

4ª Lista de Exercícios de Matemática I

Professora: Denise de Mattos

1. Esboce os gráficos das seguintes funções:

(a)  $f(x) = x^2 - 2x$     (b)  $f(x) = -3x^2 - 3$     (c)  $f(x) = x^2 - 2x + 4$   
(d)  $f(x) = |x^2 + 4x|$     (e)  $f(x) = |x^2 - 4| + 3$     (f)  $f(x) = |x^2 - 2x| + x + 2$

2. Determine o valor máximo (ou o valor mínimo) e o ponto de máximo (ou o ponto de mínimo) das seguintes funções:

(a)  $f(x) = x^2 - \frac{7}{2}x + \frac{5}{2}$     (b)  $f(x) = -x^2 + 5x - 7$

3. Determine o retângulo de área máxima localizado no primeiro quadrante com dois lados nos eixos cartesianos e um vértice sobre a reta  $y = -4x + 5$ .

4. Se  $A = \{x \in \mathbb{R}; x^2 - 3x + 2 \leq 0\}$  e  $B = \{x \in \mathbb{R}; x^2 - 4x + 3 > 0\}$ , determine  $A \cap B$ .

5. Resolva as equações e inequações em  $\mathbb{R}$  e expresse o conjunto solução em notação de intervalo:

(a)  $-x^2 + \frac{3}{2}x + 10 \geq 0$     (b)  $(x^2 + x - 6)(-x^2 - 2x + 3) \geq 0$   
(c)  $x^3 - 2x^2 - x + 2 > 0$     (d)  $\frac{6x^2 + 12x + 17}{-2x^2 + 7x - 5} \geq -1$

6. Resolva o sistema de inequações:  $\begin{cases} 1 + 2x \geq 0 \\ -4x^2 + 8x - 3 < 0 \end{cases}$

7. Determine os valores de  $m$  para que se tenha  $-3 < \frac{x^2 + mx - 2}{x^2 - x + 1} < 2$ .

8. Esboce os gráficos das seguintes funções

(a)  $f(x) = \begin{cases} x^2 - 2x, & \text{se } x \geq 0 \\ 1 - x, & \text{se } x < 0 \end{cases}$     (b)  $f(x) = \frac{|x^2 - 2x| - |x^2 - 4|}{2}$

9. Resolva as equações em  $\mathbb{R}$ :

(a)  $|2x^2 + 15x - 3| = x^2 + 2x - 3$     (b)  $|x|^2 + |x| = 6$

10. Determine o domínio e a Imagem e reescreva a lei da função  $f(x) = \left| \frac{x^2 - 3x + 1}{x} \right|$  como uma função definida por partes (elimine o módulo).

11. Determine o domínio e esboce os gráficos das seguintes funções:

(a)  $f(x) = \sqrt{x^2 - 1}$     (b)  $f(x) = \sqrt{9 - x^2}$   
(c)  $f(x) = |x| + \frac{1}{x}$     (d)  $f(x) = \frac{1}{(x - 1)^2}$

12. Determine o domínio, a imagem e a expressão que representa  $f \circ g$  e  $g \circ f$ , onde:

(a)  $f(x) = |x + 3| - 3$  e  $g(x) = \frac{x}{2}$     (b)  $f(x) = \sqrt{x}$  e  $g(x) = x^2 - 4$

13. Dadas  $g(x) = 3x - 2$  e  $(f \circ g)(x) = 9x^2 - 3x + 1$ , determine a lei de  $f$ .

14. Seja  $f : D_f \subset \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ , onde  $f(x) = \sqrt{1 - x^2}$ . Determine  $D_f$ ,  $Im(f)$ , verifique se  $f$  é injetora, sobrejetora e esboce  $G(f)$ .

15. Seja  $f : \mathbb{R} - \{-2\} \rightarrow \mathbb{R} - \{1\}$ , onde  $f(x) = \frac{x - 1}{x + 2}$ . Mostre que  $f$  é uma bijeção e encontre a lei de  $f^{-1}$ .

16. Sejam  $f(x) = 3x - 2$  e  $g(x) = 2x + 5$ . Determine a função inversa de  $g \circ f$ .

17. Esboce no mesmo plano cartesiano os gráficos de  $f$  e  $f^{-1}$ , onde:

(a)  $f : (-\infty, 0] \rightarrow (-\infty, 1]$  é definida por  $f(x) = 1 - x^2$

(b)  $f : [-1, +\infty) \rightarrow [-1, +\infty)$  é definida por  $f(x) = x^2 + 2x$ .

18. Dadas as funções  $f(x) = 3x + 2$  e  $g(x) = 2x + a$ , determine o valor de  $a$  para que se tenha  $f \circ g = g \circ f$ .

19. Sejam  $f(x) = \sqrt{x}$  e  $g(x) = x^2 - 3x - 4$ . Determine os domínios e as leis de  $f \circ g$  e  $g \circ f$ .

20. Sejam  $f(x) = 3x - 5$  e  $(f \circ g)(x) = x^2 - 3$ . Determine a lei de  $g$ .

21. Sejam  $f$  e  $g$  funções reais definidas por  $g(x) = x - 3$  e

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 2x + 4 & \text{se } x \geq 1 \\ 3x + 4 & \text{se } x < 1 \end{cases}$$

Determine a lei que define a função  $f \circ g$ .

22. Seja  $g : \mathbb{R} - \{4\} \rightarrow \mathbb{R} - \{1\}$  definida por  $g(x) = \frac{x+1}{x-4}$ . Mostre que  $g$  é uma bijeção e determine sua inversa.

23. Seja  $f : \mathbb{R}_- \rightarrow B$ , onde  $B = \{y \in \mathbb{R}; y \geq 1\}$  e  $f(x) = x^2 + 1$ . Determine o domínio, o contradomínio e a lei de  $f^{-1}$ .

24. Seja  $f : A \rightarrow B$  definida por  $f(x) = x^2 - 2x + 3$ , onde

$$A = \{x \in \mathbb{R}; x \geq 1\} \quad \text{e} \quad B = \{y \in \mathbb{R}; y \geq 2\}. \tag{1}$$

Determine o domínio, o contradomínio e a lei de  $f^{-1}$ .

25. Seja  $f : A \rightarrow B$  definida por  $f(x) = 2x^2 - 5x + 2$ , onde

$$A = \left\{ x \in \mathbb{R}; x \geq \frac{5}{4} \right\} \text{ e } B = \left\{ y \in \mathbb{R}; y \geq -\frac{9}{8} \right\}.$$

Determine o domínio, o contradomínio e a lei de  $f^{-1}$ .

26. Considere a bijeção  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definida por

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 1 & \text{se } x \geq 0 \\ x - 1 & \text{se } x < 0 \end{cases}$$

Determine a lei que define a função  $f^{-1}$ .

27. Esboce em um mesmo sistema de coordenadas os gráficos de  $f$  e  $f^{-1}$ , onde

(a)  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = 1 - x^3$ .

(a)  $f : \mathbb{R}^* \rightarrow \mathbb{R}^*$ ,  $f(x) = \frac{1}{x}$ .