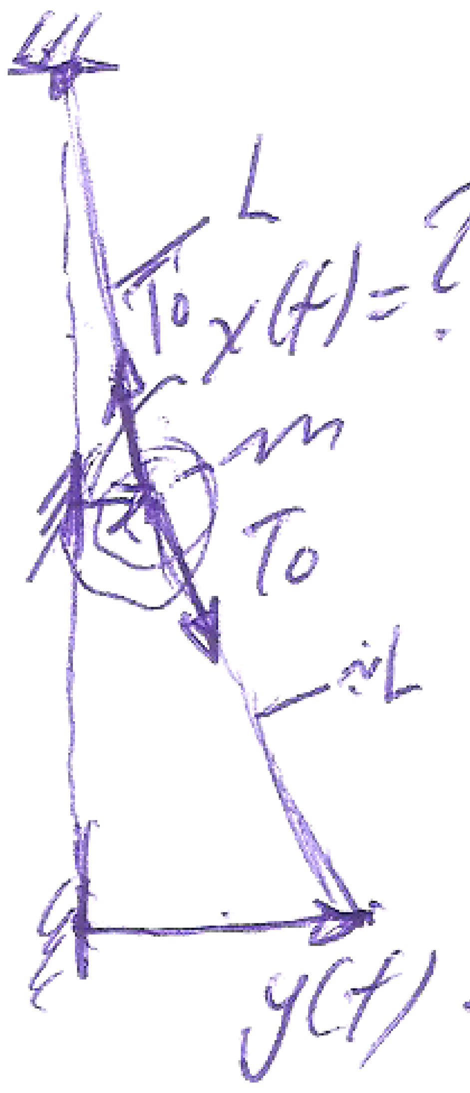
1ºQ) Reservatório de energia cinética — massa central
Reservatório de energia potencial — dois fios de comprimento L
Graus de liberdade = 1
Coordenada no tempo que define a evolução do sistema
$x(t)$ — posição horizontal da massa m (zero no equilíbrio)
Excitação: Observar que $y(t)$ é dado e portanto a qualquer tempo sabemos onde estará o ponto B

Sistema na configuração genérica



Isolando a massa do resto do universo e tomando TMB na horizontal

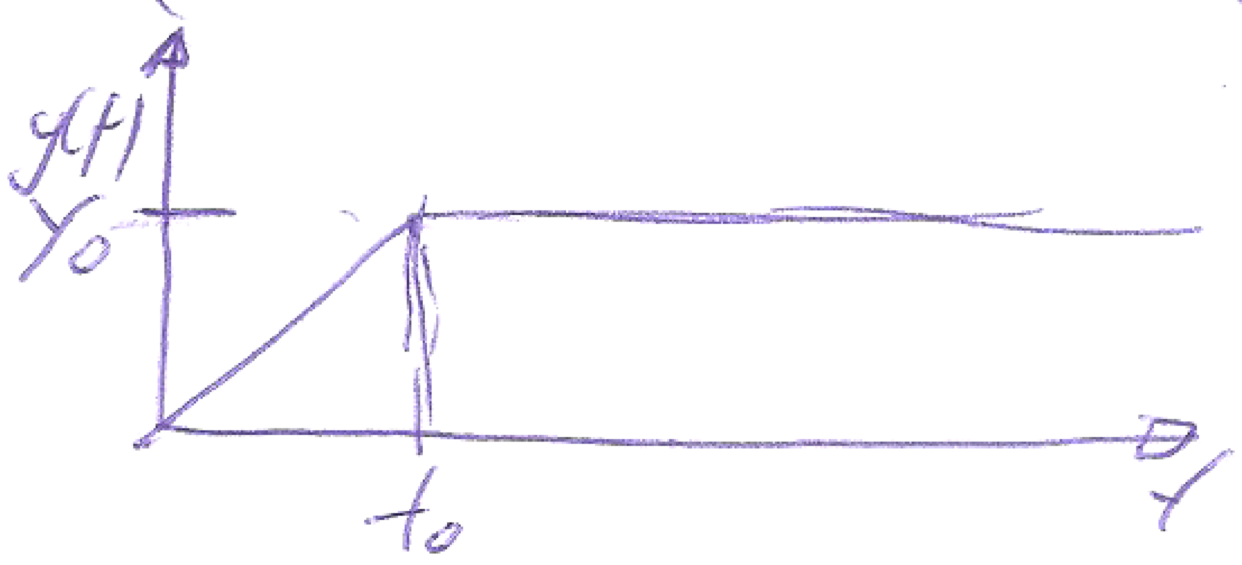
$$m\ddot{x}(t) = -\frac{T_0 \cdot x(t)}{L} + \frac{T_0 \cdot (y(t) - x(t))}{L}$$

$$\boxed{m\ddot{x}(t) + \underbrace{\frac{2T_0}{L}}_{K_{eq}} x(t) = \frac{T_0 \cdot y(t)}{L}}$$ Equ. Dif.

Solução da homogênea

$x_h(t) = A\,\text{sen}(\omega t) + B\cos(\omega t)$ com $\omega = \sqrt{\frac{2T_0}{mL}}$

Solução Particular $x_p(t) = ?$



$$\begin{cases} y(t) = \frac{Y_0}{t_0} \cdot t, \ p/ \ 0 \le t \le t_0 \\ y(t) = Y_0 \quad p/ \ t \ge t_0 \end{cases}$$

$x_p(t) = Ct_1 \cdot t$ para $0 \le t \le t_0$ ∴ $m\ddot{x}_p(t) + \frac{2T_0}{L} \cdot Ct_1 \cdot t = \frac{T_0}{L} \cdot \frac{Y_0}{t_0} \cdot t$ ($m\ddot{x}_p = 0$)

$2 \cdot Ct_1 = \frac{Y_0}{t_0}$ ∴ $\boxed{x_p(t) = \frac{Y_0}{2t_0} \cdot t}$ $p/ \ 0 \le t \le t_0$

Solução completa para $0 \le t \le t_0$

$x(t) = A\,\text{sen}(\omega t) + B\cos(\omega t) + \frac{Y_0}{2t_0} \cdot t$

$\dot{x}(t) = A\omega\cos(\omega t) - B\omega\,\text{sen}(\omega t) + \frac{Y_0}{2t_0}$

Condições Iniciais $\left\{ p/ \ t = 0 \right.$ $\begin{cases} x(0) = 0 \\ \dot{x}(0) = 0 \end{cases}$ ∴ $\underline{0 = B} + \cancel{\frac{Y_0}{2t_0} \cdot 0}$; $0 = A\omega + \frac{Y_0}{2t_0}$ ∴ $\boxed{A = -\frac{Y_0}{2\omega t_0}}$

$$\begin{cases} x(t) = -\frac{Y_0}{2\omega t_0} \cdot \text{sen}(\omega t) + \frac{Y_0}{2t_0} \cdot t \\ \dot{x}(t) = -\frac{Y_0}{2t_0} \cdot \cos(\omega t) + \frac{Y_0}{2t_0} \end{cases} \quad p/ \ 0 \le t \le t_0$$

$x(t_0) = \frac{Y_0}{2} - \frac{Y_0}{2\omega t_0} \cdot \text{sen}(\omega t_0)$

$\dot{x}(t_0) = \frac{Y_0}{2t_0} - \frac{Y_0}{2t_0} \cdot \cos(\omega t_0)$

Sendo $t_0 = \pi \cdot \sqrt{\frac{mL}{2T_0}} = \pi/\omega \therefore \omega t_0 = \pi$

$$x(t) = \frac{Y_0}{2t_0} \cdot t - \frac{Y_0}{2\pi} \cdot sen(\omega t) \quad \text{p/ } 0 \le t \le t_0$$
$$\dot{x}(t) = \frac{Y_0}{2t_0}(1 - \cos(\omega t))$$

$$x(t_0) = \frac{Y_0}{2} - \cancel{\frac{Y_0}{2\pi} \cdot \phi}$$
$$\dot{x}(t_0) = \frac{Y_0 \cdot \omega}{\pi}$$

Para $t \geq t_0 = \pi/\omega$

$$x_p(t) = Cte \therefore \frac{2T_0}{L} \cdot x_p(t) = \frac{T_0}{L} \cdot Y_0 \therefore x_p(t) = \frac{Y_0}{2}$$

Solução completa $\Rightarrow x(t) = A' sen(\omega t) + B' \cos(\omega t) + \frac{Y_0}{2}$

$$\dot{x}(t) = A'\omega \cos(\omega t) - B'\omega sen(\omega t)$$

Condições iniciais deste trecho $t \geq \pi/\omega$

$$x(\pi/\omega) = A' sen(\pi) - B' + Y_0/2 = \frac{Y_0}{2} \therefore \boxed{B' = 0}$$

$$\dot{x}(\pi/\omega) = A'\omega = \frac{Y_0 \cdot \omega}{\pi} \therefore \boxed{A' = \frac{Y_0}{\pi}}$$

$$\boxed{x(t) = \frac{Y_0}{\pi} \cdot sen(\omega t) + \frac{Y_0}{2}} \quad \text{p/ } \omega t \geq \pi$$

2ª Q) reservatório de energia cinética → cilindro de massa M

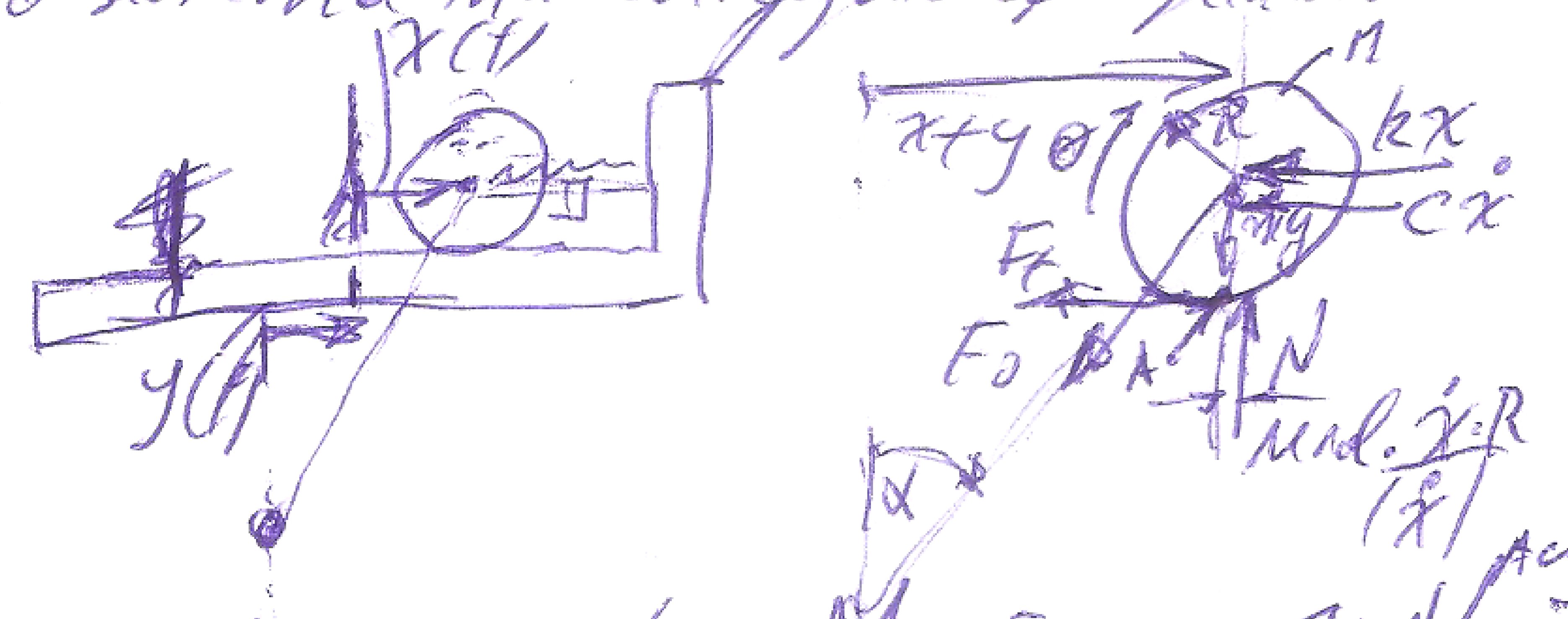
reservatórios de energia potencial → molas

graus de liberdade → 1 : Qual variável $x(t)$ (no qual?) absoluto? relativo à base?

excitação → $y(t)$ é dado

Melhor escolher $x(t)$ como deslocamento do cilindro em relação à base, para que o ângulo de giro esteja amarrando a $x(t)$

Desenhar o sistema na configuração genérica e isolar o cilindro



$$J_0 = \frac{MR^2}{2}$$
$$J_A = \frac{3}{2}MR^2$$
$$\theta = \frac{x}{R} \therefore \ddot{\theta} = \frac{\ddot{x}}{R}$$

$$N = Mg + F_0 \cos\alpha \simeq Mg + F_0$$
$$F_{0_h} = F_0 \cdot sen\alpha \simeq F_0 \cdot \frac{(x+y)}{L}$$

TMA (acelerado) $\Rightarrow J_A \ddot{\theta} = -kx \cdot R - c\dot{x}R + M\ddot{y} \cdot R - \frac{F_0(x+y)}{L} \cdot R - N \cdot \mu_d \cdot \frac{\dot{x}}{|\dot{x}|} R$

$$\boxed{\frac{3}{2}M\ddot{x} + c\dot{x} + (Mg + F_0)\mu_d \frac{\dot{x}}{|\dot{x}|} + \left(\frac{F_0}{L} + k\right) x = -\frac{F_0}{L} y(t) + M\ddot{y}}$$

$$TMA)_0 \Rightarrow J_0 \cdot \underset{\ddot{x}/R}{\ddot{\theta}} = F_t \cdot R - N \cdot \mu_{rol} \cdot R \cdot \frac{\dot{x}}{|\dot{x}|} \therefore F_t = N \mu_{rol} \frac{\dot{x}}{|\dot{x}|} + \frac{J_0 \cdot \ddot{x}}{R^2}$$

$$TMB \Rightarrow M(\ddot{x}+\ddot{y}) = -kx - c\dot{x} - \frac{F_0(x+y)}{L} - \cancel{F_t}$$

$$M(\ddot{x}+\ddot{y}) + c\dot{x} + (Mg+F_0)\mu_{rol} \frac{\dot{x}}{|\dot{x}|} + \frac{J_0}{R^2}\ddot{x} + \frac{F_0}{L}x + kx = -\frac{F_0 y}{L}$$

$$\boxed{\left(\frac{J_0}{R^2}+M\right)\ddot{x} + c\dot{x} + (Mg+F_0)\mu_{rol} \frac{\dot{x}}{|\dot{x}|} + \left(k+\frac{F_0}{L}\right)x = -\frac{F_0 y}{L} - M\ddot{y}}$$

$$\frac{3}{2}M\ddot{x} + \sqrt{kM}\cdot\dot{x} + (Mg+F_0)\mu_{rol}\frac{\dot{x}}{|\dot{x}|} + \left(\frac{Mg}{Y}+\frac{F_0}{L}\right)x = -\frac{F_0 Y}{L}\operatorname{sen}(\omega_f t) + M\omega_f^2 \operatorname{sen}(\omega_f t)$$

$$\boxed{\frac{3}{2}M\ddot{x} + \sqrt{\frac{M^2 g}{Y}}\,\dot{x} + (Mg+F_0)\mu_{rol}\frac{\dot{x}}{|\dot{x}|} + \left(\frac{Mg}{Y}+\frac{F_0}{L}\right)\cdot x = \left(M\omega_f^2 - \frac{F_0 Y}{L}\right)\cdot \operatorname{sen}(\omega_f t)}$$

Em regime permanente $x_p(t) = X_p \operatorname{sen}(\omega_f t - \psi)$ ou $P\operatorname{sen}(\omega_f t) + Q\cos(\omega_f t)$

$\cancel{-\frac{3}{2}M\omega_f^2 X_p + M\sqrt{\frac{g}{Y}}\,\omega_f X}$

$$E_d(\mu_{rol}) = 4\cdot(Mg+F_0)\mu_{rol} \cdot X_p \text{ (ciclo)}$$

$$E_{V_{eq}} = \pi \cdot c_{eq} \cdot \omega_f \cdot X_p^2 \therefore c_{eq} = \frac{4(Mg+F_0)\mu_{rol}}{\pi \cdot \omega_f X_p}$$

$$\left(\frac{Mg}{Y} + \frac{F_0}{L} - \frac{3}{2}M\omega_f^2\right)\cdot X_p \operatorname{sen}(\omega_f t - \psi) + \left(\sqrt{\frac{M^2 g}{Y}} + \frac{4(Mg+F_0)\mu_{rol}}{\pi\omega_f X_p}\right)\omega_f X_p \cos(\omega_f t - \psi) =$$

$$= \left(M\omega_f^2 - \frac{F_0 Y}{L}\right)\cdot\operatorname{sen}(\omega_f t) \Rightarrow X_p(\omega_f, Y) \Rightarrow X_{p_{res}}(\omega_f = \omega, Y)$$

c) Na condição de ressonância $\omega_f = \omega = \sqrt{\dfrac{\frac{Mg}{Y} + \frac{F_0}{L}}{\frac{3}{2}M}}$

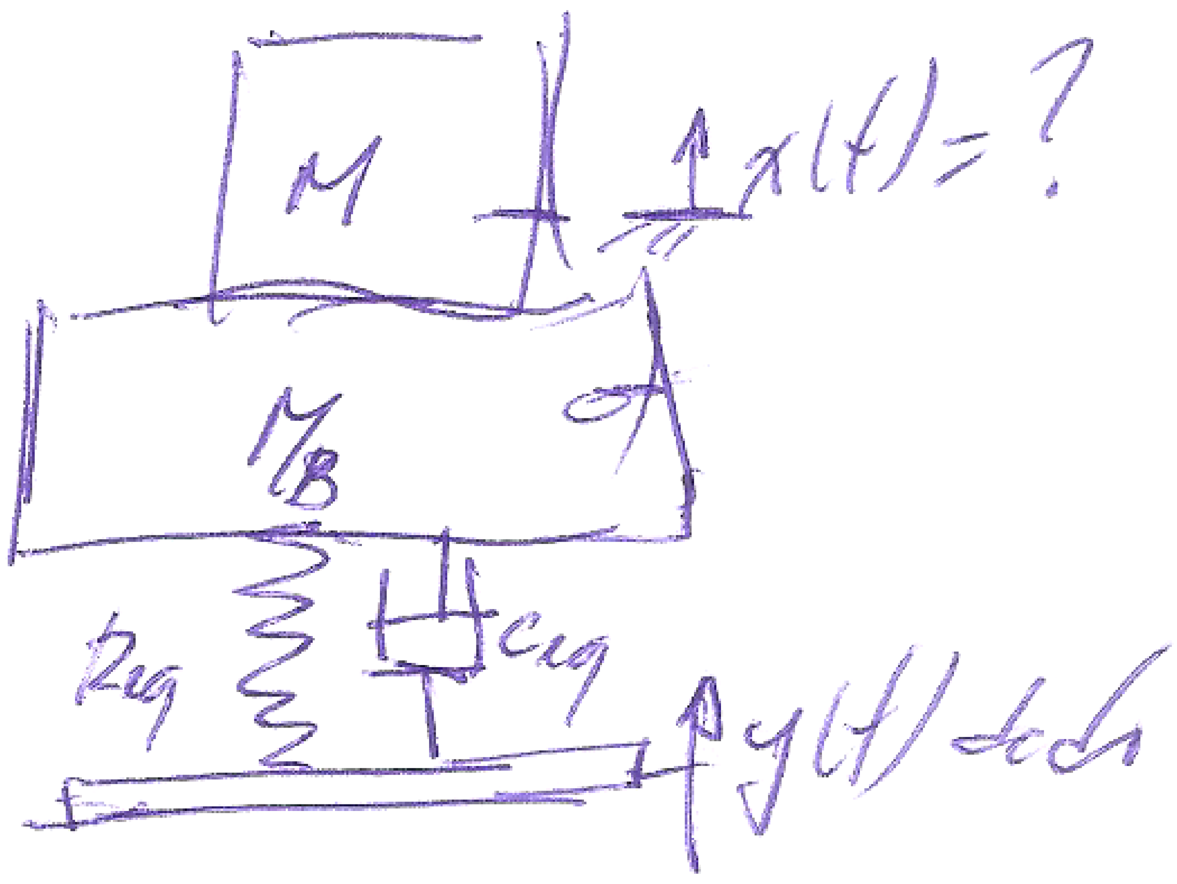
sómente as dissipações

$$E_d = \pi \cdot \sqrt{\frac{M^2 g}{Y}} \cdot \omega \cdot X_{p_{res}}^2 + 4(Mg+F_0)\cdot\mu_{rol} \cdot X_{p_{res}}$$

deve ser suprida pelo sistema que atua sobre a base, a cada ciclo

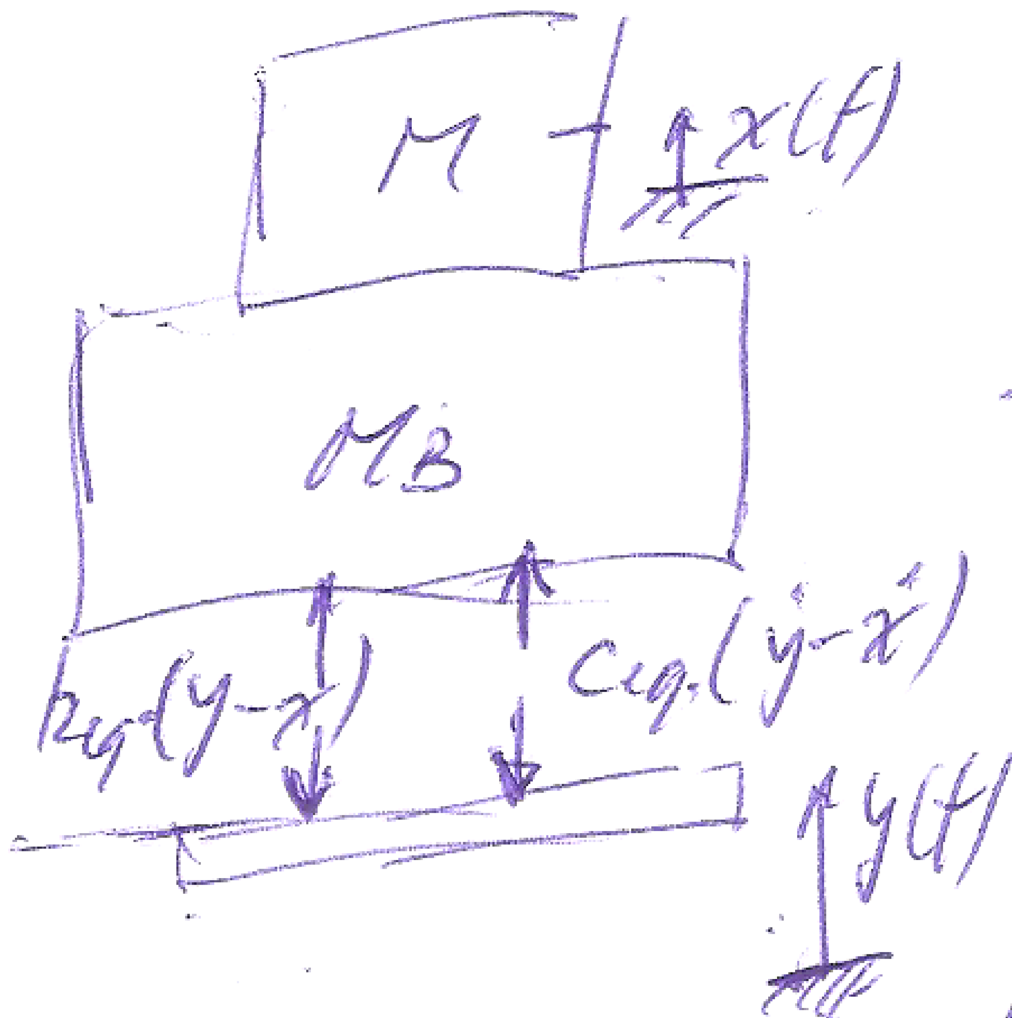
Portanto potência média $= \dfrac{E_d}{T_{ciclo}} = \boxed{\dfrac{E_d \cdot \omega}{2\pi}}$

3ª Q) Reservatório de energia cinética → Máquina + Base
" de energia potencial — coxins
Nº de graus de liberdade = 1
variável que representa configuração geral → $x(t)$ =
= deslocamento vertical absoluto da máquina a partir
da configuração de equilíbrio
$y(t)$ do chão é dado → Excitação



$x(t) = ?$ $k_{eq} = 4k$

$c_{eq} = \frac{b_h \cdot k_{eq}}{\Omega} = 4 \cdot \frac{b_h \cdot k}{\Omega}$



$$\boxed{(M+M_B)\cdot\ddot{x}(t) + c_{eq}\cdot\dot{x}(t) + k_{eq}\cdot x(t) = c_{eq}\dot{y}(t) + k_{eq}y(t)}$$

solução em regime permanente

$$2\xi\cdot r = 2\cdot\frac{c_{eq}}{c_c}\cdot\frac{\omega_f}{\omega} = \frac{2\cdot b_h k_{eq}\cdot\omega_f}{2\sqrt{k_{eq}(M+M_B)}\,\omega_f\cdot i\sqrt{\frac{k_{eq}}{M+M_B}}}$$

$\boxed{2\xi r = b_h}$ para cada componente de frequência

$$(M+M_B)\ddot{x}(t) + \frac{b_h\cdot k_{eq}}{\omega_f\cdot i}\,\dot{x}(t) + k_{eq}\cdot x(t) = k_{eq}y(t) + \frac{b_h k_{eq}}{\omega_f\cdot i}\dot{y}(t)$$

$$X_{p_i} = \frac{Y_i\sqrt{1+b_h^2}}{\sqrt{\left(1-\left(\frac{\omega_f i}{\omega}\right)^2\right)^2 + (b_h)^2}}$$

$y(t)$ = é periódico com $\tau_p = 0{,}1159$ s
$\omega_f = 54{,}2$ rad/s

$$y(t) = \sum_{i=1}^{12} Y_i \operatorname{sen}(\omega_f t i + \alpha_i) \therefore \dot{y}(t) = \sum_{i=1}^{12} \underbrace{Y_i\cdot i\,\omega_f}_{V_i}\cdot\cos(\omega_f t i + \alpha_i)$$

$$\frac{X_{p_i}}{Y_i} = TR_i = \frac{X_{p_i}\cdot\omega_f\cdot i}{Y_i\cdot\omega_f\cdot i} = \frac{v_i}{V_i} = \frac{\sqrt{1+b_h^2}}{\sqrt{\left(1-\left(\frac{\omega_f i}{\omega}\right)^2\right)^2 + b_h^2}}$$

desejamos $v_i < 0{,}2$ mm/s e
temos $V_2 = 10$ mm/s

$\Big\}\ TR_2 < \frac{1}{50}$

Vamos verificar para a frequencia fundamental

$\omega_{fund} = 54{,}2 \text{ rad}/s$

$$\frac{0{,}2}{1} = TR_1 = \frac{1}{5} \gg \frac{\sqrt{1+4b_h^2}}{\sqrt{\left(1-\left(\frac{\omega_{fund}}{\omega}\right)^2\right)^2 + 6b_h^2}} = \frac{1{,}005}{\left(\frac{\omega_{fund}}{\omega}\right)^2 - 1}$$

$$\therefore \frac{\omega_{fund}}{\omega} > 2{,}45 \therefore \boxed{\omega < 22{,}1 \text{ rad}/s}$$

Vamos verificar para o 2º harmônico

$$\frac{0{,}2}{10} = TR_2 = \frac{1}{50} \gg \frac{1{,}005}{\sqrt{\left(1-\left(\frac{2\omega_{fund}}{\omega}\right)^2\right)^2 + 6b_h^2}} = \frac{1{,}005}{\left(\frac{2\omega_{fund}}{\omega}\right)^2 - 1}$$

$$\frac{\omega_{fund}}{\omega} > 7{,}16 \therefore \boxed{\omega < 15{,}1 \text{ rad}/s}$$

Para os outros harmônicos, um $\omega = 15{,}1 \text{ rad}/s$ seria mais que suficiente para filtrá-los.

$$\therefore \omega = \sqrt{\frac{k_{eq}}{M+M_B}} < 15{,}1 \Rightarrow \sqrt{\frac{4 \times 200 \times 10^3}{M+M_B}}$$

$$M + M_B > 3509 \text{ kg} \therefore \boxed{M_B > 3009 \text{ kg}}$$