Física da Universidade de São Paulo, campus de Ribeirão Preto.

As reproduções de imagens e outros materiais têm o único propósito de uso como recurso didático. Desta forma, nenhuma informação, imagem, totalidade ou partes do conteúdo devem ser utilizados para outros fins.

Departamento de Física
Física Básica 1

ROTAÇÃO – PARTE I

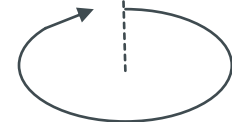
PATRÍCIA NICOLUCCI

ROTAÇÃO

Rotação de um corpo rígido em torno de um eixo fixo

Assim como estudamos para o movimento de translação de um corpo, podemos definir variáveis do movimento para um corpo que esteja realizando um movimento de rotação:

- Posição
- Velocidade
- Aceleração



VARIÁVEIS DE ROTAÇÃO

Posição angular: $\theta = \frac{s}{r}$ (radiano, no S.I.)

Deslocamento angular: $\Delta\theta = \theta_2 - \theta_1$ (radiano, no S.I.)

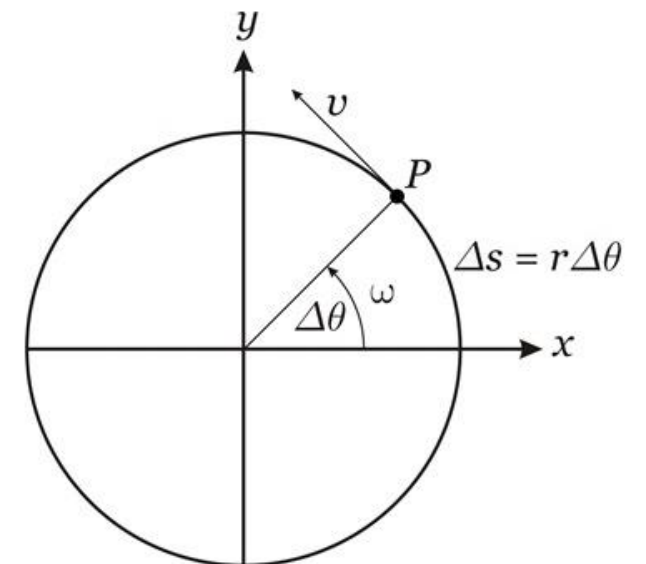
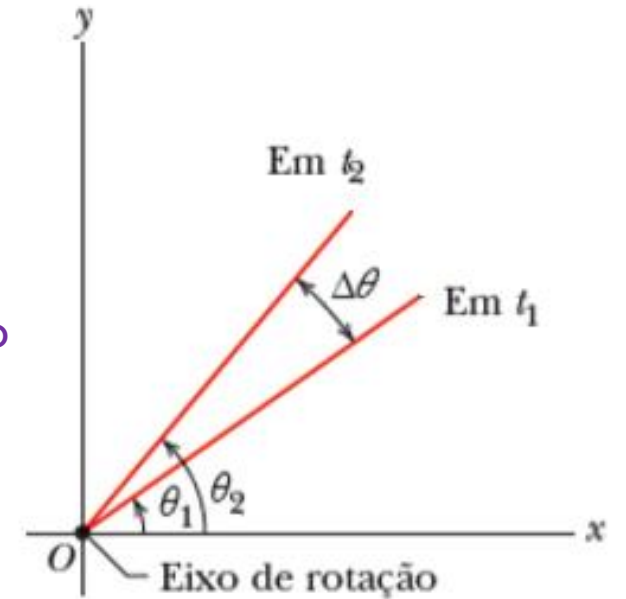
Deslocamento angular no sentido anti-horário é positivo e no sentido horário é negativo

Velocidade angular: $\omega_{med} = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$ (rad/s, no S.I.) rev/s
rpm

$$\omega = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{d\theta}{dt}$$

Aceleração angular: $\alpha_{med} = \frac{\Delta\omega}{\Delta t}$ (rad/s², no S.I.)

$$\alpha = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{d\omega}{dt}$$

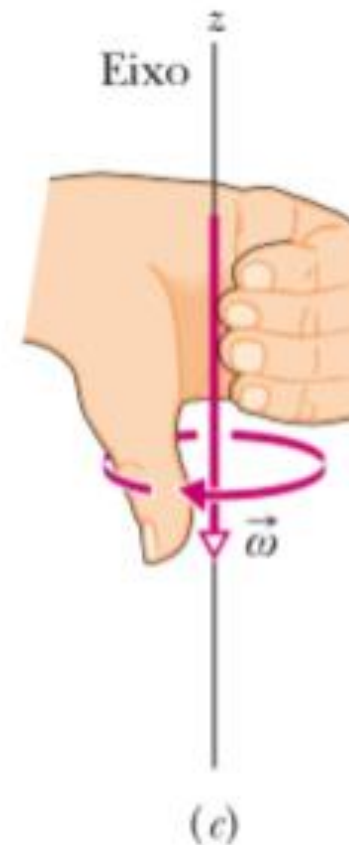


SENTIDO DA ROTAÇÃO

Rotação no sentido anti-horário é positivo e no sentido horário é negativo

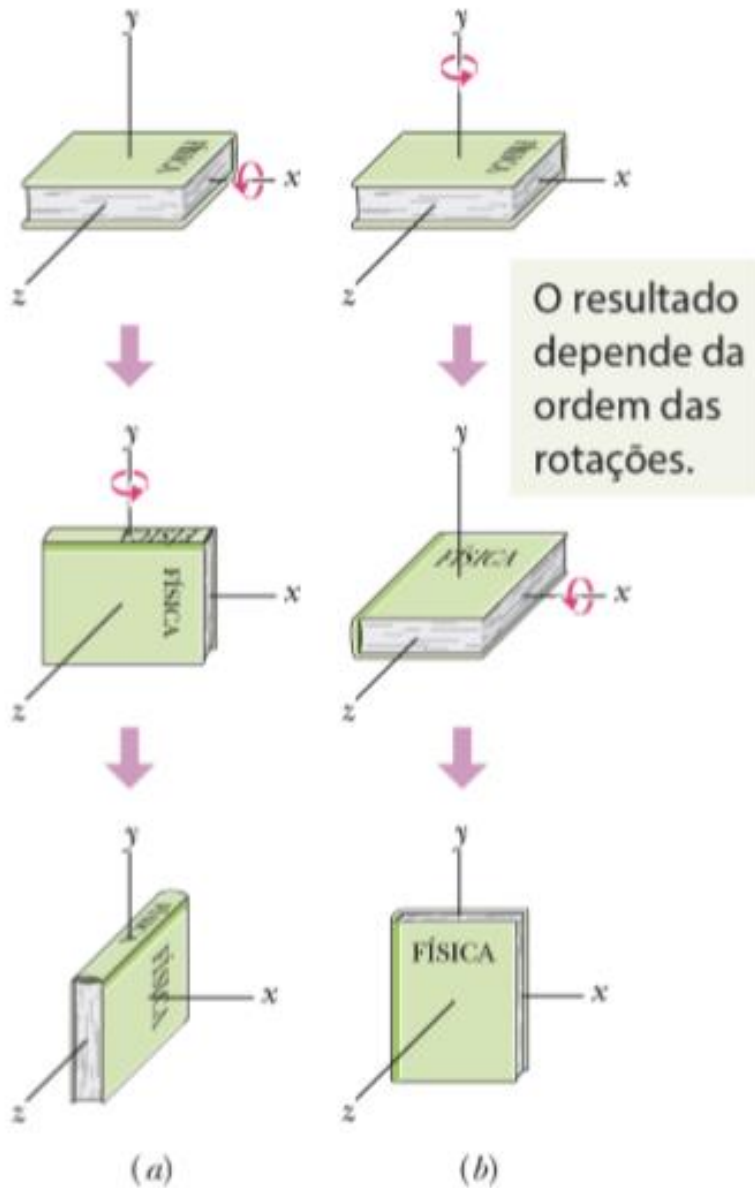


O sentido do vetor velocidade angular é dado pela regra da mão direita.



O vetor velocidade angular define o eixo de rotação

DESLOCAMENTO NA ROTAÇÃO



No deslocamento angular, a ordem das rotações influencia no deslocamento total

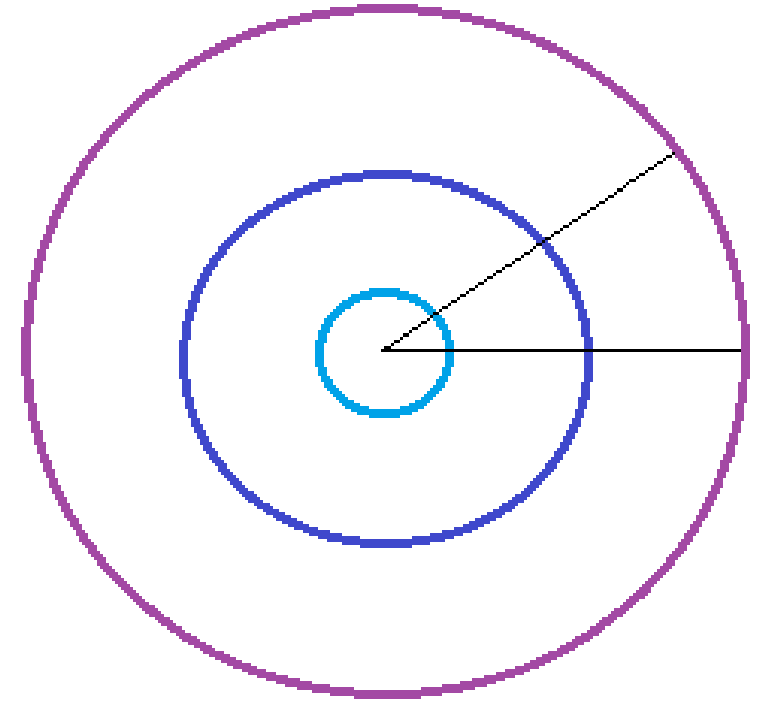


Não representamos o deslocamento angular de forma vetorial

MOVIMENTO LINEAR E ROTACIONAL COM ACELERAÇÃO CONSTANTE

Equação Linear	Variável Ausente		Equação Angular
$v = v_0 + at$	$x - x_0$	$\theta - \theta_0$	$\omega = \omega_0 + at$
$x - x_0 = v_0 t + \frac{1}{2} at^2$	v	ω	$\theta - \theta_0 = \omega_0 t + \frac{1}{2} at^2$
$v_2^2 = v_0^2 + 2a(x - x_0)$	t	t	$\omega_2 = \omega_0^2 + 2a(\theta - \theta_0)$
$x - x_0 = \frac{1}{2}(v_0 + v)t$	a	a	$\theta - \theta_0 = \frac{1}{2}(\omega_0 + \omega)t$
$x - x_0 = vt - \frac{1}{2} at^2$	v_0	ω_0	$\theta - \theta_0 = \omega t - \frac{1}{2} at^2$

RELAÇÃO ENTRE VARIÁVEIS LINEARES E ANGULARES



$$\Delta\theta = \Delta\theta = \Delta\theta$$

$$\Delta s > \Delta s > \Delta s$$

$$v > v > v$$

RELACÃO ENTRE VARIÁVEIS LINEARES E ANGULARES

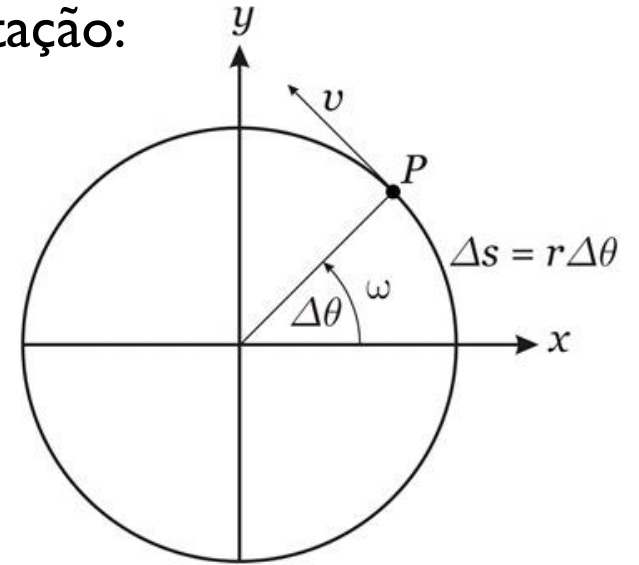
A relação entre as grandezas lineares e angulares é dada pelo **raio** da rotação:

Posição: $s = \theta \cdot r$

Velocidade: $v = \omega \cdot r$ (sempre tangente à trajetória)

Aceleração: $a_t = \alpha \cdot r$

$$a_r = \omega^2 \cdot r$$



Período de rotação: $T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi}{\omega}$

Frequência: $\nu = \frac{1}{T}$

ENERGIA CINÉTICA DE ROTAÇÃO

A equação já conhecida da energia cinética $K = \frac{1}{2}mv^2$ representa a energia cinética relacionada ao centro de massa do corpo em rotação.

Mas se cada partícula do corpo tem um raio de rotação diferente, as suas velocidades lineares são diferentes. Então, que velocidade usar?

A energia cinética de rotação de um corpo rígido pode ser dada pela somatória das energias cinéticas de cada elemento do corpo:

$$K = \sum_i \frac{1}{2} m_i v_i^2$$

Substituindo-se $v = \omega \cdot r$, e sabendo-se que $\omega = \text{constante}$: tem-se:

$$K = \frac{1}{2} \left(\sum_i m_i r_i^2 \right) \omega^2$$

Momento de inércia, I

A energia cinética pode agora ser escrita em função do momento de inércia:

$$K = \frac{1}{2} I \omega^2$$

MOMENTO DE INÉRCIA, I

O momento de inércia depende do eixo de rotação e de como a massa do corpo está distribuída em torno desse eixo.

$$I = \sum_i m_i r_i^2$$

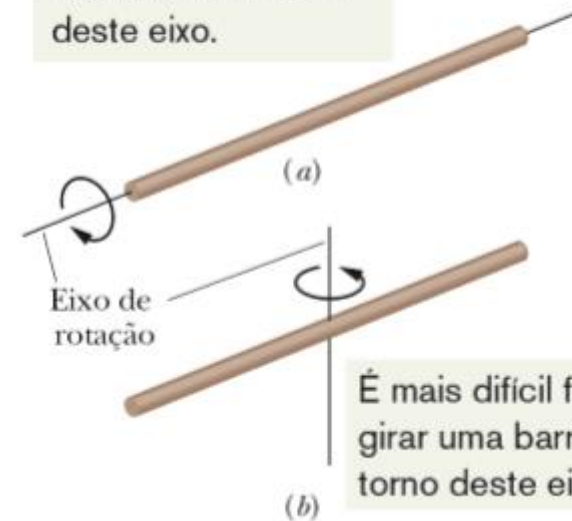
(kg.m², no S.I.)

Para um corpo contínuo:

$$I = \int r^2 dm$$

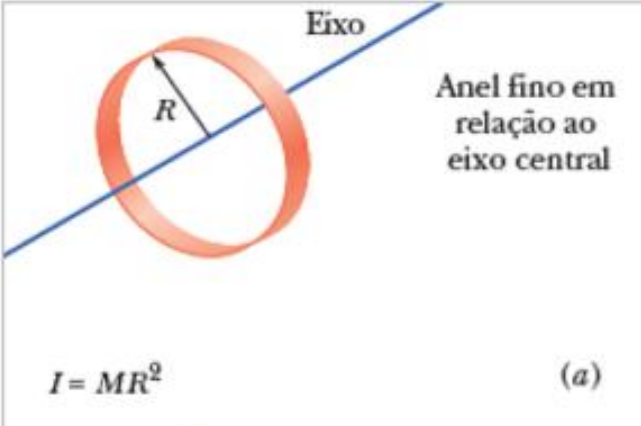
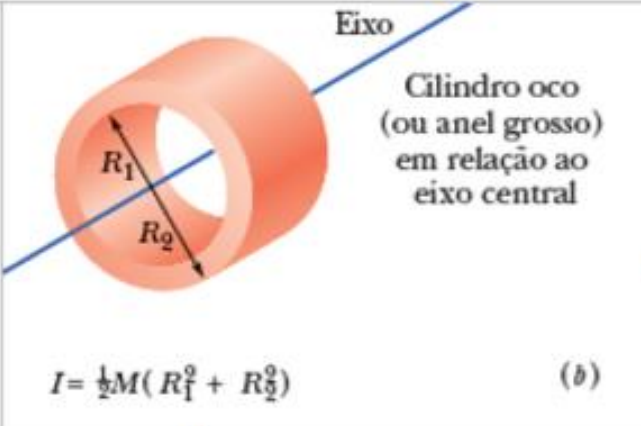
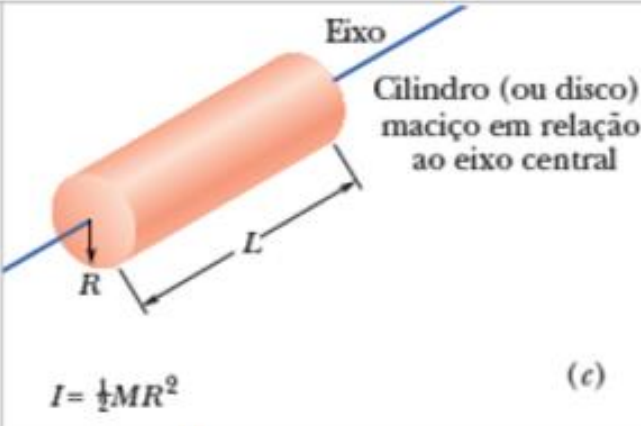
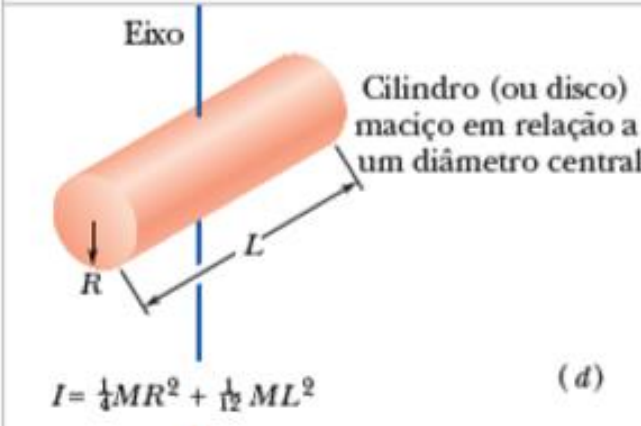
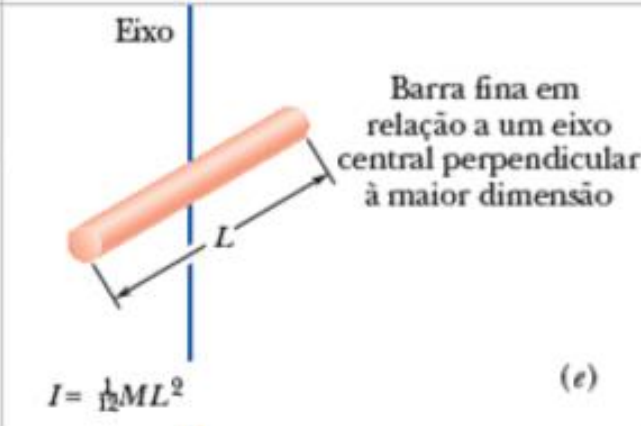
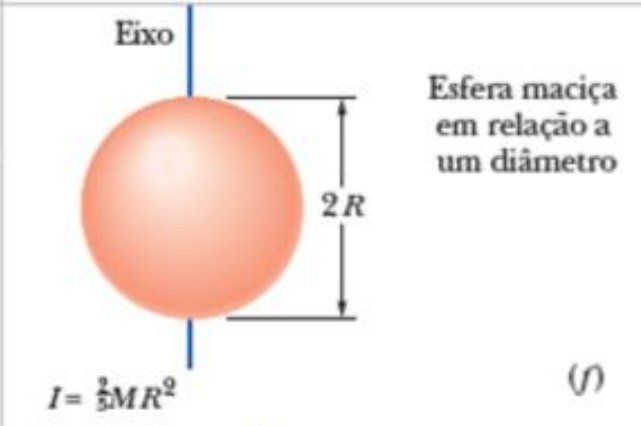
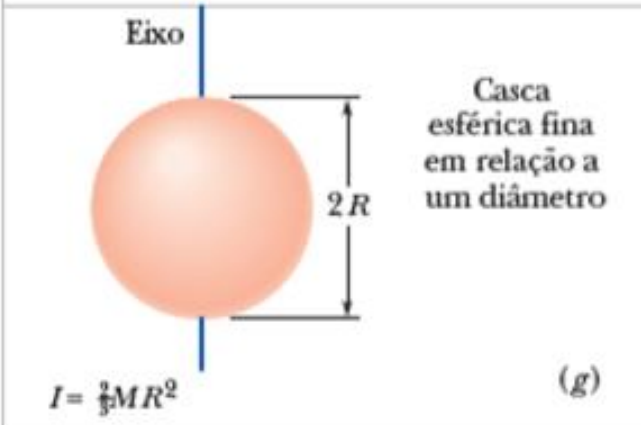
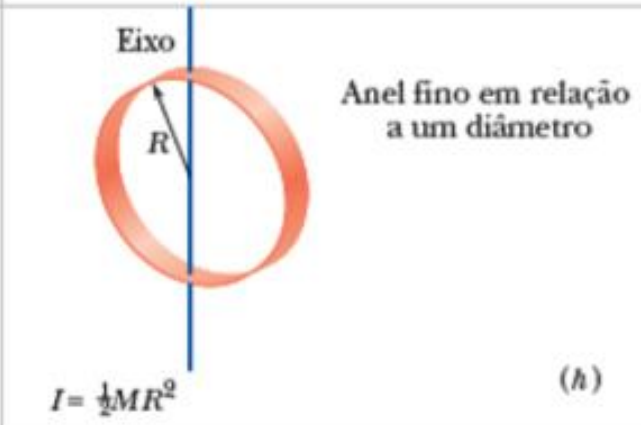
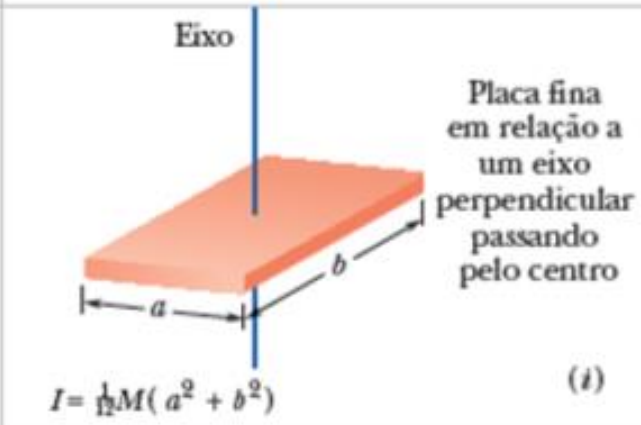
raio do elemento de massa dm ao eixo de rotação

É mais fácil fazer girar uma barra em torno deste eixo.



A massa está distribuída mais perto do eixo de rotação na letra (a) do que na letra (b).

MOMENTO DE INÉRCIA, I

 <p>Anel fino em relação ao eixo central</p> $I = MR^2$ <p>(a)</p>	 <p>Cilindro oco (ou anel grosso) em relação ao eixo central</p> $I = \frac{1}{2}M(R_1^2 + R_2^2)$ <p>(b)</p>	 <p>Cilindro (ou disco) maciço em relação ao eixo central</p> $I = \frac{1}{2}MR^2$ <p>(c)</p>
 <p>Cilindro (ou disco) maciço em relação a um diâmetro central</p> $I = \frac{1}{4}MR^2 + \frac{1}{12}ML^2$ <p>(d)</p>	 <p>Barra fina em relação a um eixo central perpendicular à maior dimensão</p> $I = \frac{1}{12}ML^2$ <p>(e)</p>	 <p>Esfera maciça em relação a um diâmetro</p> $I = \frac{2}{5}MR^2$ <p>(f)</p>
 <p>Casca esférica fina em relação a um diâmetro</p> $I = \frac{2}{3}MR^2$ <p>(g)</p>	 <p>Anel fino em relação a um diâmetro</p> $I = \frac{1}{2}MR^2$ <p>(h)</p>	 <p>Placa fina em relação a um eixo perpendicular passando pelo centro</p> $I = \frac{1}{12}M(a^2 + b^2)$ <p>(i)</p>

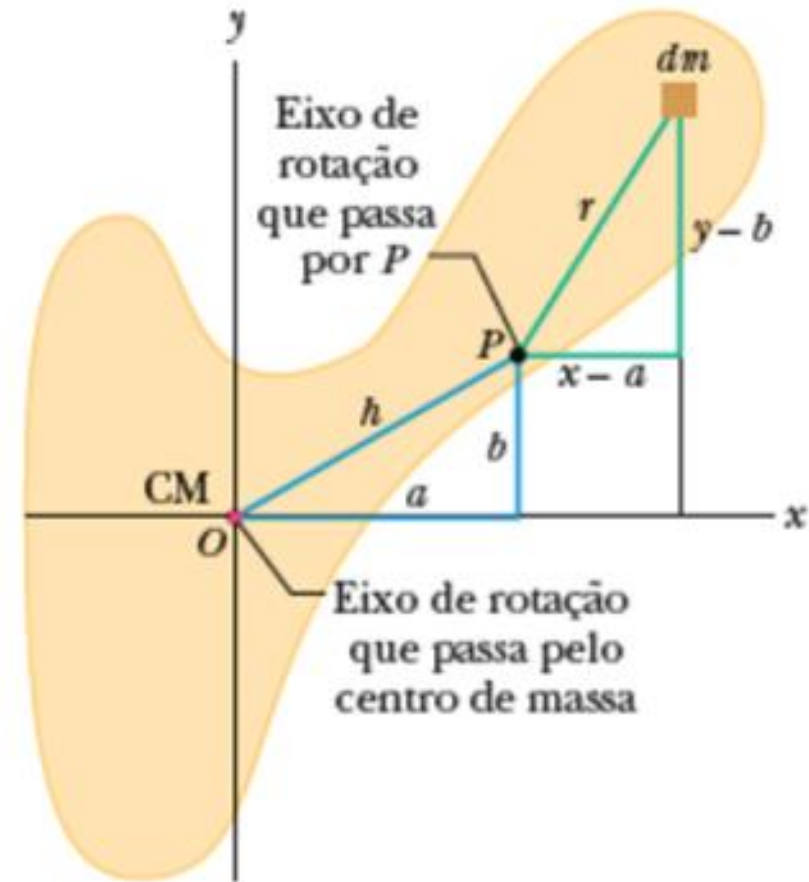
MOMENTO DE INÉRCIA, I

O teorema dos eixos paralelos pode auxiliar no cálculo do momento de inércia:

$$I = I_{CM} + Mh^2$$

Momento de inércia
do centro de massa

Distância entre os
eixos paralelos



REFERÊNCIAS

