Aplicações de Derivadas

quarta-feira, 10 de junho de 2020 18:35

$$f(x) = x^3 - 9x^2 - 48x + 52$$

1º Passo: Determinar o $D_f = \{x \in \mathbb{R} \mid -6 \leq x \leq 10\}$

2º Passo: Obter a função derivada $f'(x)$

Se $f(x) = x^3 - 9x^2 - 48x + 52$

$$f'(x) = 3x^2 - 18x - 48$$

3º Passo: Encontrar os pontos críticos da $\underline{\underline{f(x)}}$

i) $f'(x) = 0$

ii) $f'(x)\ \nexists$ NÃO se aplica

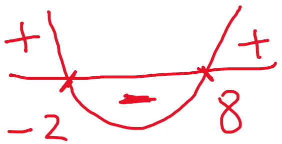
$D_{f'} = \{x \in \mathbb{R}\}$

$$3x^2 - 18x - 48 = 0$$

$$\Delta = (-18)^2 - 4(3)(-48) = 900$$

$$x = \frac{-(-18) \pm \sqrt{900}}{2(3)} = \begin{cases} \underline{\underline{x_1}} = \dfrac{18+30}{6} = 8 \\[2ex] \underline{\underline{x_2}} = \dfrac{18-30}{6} = -2 \end{cases}$$

OS DOIS são pontos críticos da $\underline{\underline{f(x)}}$



4º Passo: Dividir o Domínio da $f(x)$ em subintervalos f(x) crescente ou decrescente

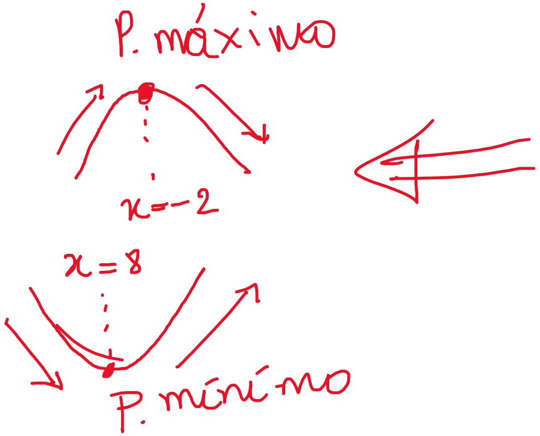
em função dos pontos críticos → derivada tem sempre o mesmo sinal ⇒ cres/decres

$x_1 = -2$ e $x_2 = 8$

$D_f = [-6; 10] \Rightarrow [-6; -2); (-2; 8); (8; 10]$

pontos críticos → $f'(x) = 0$ → P. máximo / P. mínimo

Intervalos D_f	sinal $f'(x)$	compor. $f(x)$
$[-6; -2)$	>0	crescente
$(-2; 8)$	<0	decrescente
$(8; 10]$	>0	crescente



* OBS

se não há troca de tipo de crescimento

↳ ponto inflexão

5º Passo O sinal $f''(x)$ no ponto crítico $(x_1 = -2 ; x_2 = 8)$ indica a concavidade da função.

concavidade

i) se $f''(c) > 0 \rightarrow f(x)$ conc...

ii) se $f''(c) < 0 \rightarrow f(x)$ concavidade $\downarrow$

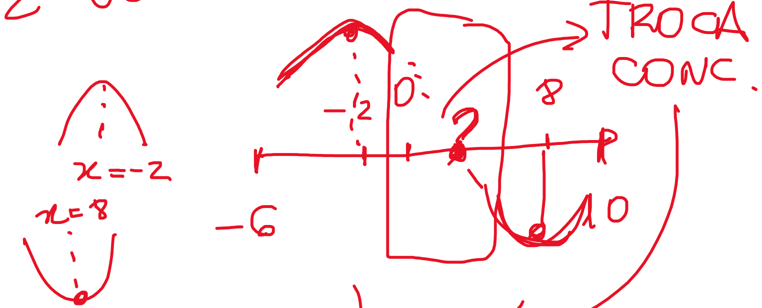
$$f(x) = x^3 - 9x^2 - 48x + 52$$ função

$$f'(x) = 3x^2 - 18x - 48$$ derivada 1ª or $\Rightarrow$ crescimento $f(x)$

$$f''(x) = 6x - 18$$ derivada 2ª or $\Rightarrow$ concav. $f(x)$

$\hookrightarrow f''(-2) = 6(-2) - 18 = -30$ < 0

$\hookrightarrow f''(8) = 6(8) - 18 = 30$ > 0



ponto inflexão

$$f''(x) = 0$$

$$6x - 18 = 0$$

$$6x = 18$$

$$\boxed{x = 3}$$

6º Passo: Reunir todas as informações sobre $f(x)$

$$f(x) = x^3 - 9x^2 - 48x + 52$$

$$f(-6) = (-6)^3 - 9(-6)^2 - 48(-6) + 52$$

$x = -6 \Rightarrow f(-6) = (-6)^3 - 9(-6)^2 \ldots$

$f(-6) = -200 \Rightarrow P_1(-6; -200)$

P. máximo

$x = -2 \Rightarrow f(-2) = (-2)^3 - 9(-2)^2 - 48(-2) + 52$

$f(-2) = 104 \Rightarrow P_2(-2; 104) \Rightarrow$ máximo

P.I

$x = 3 \Rightarrow f(3) = (3)^3 - 9(3)^2 - 48(3) + 52$

$f(3) = -164 \Rightarrow P_3(3; -164) \Rightarrow$ Inflexão

mínimo

$x = 8 \Rightarrow f(8) = (8)^3 - 9(8)^2 - 48(8) + 52$

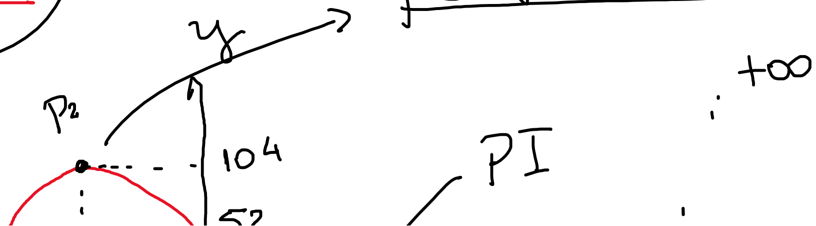
$f(8) = -396 \Rightarrow P_4(8; -396) \Rightarrow$ mínimo

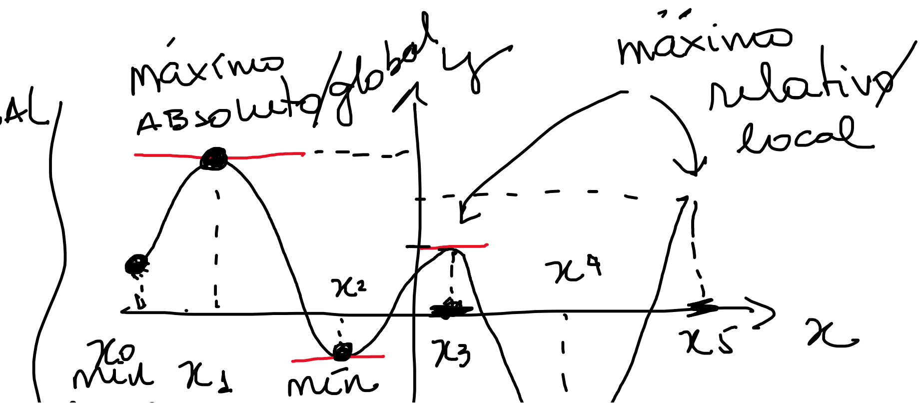
$x = 10 \Rightarrow f(10) = (10)^3 - 9(10)^2 - 48(10) + 52$

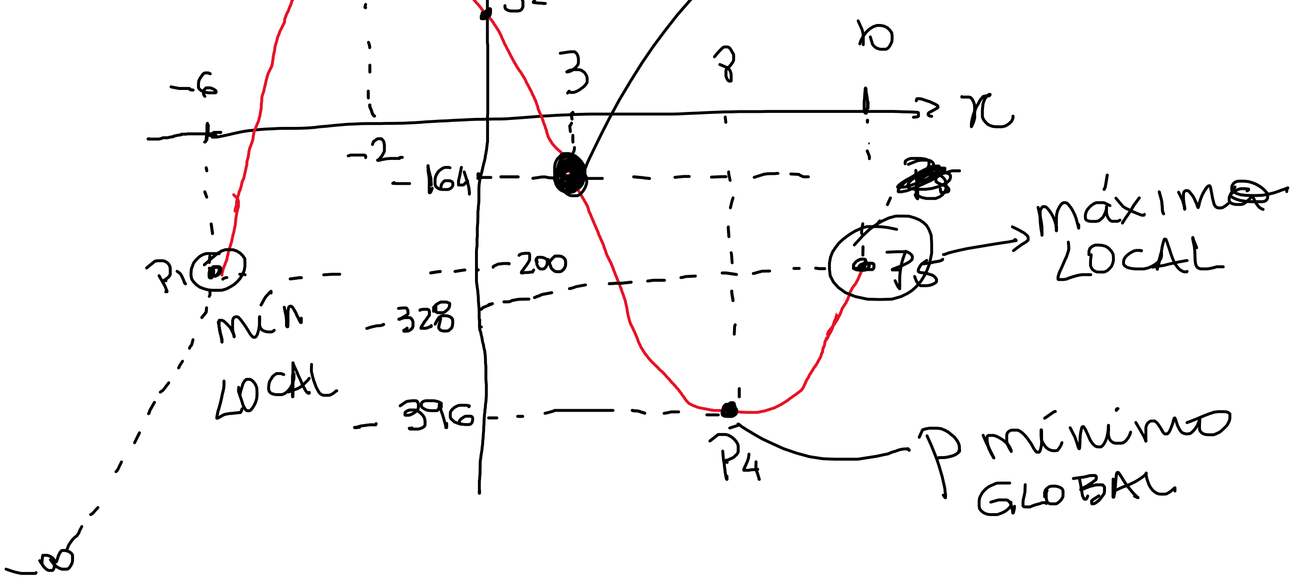
$f(10) = -328$

GRÁFICO:

Ponto máximo GLOBAL





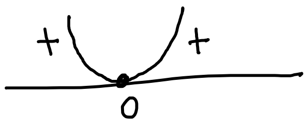


local local mínimo global

$$f'(x_1) = f'(x_2) = f'(x_3) = f'(x_4) = 0$$

$f(x) = x^3$ $\qquad D = (-\infty; +\infty)$

$f'(x) = 3x^2$



$f'(x) \nexists$ não se apl.

$f'(x) = 0$

$3x^2 = 0 \iff x = 0$ P.C

Báskara $\quad \Delta = 0^2 - 4(3)(0) = 0$

$x = \dfrac{-0 \pm \sqrt{0}}{2(3)} = 0$

Int	$f'(x)$	$f(x)$
$(-\infty; 0)$	+	cresc
$(0; +\infty)$	+	cresc

$x = 0$ PI

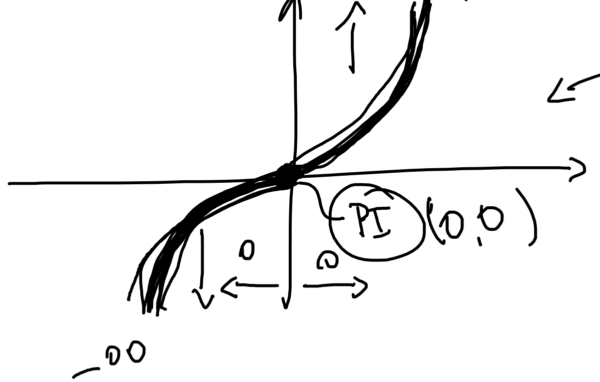
x^3

$x = 0$

$f''(x) = 6x = 0$

$f''(x) = 6(-1) = -6 < 0$ $\cap$

$f''(x) = 6(1) = 6 > 0$ $\cup$



$\neq$

$$\boxed{f(x) = -x^3}$$

Fotossíntese

$$p(t) = 100\left(e^{-0,02t} - e^{-0,1t}\right)$$

$$p(t) = \underbrace{100\, e^{-0,02t}}_{RC_1} - \underbrace{100\, e^{-0,1t}}_{RC_2}$$

Qual é ponto onde $p(t)$ é máximo?

$$RC_1: \quad g(t) = 100\, e^{-0,02t}$$

$$g(u) = 100\, e^{u} \Rightarrow g'(u) = 100 \cdot e^{u}$$

$$u(t) = -0,02t \Rightarrow u'(t) = -0,02$$

$$g'(t) = g'(u) \cdot u'(t) = 100\, e^{u}(-0,02) = \underline{-2e^{-0,02t}} \,\Big/\, RC_1$$

$$RC_2: \quad g(t) = 100\, e^{-0,1t} \quad g(u) = 100\, e^{u} \Rightarrow g'(u) = 100\, e^{u}$$

RC2: $g(t) = 100\, e$

$$u(t) = -0{,}1t \Rightarrow u'(t) = -0{,}1$$

$$g'(t) = g'(u)\cdot u'(t) = 100\, e^{u}(-0{,}1) = \underline{-10\, e^{-0{,}1t}} \quad \text{RC2}$$

Logo, $p'(t) = -2e^{-0{,}02t} - \left(-10\, e^{-0{,}1t}\right)$

$$p'(t) = -2e^{-0{,}02t} + 10\, e^{-0{,}1t}$$

$$-2e^{-0{,}02t} + 10e^{-0{,}1t} = 0 \Rightarrow 10\, e^{-0{,}1t} = 2\, e^{-0{,}02t}$$

$$\frac{e^{-0{,}1t}}{e^{-0{,}02t}} = \frac{2}{10}$$

$$e^{(-0{,}1t + 0{,}02t)} = 0{,}2$$

$$e^{-0{,}08t} = 0{,}2$$

$$\ln\left(e^{-0{,}08t}\right) = \ln(0{,}2)$$

$$-0{,}08t \cancel{\ln(e)} = -1{,}6094$$
$$1$$

$$t = \frac{-1{,}6094}{-0{,}08} \approx \underline{\underline{20 \text{ dias}}}$$

Int: A taxa máxima de fotossíntese na folha acontece em aproximadalle 20 dias com uma taxa de produção de oxigênio (y) de ...

b) $p(20) = 100\left(e^{-0{,}02(20)} - e^{-0{,}1(20)}\right)$

$$= 100\left(e^{-0{,}4} - e^{-2}\right) = \underline{53{,}5 \ O_2/\text{dia}} \ //$$

Maximizar Lucro

$$L(x) = R(x) - C(x)$$
$$= 31x - \left(\frac{x^3}{3} - 2x^2 + 10x + 20\right)$$

$$L(x) = -\frac{x^3}{3} + 2x^2 + 21x - 20$$

$L'(x) = 0 \Rightarrow PC$

$$L'(x) = -x^2 + 4x + 21 = 0$$

$$\Delta = (4)^2 - 4(-1)(21) = 100$$

$$x = \frac{-4 \pm 10}{-2} = \begin{cases} x = -3 \\ x = 7 \end{cases}$$

pontos críticos

máx, mín, PI?

Se $f''(c) > 0 \Rightarrow$ concav $\uparrow$ $\Rightarrow$ c ponto mínimo

Se $f''(c) < 0 \Rightarrow$ concav. $\downarrow$ $\Rightarrow$ c ponto máx

$$L''(x) = -2x + 4$$

$$L''(-3) = -2(-3) + 4 = 10$$

$$L''(7) = -2(7) + 4 = -10$$

$x = 7$ unidades do produto maximizam o lucro!