

SEXTA LISTA DE EXERCÍCIOS

(1) Dados os números reais positivos  $a$  e  $b$ , exprima a área da faixa de hipérbole  $H_a^b$  em termos de logaritmos naturais.

(2) A faixa de hipérbole  $H_1^x$  tem área igual a 5. Qual é o valor de  $x$ ?

(3) Considerando  $\ln 2$  como 0,6931 e  $\ln 3$  como 1,0986, ache valores aproximados para:

(a)  $\ln 16$       (b)  $\ln \frac{64}{e^2}$       (c)  $\ln \sqrt{\frac{e}{2}}$       (d)  $\ln \left( \sqrt[3]{\frac{1}{2e}} \right)$       (e)  $\ln(2^m \cdot 3^n)$

(4) Simplifique:

(a)  $e^{\ln x}$       (b)  $e^{2 \ln e}$       (c)  $e^{3 \ln 2}$       (d)  $2 \ln 4 - \ln 2$       (e)  $\ln x + a \ln y - b \ln z$

(5) Resolva cada equação ou inequação em  $x$ .

(a)  $2 \ln x = 1$       (b)  $e^{-x} = 5$       (c)  $e^{2x+3} - 7 = 0$       (d)  $\ln(5 - 2x) = -3$       (e)  $2^{x-5} = 3$

(f)  $\ln x + \ln(x - 1) = 1$       (g)  $\frac{1}{3} \ln x + \ln 3 = \ln 5$       (h)  $\ln(x + 1) - \ln x = 3$

(i)  $e^x < 10$       (j)  $\ln(x-1) > -1$       (k)  $2 < \ln x < 9$       (l)  $e^{2-3x} > 4$       (m)  $\ln(x^2 - 2x - 2) \leq 0$ .

(6) Mostre que, se os números positivos  $a_1, a_2, \dots, a_k, \dots$  são termos de uma progressão geométrica, então  $\ln a_1, \ln a_2, \dots, \ln a_k, \dots$  formam uma progressão aritmética.

(7) (Assinale a resposta certa) Se  $\ln x = \ln y$ , podemos concluir que  $x = y$  porque:

(a) um número não pode ter dois logaritmos.

(b) a função  $\ln$  é bijetora.

(c) a função  $\ln$  é contínua.

(d) nenhuma das respostas acima: de  $\ln x = \ln y$  não se pode concluir  $x = y$ , do mesmo modo como de  $\sin x = \sin y$  não se deduz  $x = y$ .

(8) Compute  $(\log_2 3) \cdot (\log_3 4) \cdot (\log_4 5) \cdots (\log_{31} 32)$ .

(9) Sejam  $f(x) = \ln(\ln(x))$ ,  $g(x) = \ln(\operatorname{sen}x)$  e  $h(x) = \frac{1}{2} \ln(x - 1) - \frac{1}{2} \ln(x + 2)$ .

(a) Determine os domínios das funções  $f$ ,  $g$  e  $h$ .

(b) Resolva as equações  $f(x) = 1$ ,  $g(x) = 0$  e  $h(x) = 2$ .

(10) Seja  $f(x) = \ln(x + \sqrt{x^2 + 1})$ .

(a) Determine o domínio de  $f$ .

(b) Mostre que  $f$  é uma função *ímpar*. (Uma função é ímpar se  $f(-x) = -f(x)$ , para todos  $x$ ,  $-x$  pertencentes ao domínio de  $f$ .)

(c) Encontre, caso exista, a inversa de  $f$ .