Relatividade
Aula 04

Marcelo G Munhoz
Edifício HEPIC, sala 212, ramal 916940
munhoz@if.usp.br

O espaço na Teoria da Relatividade

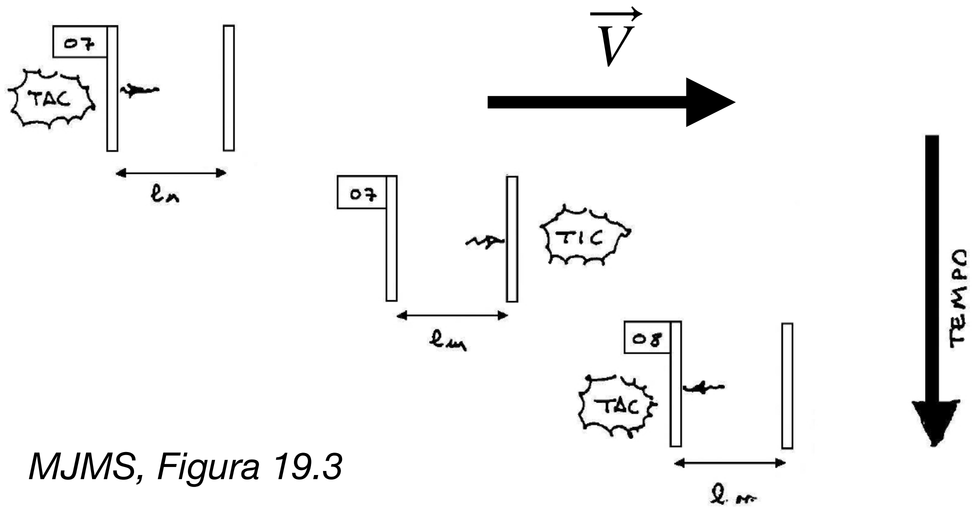
- Na aula passada, discutimos o efeito da Teoria da Relatividade sobre o tempo. Será que a Teoria da Relatividade também afeta o espaço? Nesta aula, responderemos a esta questão.

- Vamos estudar isso a partir de um exemplo parecido com aquele usado na aula anterior

O espaço na Teoria da Relatividade

- Suponha um relógio que funciona a partir da reflexão contínua da luz entre dois espelhos

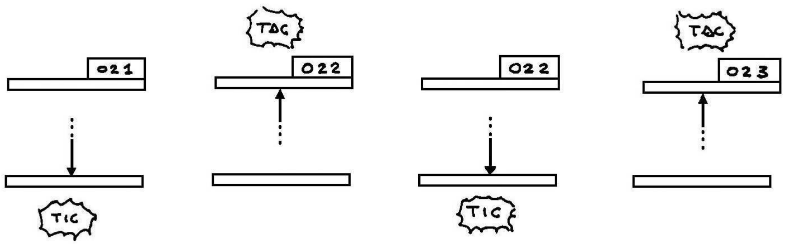
- Cada vez que a luz vai e volta refletindo nos espelhos, conta-se uma unidade de tempo (TIC-TAC)



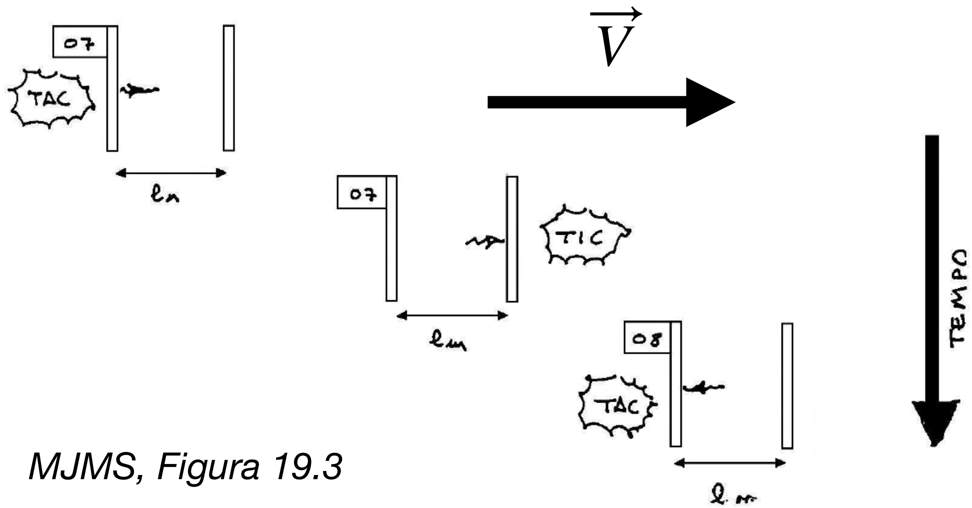
MJMS, Figura 19.3

O espaço na Teoria da Relatividade

- A diferença em relação à aula passada (esquerda) é que os dois espelhos estão dispostos perpendicularmente à direção do movimento (direita)



MJMS, Figura 18.3



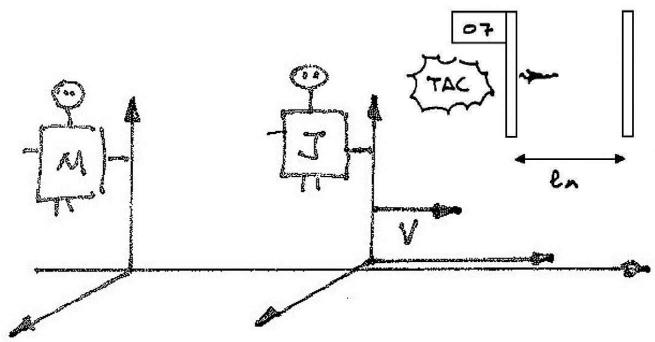
MJMS, Figura 19.3

O espaço na Teoria da Relatividade

- Consideremos agora dois observadores, João e Maria, um se movendo com velocidade $\overrightarrow{V}$ em relação ao outro

- O relógio de luz está com João, enquanto Maria vê João e o relógio passarem por ela

- Dados os princípios da Teoria da Relatividade, qual será a relação entre a unidade de tempo nesses dois referenciais quando visto pela Mecânica Clássica e quanto visto pela Teoria da Relatividade?



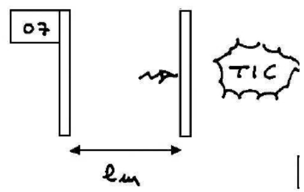
MJMS, Figura 18.2

O espaço na Teoria da Relatividade

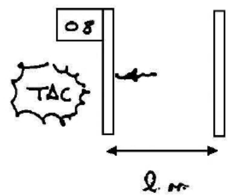
- Vamos calcular a unidade de tempo deste relógio, considerando a Mecânica Clássica (grandezas representadas com letras maiúsculas) e a Teoria da Relatividade (letras minúsculas ou gregas, para o referencial próprio)

- Para o cálculo, dividimos o problema em duas partes:

  - o tempo que a luz leva para ir do espelho da esquerda para a direita (ΔT_{M1} e Δt_{M1})



  - e o tempo que a luz leva para ir do espelho da direita para a esquerda (ΔT_{M2} e Δt_{M2}).



O espaço na Teoria da Relatividade

- Vamos calcular o tempo a partir da expressão:

$$\Delta T_{M1} = \frac{\Delta S_1}{C_M}$$

- onde $\Delta S_1 = L + V \cdot \Delta T_{M1}$,

  sendo L a distância entre os espelhos, que é a mesma em ambos os referencias, segundo a Mecânica Clássica

- e $C_M = C_J + V = c + V$,

  que é a Transformação de Galileu para velocidades

O espaço na Teoria da Relatividade

- Portanto:

$$\Delta T_{M1} = \frac{\Delta S_1}{C_M} = \frac{L + V \cdot \Delta T_{M1}}{c + V}$$

$$(c + V) \cdot \Delta T_{M1} = L + V \cdot \Delta T_{M1}$$

$$\Delta T_{M1} = \frac{L}{c}$$

O espaço na Teoria da Relatividade

- Que é o resultado esperado, pois no referencial de João devemos teremos: $\Delta T_{J1} = \dfrac{L}{c}$

- E na Mecânica Clássica, esperamos que: $\Delta T_{M1} = \Delta T_{J1}$

O espaço na Teoria da Relatividade

- No caminho de volta da luz, teremos:

$$\Delta T_{M2} = \frac{\Delta S_2}{C_M}$$

- onde $\Delta S_2 = L - V \cdot \Delta T_{M2}$

- e $C_M = C_J - V = c - V$

O espaço na Teoria da Relatividade

- Portanto:

$$\Delta T_{M2} = \frac{\Delta S_2}{C_M} = \frac{L - V \cdot \Delta T_{M2}}{c - V}$$

$$(c - V) \cdot \Delta T_{M2} = L - V \cdot \Delta T_{M2}$$

$$\Delta T_{M2} = \frac{L}{c}$$

O espaço na Teoria da Relatividade

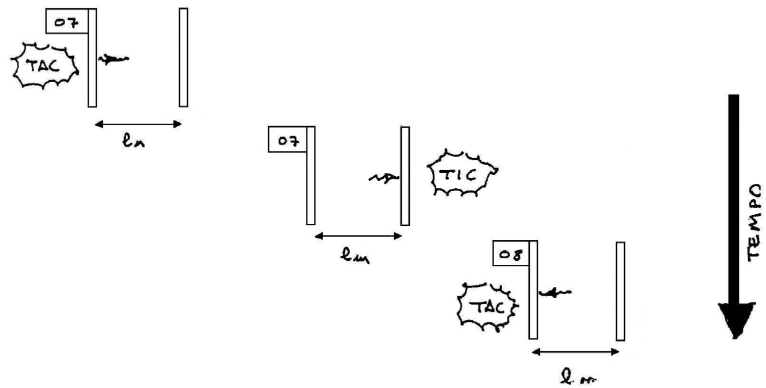
- Sendo, mais uma vez, o resultado esperado, pois no referencial de João teremos: $\Delta T_{J2} = \dfrac{L}{c}$

- E na Mecânica Clássica, esperamos que: $\Delta T_{M2} = \Delta T_{J2}$

O espaço na Teoria da Relatividade

- Finalmente, a unidade de tempo do relógio segundo a Mecânica Clássica será: $\Delta T_M = \Delta T_{M1} + \Delta T_{M2} = \dfrac{2L}{c}$

- que é o mesmo intervalo de tempo visto no referencial de João: $\Delta T_J = \dfrac{2L}{c}$



O espaço na Teoria da Relatividade

- Na Teoria da Relatividade, a diferença é que temos: $c_M = c$

- Portanto, o primeiro intervalo da unidade de tempo nesse relógio visto do referencial da Maria será:

$$\Delta t_{M1} = \frac{l_M + V \cdot \Delta t_{M1}}{c}$$

$$c \cdot \Delta t_{M1} = l_M + V \cdot \Delta t_{M1}$$

$$\Delta t_{M1} = \frac{l_M}{c - V}$$

O espaço na Teoria da Relatividade

- E o segundo intervalo da unidade de tempo nesse relógio visto do referencial da Maria será:

$$\Delta t_{M2} = \frac{l_M - V \cdot \Delta t_{M2}}{c}$$

$$c \cdot \Delta t_{M2} = l_M - V \cdot \Delta t_{M2}$$

$$\Delta t_{M2} = \frac{l_M}{c + V}$$

O espaço na Teoria da Relatividade

- Com isso, o tempo total de ida e volta, ou seja, a unidade de tempo marcada nesse relógio visto do referencial da Maria é:

$$\Delta t_M = \Delta t_{M1} + \Delta t_{M2} = \frac{l_M}{c - V} + \frac{l_M}{c + V}$$

$$\Delta t_M = \frac{(c + V) \cdot l_M + (c - V) \cdot l_M}{c^2 - V^2}$$

$$\Delta t_M = \frac{2 \cdot c \cdot l_M}{c^2 - V^2} = \frac{2 \cdot l_M}{\frac{c^2 - V^2}{c}} = \frac{2 \cdot l_M}{c\left(1 - \frac{V^2}{c^2}\right)}$$

O espaço na Teoria da Relatividade

- Agora precisamos nos recordar do resultado da aula anterior, quando calculamos a unidade de tempo do relógio com os espelhos na horizontal, que resultou em:

$$\Delta t_M = \frac{2 \cdot L}{c\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}$$

- Enquanto na aula de hoje, para o relógio de espelhos na vertical, temos:

$$\Delta t_M = \frac{2 \cdot l_M}{c\left(1 - \frac{V^2}{c^2}\right)}$$

O espaço na Teoria da Relatividade

- Como essa unidade de tempo não pode depender da orientação do relógio (com os espelhos na horizontal ou na vertical), tem-se que:

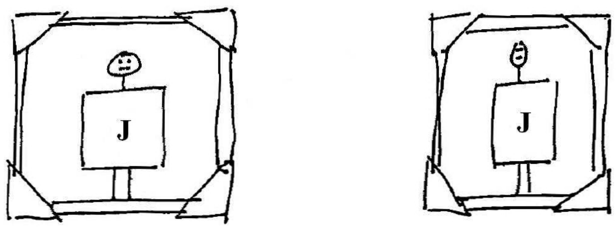
$$\frac{2 \cdot L}{c\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} = \frac{2 \cdot l_M}{c\left(1 - \frac{V^2}{c^2}\right)}$$

- E, portanto:

$$l_M = \sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}} \cdot L = \frac{L}{\gamma} \quad \text{onde, } \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}$$

O espaço na Teoria da Relatividade

- Portanto, Maria vê o espaço contraído no referencial de João!
- Como no caso do tempo, o espaço está realmente contraído no referencial de João visto por Maria
- Uma foto de João do seu referencial **(a)** seria diferente do referencial de Maria **(b)**



(a) (b)

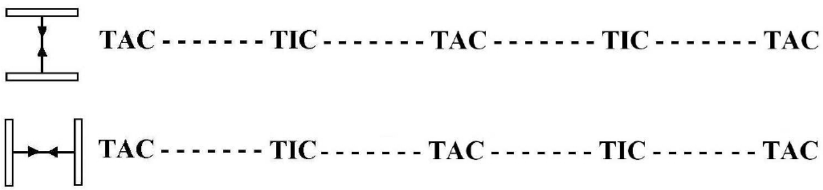
MJMS, Figura 19.4

O espaço na Teoria da Relatividade

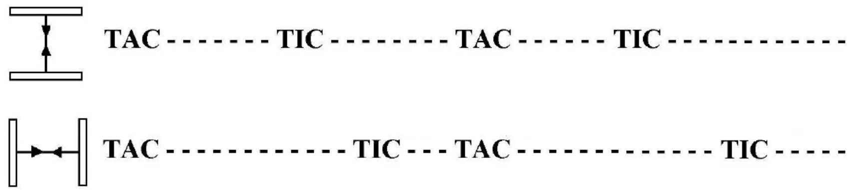
- Voltemos à questão da simultaneidade na teoria da relatividade.

- Como Maria vê o “pulsar" (TIC-TAC) dos dois relógios (espelhos na horizontal e na vertical) que estão no referencial de João?

- Apesar do intervalo de tempo ser o mesmo (o evento cíclico), a simultaneidade dos TIC não é a mesma para João (abaixo à esquerda) e Maria (abaixo à direita):



MJMS, Figura 19.6



MJMS, Figura 19.7

A Relatividade da Simultaneidade

- Na teoria da relatividade, dois eventos são simultâneos **em um referencial** quando a luz emitida por cada evento chegar no mesmo instante em um ponto equidistante desses dois eventos

- De maneira mais formal: se um evento 1 ocorre em P_1 no instante t_1, sendo marcado pela emissão de um sinal luminoso que parte de P_1 nesse instante, e o mesmo vale para P_2 em t_2 (evento 2), dizemos que estes dois eventos são simultâneos ($t_1 = t_2$) quando o ponto de encontro dos dois sinais luminosos é o ponto médio do segmento P_1P_2

-