

Lista de exercícios - Geofísica Matemática

Transformada de Fourier

Instituto de Astronomia, Geofísica e Ciências Atmosféricas
Universidade de São Paulo
Departamento de Geofísica

1. Encontre a transformada de Fourier de $f(x)$ (passo a passo):

$$\text{i) } f(x) = \begin{cases} xe^{-x} & \text{se } -1 < x < 0 \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases}$$

$$\text{ii) } f(x) = \begin{cases} -1 & \text{se } -1 < x < 0 \\ 1 & \text{se } 0 < x < 1 \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases}$$

2. Dado que

$$\mathcal{F}\left(\frac{1}{x^2+4}\right) = \sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{e^{-2|w|}}{2} \quad \mathcal{F}\left(\frac{1}{x^2+9}\right) = \sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{e^{-3|w|}}{3}$$

determine

$$\mathcal{F}^{-1}\left(3e^{-2|w|} + 2e^{-3|w|}\right)$$

3. Sabendo que $\mathcal{F}(e^{iax}) = \sqrt{2\pi} \cdot \delta(w-a)$, sendo δ é o Delta de Dirac, e também que $e^{ix} = \cos x + i \sin x$ e $e^{-ix} = \cos x - i \sin x$, determine:

i) $\mathcal{F}(\cos(ax))$

ii) $\mathcal{F}(\sin(ax))$

4. Mostre que $\sqrt{2\pi}f(t) \cdot g(t) \iff F(w) * G(w)$. (Dica: Calcule $\mathcal{F}^{-1}(F(w) * G(w))$ e use a expressão $F(w) * G(w) = \int_{-\infty}^{\infty} F(p) \cdot G(w-p)dp$).

5. Calcule a transformada de Fourier de $f(x)$ dada por:

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{se } |x| > 5 \\ \cos(x) & \text{se } -5 \leq x \leq 5 \end{cases}$$

6. Determine a transformada de Fourier da seguinte função $f(t) = e^{-a|t|}$ assumindo que $a > 0$.

7. Calcule a transformada de Fourier do seguinte pulso retangular:

$$f(t) = \begin{cases} 1 & \text{se } 1 - T \leq t \leq 1 + T \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases}$$