PEF-3307 – 1ª. Prova – 28/05/2020

Nº USP:____________________Nome:____________________________________________

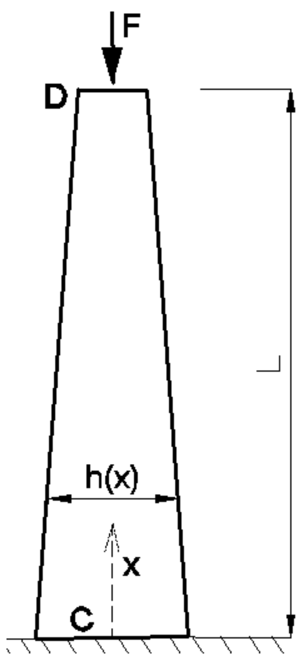
M: último inteiro do seu número usp (Nusp). Por exemplo, se Nusp 25.314.97, **M = 7**

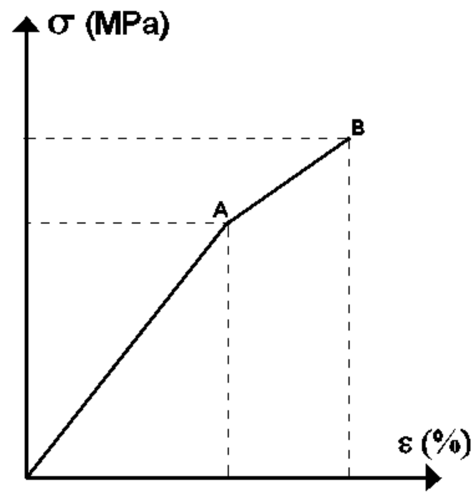
Sugiro transformar as unidades de medidas para metros.

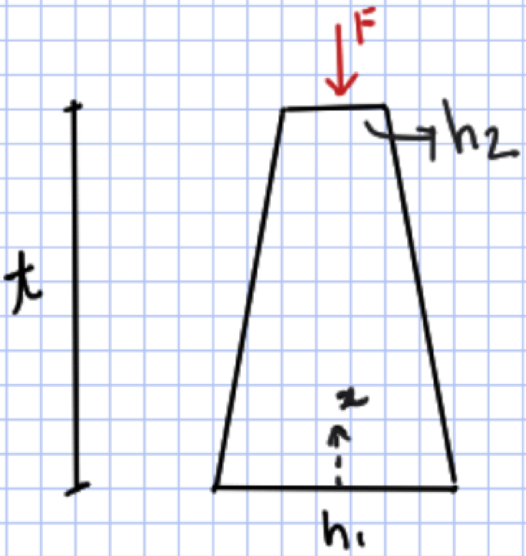
Qualquer ponto que achar duvidoso e não conseguir esclarecer com o professor, escreva na resolução sua decisão tomada.

**Indique seu valor de M = ____**

**1ª Questão (3 ptos)** O pilar está comprimido centralmente, de comprimento L = (1,0 + M) metros, de seção transversal de medidas de largura constante de 10 cm e altura, h(x), que varia linearmente, onde na seção em C e D tem, respectivamente, medidas de 10 cm e 3 cm. Age em D uma força de F = (10 + M) kN. O material do pilar tem diagrama de tensão-deformação indicado na figura, onde o ponto A é o limite elástico, e nesse ponto a tensão e deformação valem 70 MPa e 10%. Obtenha o deslocamento axial do ponto D. Adote a origem do eixo x em C, como indicado na figura. O pilar é mobilizado dentro do regime elástico linear.






1) $b$ : largura

$h(x) = ax + c$

$h_1 = c \; ; \; h_2 = a \cdot t + h_1$

$a = (h_2 - h_1)/t$

$h(x) = \frac{h_2 - h_1}{t} x + h_1$

ÁREA DA S.T

$A(x) = b \cdot h(x)$

$A(x) = b\left[\left(\frac{h_2 - h_1}{t}\right) x + h_1\right]$

Força de compressão

$N = -F$

2) $$\delta = \int_{x=0}^{x=t} \frac{N\,dx}{E \cdot A(x)} = \frac{F}{Eb}\int_0^t \frac{dx}{h(x)}$$

$y = h(x) = \frac{h_2 - h_1}{t} \cdot x + h_1$

$\frac{dy}{dx} = (h_2 - h_1)/t$

$dx = t\,dy/_{h_2 - h}$

Se $x_1 = 0 \rightarrow y_1 = h_1$

Se $x_1 = t \rightarrow y_2 = h_2$

$$\delta = \frac{F}{Eb}\int_{h_1}^{h_2} \frac{t}{(h_2-h_1)y}\,dy = \frac{F\cdot t}{E\cdot b(h_2-h_1)}\int_{h_1}^{h_2}\frac{dy}{y}$$

$$\delta = \frac{F\cdot t}{E\cdot b(h_2-h_1)}\ln\left(h_2/h_1\right)$$

$E = \frac{70\,MPa}{0.1} = 700\,MPa = 7\cdot 10^5\,kPa$; $F = 10+M$; $t = 1+M$

$b = 0.1\,m$; $h_2 = 0{,}03\,m$; $h_1 = 0{,}1\,m$

$$\delta = \frac{-(10+M)(1+M)\ln(h_2/h_1)}{7\cdot 10^5\cdot 0{,}1\cdot(-0{,}07)} = \frac{-(10+M)(1+M)}{4069{,}86}\ (m)$$

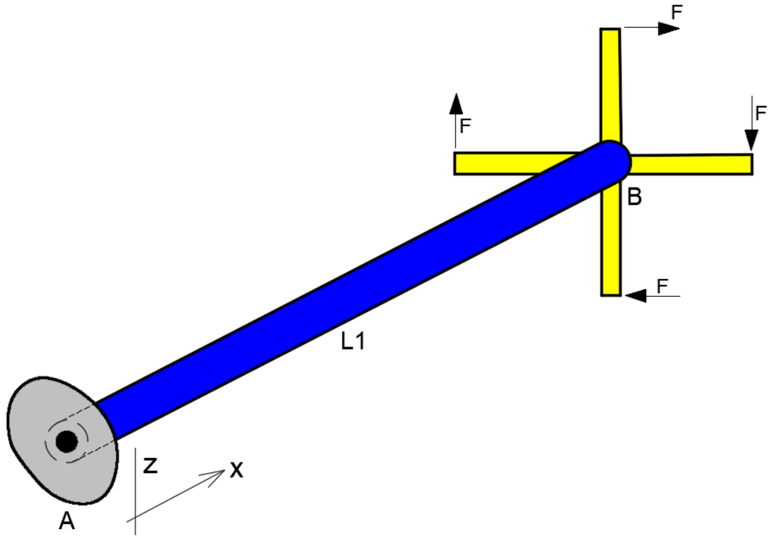
| | M | desloc (m) | desloc (cm) | desloc (mm) |
|---|---|---|---|---|
| 3 | 0 | -0,002457 | -0,24571 | -2,45709 |
| 4 | 1 | -0,005406 | -0,54056 | -5,40559 |
| 5 | 2 | -0,008846 | -0,88455 | -8,84551 |
| 6 | 3 | -0,012777 | -1,27769 | -12,7769 |
| 7 | 4 | -0,017200 | -1,71996 | -17,1996 |
| 8 | 5 | -0,022114 | -2,21138 | -22,1138 |
| 9 | 6 | -0,027519 | -2,75194 | -27,5194 |
| 10 | 7 | -0,033416 | -3,34164 | -33,4164 |
| 11 | 8 | -0,039805 | -3,98048 | -39,8048 |
| 12 | 9 | -0,046685 | -4,66847 | -46,6847 |

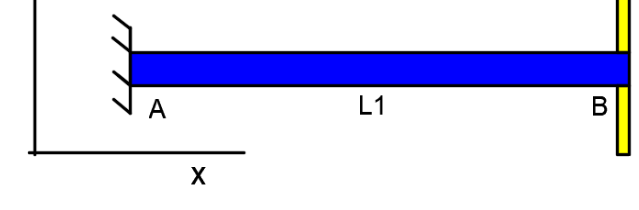
**2ª Questão (3 ptos)** O eixo cilíndrico AB de comprimento L1 possui seção transversal vazada e está fixo em A. Seu diâmetro externo e interno é, respectivamente, de 10 cm e 2 cm. Em B são soldados 4 barras perpendiculares entre si que estão todas contidas no plano yz. Em cada barra atua uma força perpendicular ao seu eixo e de intensidade F, conforme figuras. O comprimento de cada uma dessas 4 barras é L2 e sua seção transversal é maciça e quadrada de lado 5 cm. Tanto o cilindro AB como as 4 barras são de mesmo material, com E = 100 GPa, G = 50 GPa e suas tensões admissíveis são de: $\sigma_{adm}$ = 120 MPa e $\tau_{adm}$ = 50 MPa.

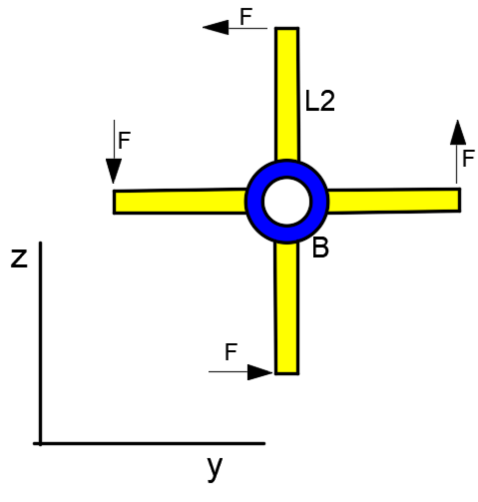
Obtenha:

a) Força máxima F;
b) Para esse valor máximo de F obtido no item *a*, calcule a rotação da seção B do cilindro AB, em graus.

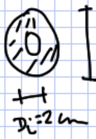
**Adote: L1 = (1,0 + M) metros; L2 = (0,20 + 0,1*M) metros.**



Q2)




$$J = \frac{\pi}{32}\left(0{,}1^4 - 0{,}02^4\right) = 9{,}802 \cdot 10^{-6}\ m^4$$

TORÇÃO


$T = 4 \cdot F \cdot L2$

$$\tau = \frac{T \cdot r}{J} \leq \tau_{ADM} \rightarrow \frac{(4 \cdot F L2) \cdot 0{,}05}{9{,}802 \cdot 10^{-6}} \leq 50 \cdot 10^3\ kPa$$

$$(F \cdot L2) \leq 2{,}45$$

FLEXÃO


$M = F \cdot L2$

$$\sigma = \frac{M \cdot y}{I_y} \leq \sigma_{ADM} \rightarrow \frac{(F \cdot L2) \cdot 0{,}025}{\frac{0{,}05^4}{12}} \leq 120 \cdot 10^3\ kPa$$

$$(F \cdot L2) \leq 2{,}50$$

∴ A situação crítica é a torção:

$$(F \cdot L2) \leq 2{,}45$$

$$\boxed{F \leq \frac{2{,}45}{0{,}2 + 0{,}1M}}$$

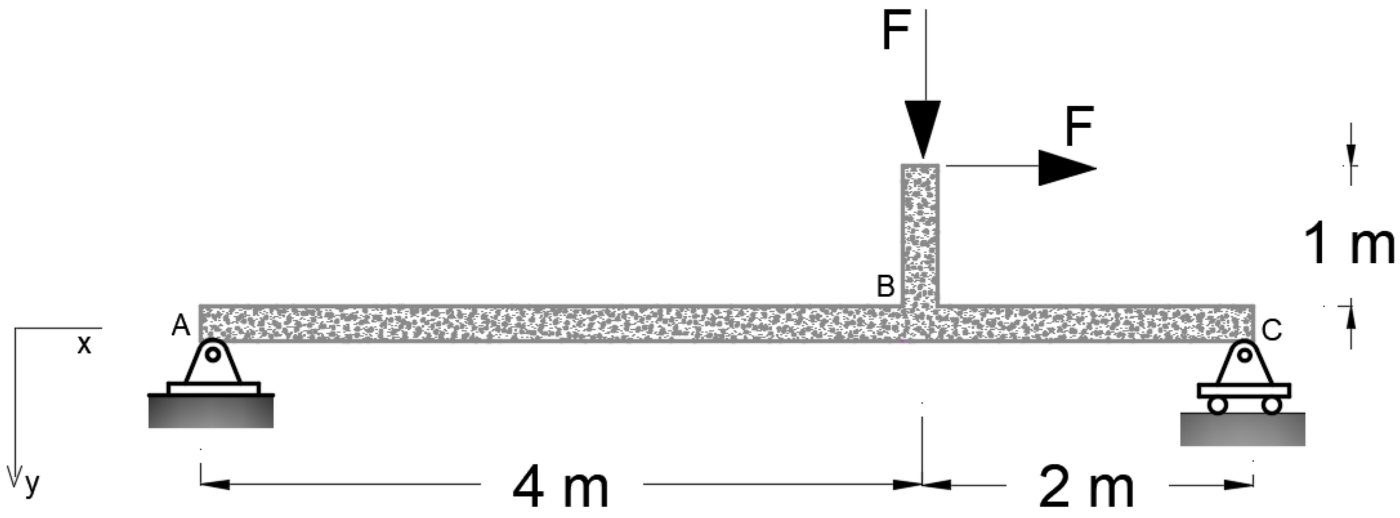
b) $F = \frac{2{,}45}{(0{,}2+0{,}1M)}$ (kN); $\varphi_B = \varphi_A + \frac{T \cdot L1}{G \cdot J} = 0 + \frac{(4 \cdot F \cdot L2) \cdot L1}{50 \cdot 10^6 \cdot 9{,}802 \cdot 10^{-6}} = \frac{F \cdot L2 \cdot L1}{122{,}5}$ (rad)

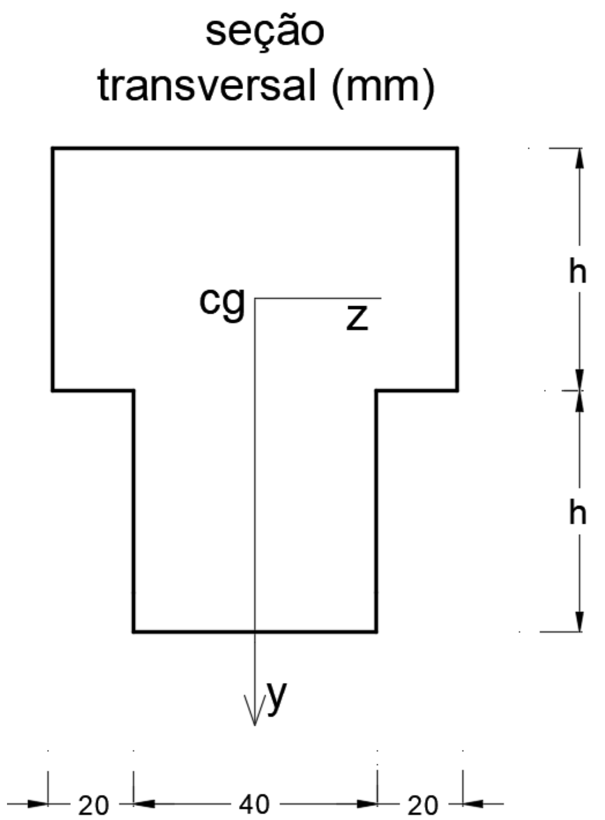
$$\varphi_B = \left(\frac{2{,}45}{0{,}2+0{,}1M}\right) \cdot \frac{(0{,}2+0{,}1M) \cdot (1+M)}{122{,}5} = \frac{(1+M)}{50{,}01}\ (rad) = \frac{(1+M)\,180}{50{,}01 \cdot \pi} = \frac{1+M}{0{,}8728}\ (°)$$

| ercicio 2 | Fflexao | Ftorcao | Ang rad | Ang Grau |
|---|---|---|---|---|
| **M** | | | | |
| **0** | 12,5 | 12,250 | 0,0200 | 1,146 |
| **1** | 8,333333 | 8,167 | 0,0400 | 2,291 |
| **2** | 6,25 | 6,125 | 0,0600 | 3,437 |
| **3** | 5 | 4,900 | 0,0800 | 4,583 |
| **4** | 4,166667 | 4,083 | 0,1000 | 5,729 |
| **5** | 3,571429 | 3,500 | 0,1200 | 6,874 |
| **6** | 3,125 | 3,063 | 0,1400 | 8,020 |
| **7** | 2,777778 | 2,722 | 0,1600 | 9,166 |
| **8** | 2,5 | 2,450 | 0,1800 | 10,312 |
| **9** | 2,272727 | 2,227 | 0,2000 | 11,457 |

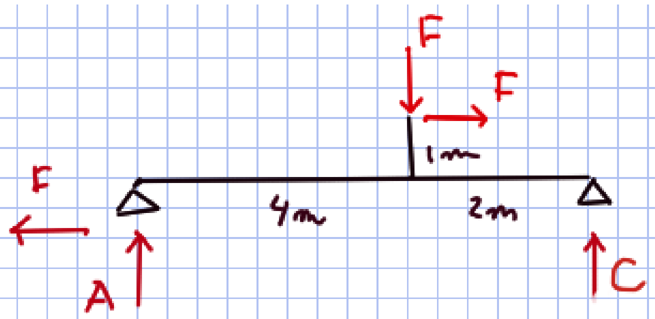
**3ª Questão (4 ptos)** A viga está submetida a força horizontal e vertical, sua seção transversal no trecho ABC é a indicada na figura, com valores em mm. Obtenha a força F máxima admissível. Não é necessário avaliar o trecho da viga vertical, apenas o trecho horizontal ABC. Para a viga adote os valores das tensões admissíveis de tração $\sigma_{adm}$ = 200 MPa e compressão $\sigma_{adm}$ = 150 MPa.

**Adote: h = [(30 + 10*M)/1000] metros.**



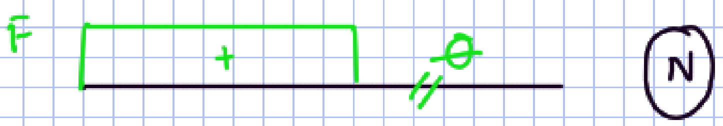
a)

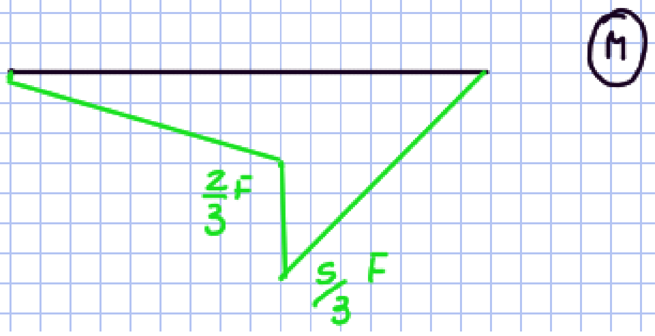



$$\Sigma M_A = 0: \quad 6C = 4F + F \cdot 1 \rightarrow C = \frac{5F}{6}$$

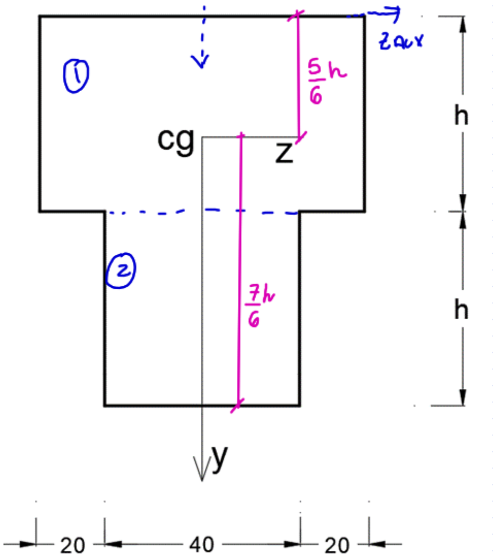
$$\Sigma F_y = 0: \quad A + C = F \longrightarrow A = F - \frac{5}{6}F = F/6$$

$$\Sigma F_x = 0: \quad A_x = F$$




seção
transversal (mm)




b) características geométricas

$$Y_{CG} = \frac{(0{,}08h)\,h/2 + 0{,}04h \cdot 1{,}5h}{0{,}08h + 0{,}04h} = \frac{5}{6}h = \frac{h}{1{,}2} = 0{,}833h$$

$$A_T = 0{,}12h \quad (m^2)$$

$$I_{z_{CG}} = \left(0{,}08 \cdot h^3/12 + \left(\frac{h}{3}\right)^2 \cdot 0{,}08\right)_1 + \left(0{,}04 \cdot h^3/12 + \left(\frac{0{,}8}{1{,}2}h\right)^2 \cdot 0{,}04\right)_2$$

$$I_{z_{CG}} = \frac{11}{300}h^3 \quad (m^4)$$

c) análise de tensões

trecho BC:

$$M = \left(\tfrac{5}{3}F\right) \; ; \; N = 0$$

$$\sigma_t = \frac{\left(\frac{5}{3}F\right) \cdot \left(\frac{7}{6}h\right)}{\frac{11}{300}h^3} \leq 200 \cdot 10^3 \rightarrow F \leq 3.771 \cdot h^2$$

$$\sigma_c = \frac{\left(\frac{5}{3}F\right)\left(\frac{5}{6}h\right)}{\frac{11}{300}h^3} \leq 150 \cdot 10^3 \rightarrow F \leq 3.960\, h^2$$

trecho AB:

$$M = \tfrac{2}{3}F \; ; \; N = F$$

$$\sigma_t = \frac{\left(\frac{2}{3}F\right) \cdot \left(\frac{7}{6}h\right)}{\frac{11}{300}h^3} + \frac{F}{0{,}12h} \leq 200 \cdot 10^3 \; (kPa)$$

$$F\left[\frac{700}{33h^2} + \frac{1}{0{,}12h}\right] \leq 200.000 \; (kPa)$$

$$F \leq \frac{200.000}{\left[\frac{700}{33h^2} + \frac{1}{0{,}12h}\right]}$$

$\sigma_c$ : não é preciso verificar!!

| M | H (m) | YCG (superior) | Icg (m4) | Area m2 | F - tensao tracao AB (kN) | F - tensao tracao BC (kN) | F - tensao comp BC (kN) |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **0** | 0,03 | 0,025 | 9,90E-07 | 3,60E-03 | 8,39 | 3,39 | 3,564 |
| **1** | 0,04 | 0,033 | 2,35E-06 | 4,80E-03 | 14,85 | 6,03 | 6,336 |
| **2** | 0,05 | 0,042 | 4,58E-06 | 6,00E-03 | 23,12 | 9,43 | 9,9 |
| **3** | 0,06 | 0,050 | 7,92E-06 | 7,20E-03 | 33,16 | 13,58 | 14,256 |
| **4** | 0,07 | 0,058 | 1,26E-05 | 8,40E-03 | 44,96 | 18,48 | 19,404 |
| **5** | 0,08 | 0,067 | 1,88E-05 | 9,60E-03 | 58,50 | 24,14 | 25,344 |
| **6** | 0,09 | 0,075 | 2,67E-05 | 1,08E-02 | 73,76 | 30,55 | 32,076 |
| **7** | 0,1 | 0,083 | 3,67E-05 | 1,20E-02 | 90,72 | 37,71 | 39,6 |
| **8** | 0,11 | 0,092 | 4,88E-05 | 1,32E-02 | 109,36 | 45,63 | 47,916 |
| **9** | 0,12 | 0,100 | 6,34E-05 | 1,44E-02 | 129,66 | 54,31 | 57,024 |

É necessário fazer pelo menos essas 3 análises: à esquerda de B, flexão composta com M = 2/3 F e N = F para, pelo menos, tração e à direita de B com M = 5/3F para tração e compressão. Essas 3 análises foram averiguadas.