

# Relatividade

## Aula 05 - Parte 04

Marcelo G Munhoz  
Edifício HEPIC, sala 212, ramal 916940  
[munhoz@if.usp.br](mailto:munhoz@if.usp.br)

# Alguns Passos

- Procedimento analítico proposto (Capítulo 20 de MJMS):

*1. Identificar e rotular os eventos importantes do problema*

*2. Extrair, a partir das informações fornecidas pelo problema, as 4 coordenadas espaço-temporais de cada evento, em cada um dos referenciais*

*3. Usar as transformações de Lorentz para obter as 4 coordenadas desconhecidas de um dado evento a partir das 4 coordenadas já conhecidas daquele mesmo evento.*

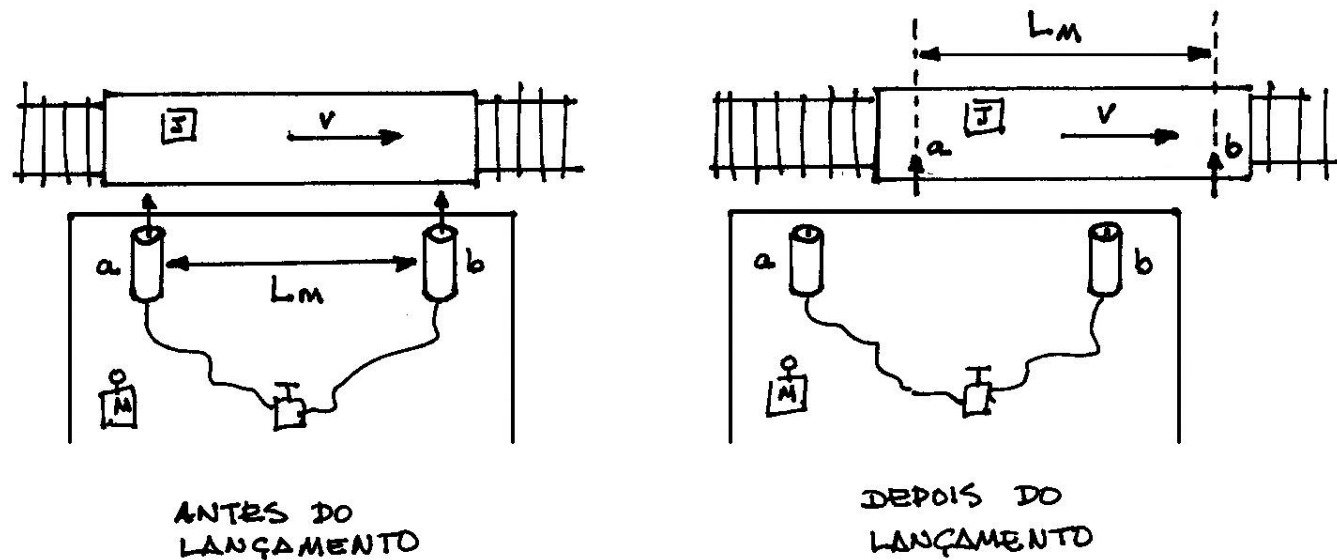
*4. Repetir esse procedimento para todos os eventos importantes do problema.*

# Outro Exemplo

- Exemplo 1 do capítulo 22 de MJMS:
  - *João, viajando num trem de madeira, com velocidade  $V = 3/5 \cdot c$ , passa por uma estação, onde se encontra Maria. Na plataforma ela colocou dois lançadores de dardos, separados pela distância  $L_M = 10\text{m}$ , e ligou cada um deles, por meio de fios de mesmo comprimento a um único interruptor, que permite lançar os dois dardos simultaneamente. No instante em que o trem passa pela estação, Maria aciona o disparador e os dardos cravam-se no trem. Posteriormente, o trem volta à estação e João desce dele. Na plataforma, João e Maria comparam a distância entre os dardos com aquela entre os disparadores. E constatam, objetivamente, que elas são diferentes. O propósito deste exemplo é obter a distância entre os dardos no referencial do trem e discutir as explicações dos acontecimentos nos dois referenciais.*

# Outro Exemplo

- Exemplo 1 do capítulo 22 de MJMS:
  - Qual a distância entre os dardos cravados no trem?

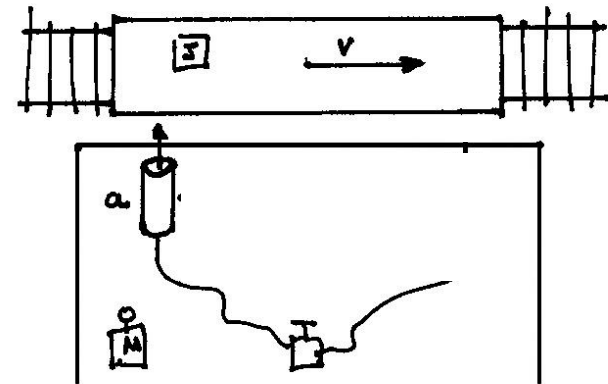


Vista do Referencial da Maria

MJMS, Figura 22.1

# Passos 1 e 2

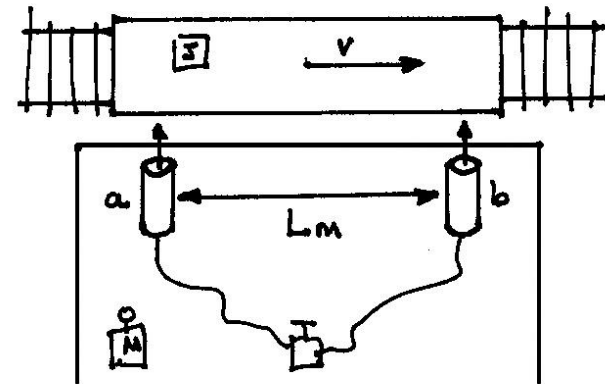
- Evento a (referência):
  - Dardo **a** é lançado
  - $S_M: (x_M^a, y_M^a, z_M^a, t_M^a) = (0,0,0,0)$
  - $S_J: (x_J^a, y_J^a, z_J^a, t_J^a) = (0,0,0,0)$



MJMS, Figura 22.1

# Passos 1 e 2

- Evento b:
  - Dardo **b** é lançado
  - $S_M: (x_M^b, y_M^b, z_M^b, t_M^b) = (0, L_M, 0, 0)$
  - $S_J: (x_J^b, y_J^b, z_J^b, t_J^b)$



MJMS, Figura 22.1

# Passos 3 e 4

- Aplicar as Transformações de Lorentz para se obter as coordenadas desconhecidas:

$$x_J = x_M$$

$$y_J = \gamma (y_M - V \cdot t_M)$$

$$z_J = z_M$$

$$t_J = \gamma \left( t_M - \frac{V}{c^2} \cdot y_M \right), \text{ onde } \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - V^2/c^2}}$$

# Passos 3 e 4

- Evento **b**

- Posição do dardo b no referencial do João

- $S_M: (x_M^b, y_M^b, z_M^b, t_M^b) = (0, L_M, 0, 0)$

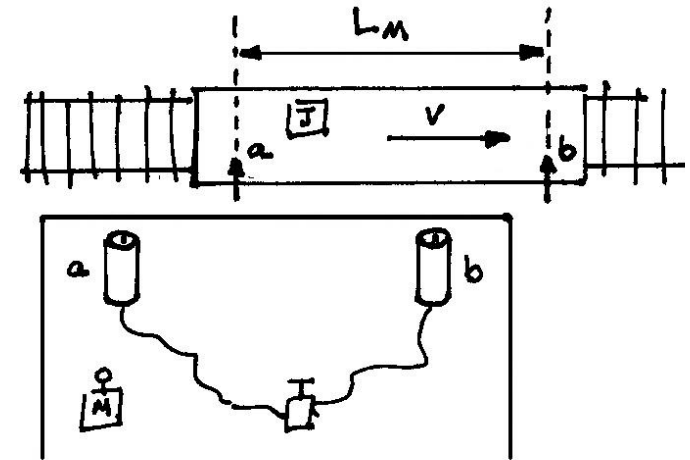
$$x_J^b = x_M^b = 0$$

$$y_J^b = \gamma (y_M^b - V \cdot t_M^b) = \gamma \cdot L_M$$

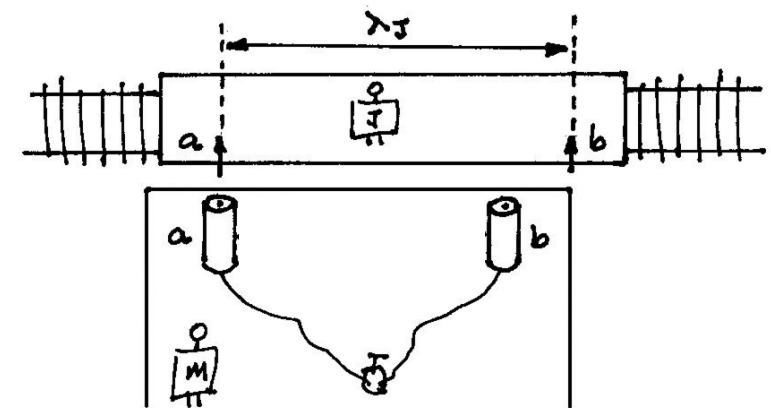
$$z_J^b = z_M^b = 0$$

$$t_J^b = \gamma \left( t_M^b - \frac{V}{c^2} \cdot y_M^b \right) = -\gamma \cdot \frac{V}{c^2} \cdot L_M$$

- $S_J: (x_J^b, y_J^b, z_J^b, t_J^b) = (0, \gamma \cdot L_M, 0, -\gamma \cdot \frac{V}{c^2} \cdot L_M)$



MJMS, Figura 22.1



MJMS, Figura 22.2

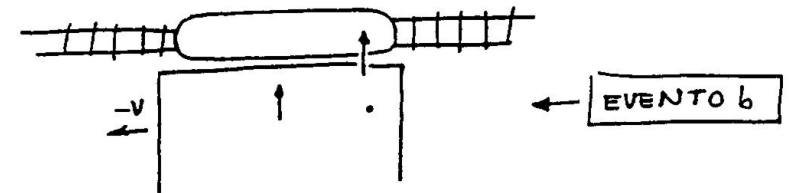


# Resultado

- Vemos pelo resultado no referencial do João

$$S_J: (x_J^b, y_J^b, z_J^b, t_J^b) = (0, \gamma \cdot L_M, 0, -\gamma \cdot \frac{V}{c^2} \cdot L_M)$$

que ele verá o dardo **b** acertar o trem antes do dardo **a** (tempo negativo em relação à referência) e a distância entre os dardos será maior.



- Como os eventos são vistos do referencial do João?
- No referencial do João, o dardo **b** chega no trem em um intervalo de tempo  $\Delta t = \gamma \cdot \frac{V}{c^2} \cdot L_M$  anterior ao dardo **a**.

- Entre a chegada do dardo **b** e do dardo **a**, a estação terá se movido de uma distância:

$$\Delta S = V \cdot \Delta t = \gamma \cdot \frac{V^2}{c^2} \cdot L_M$$

- Portanto a distância total entre os dois dardos será a distância entre os lançadores visto por João mais a distância percorrida entre os dois eventos:  $\lambda_J = L_J + \gamma \cdot \frac{V^2}{c^2} \cdot L_M = \frac{L_M}{\gamma} + \gamma \cdot \frac{V^2}{c^2} \cdot L_M = \gamma \cdot L_M$