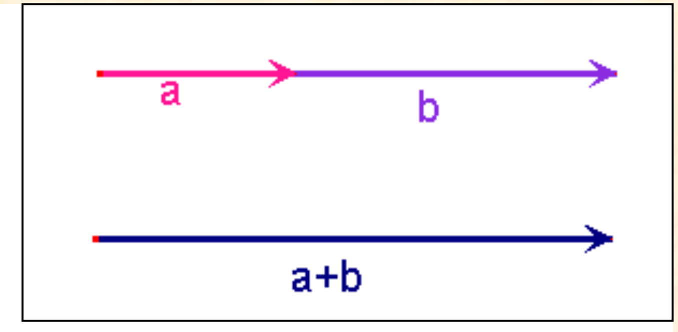
MAT0105 – Geometria Analítica

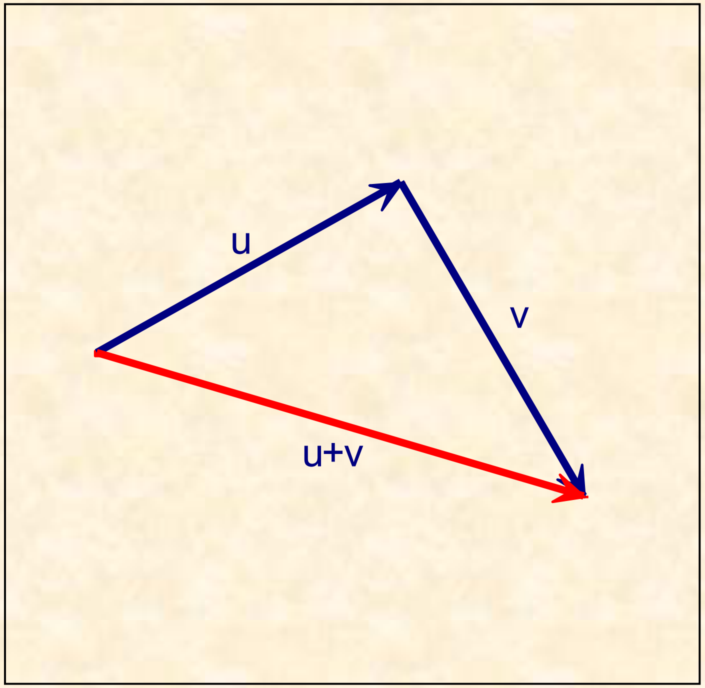
Operações com vetores

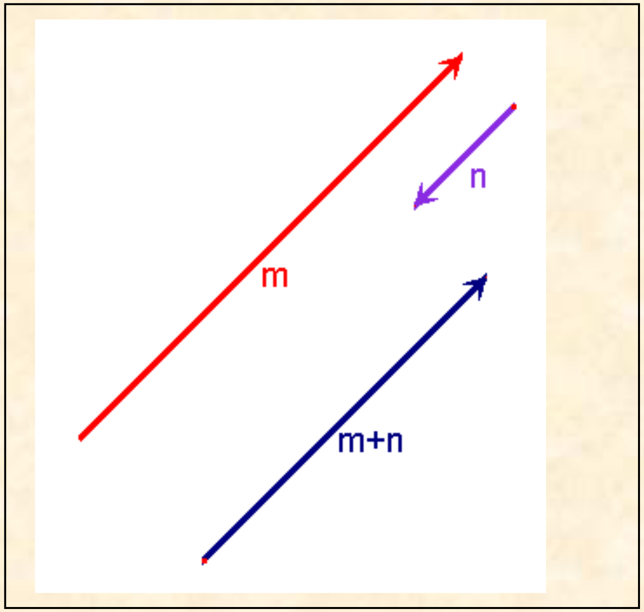
Profa. Ana Paula Jahn

anajahn@ime.usp.br

Adição de dois vetores





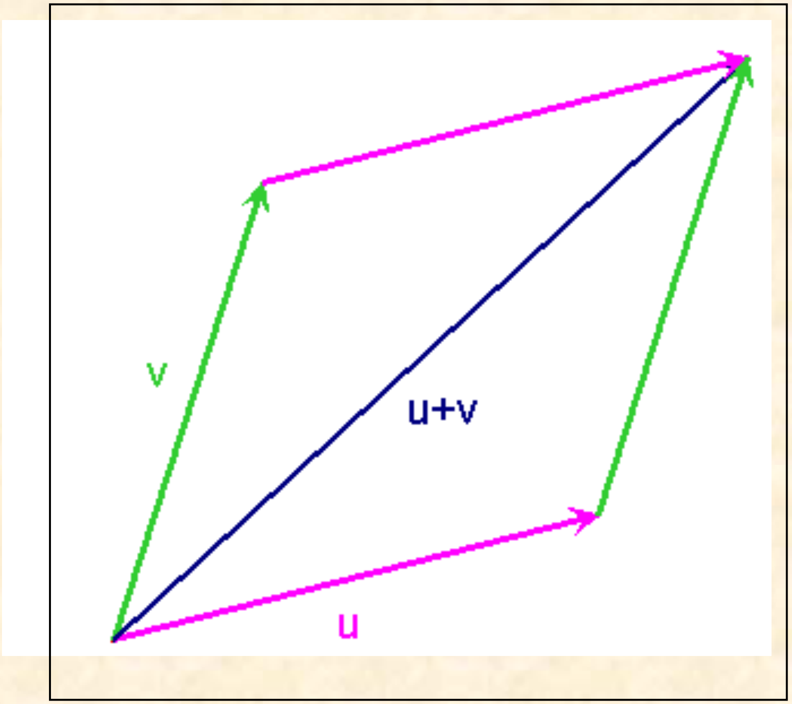


Geometricamente: consiste em “compor” os dois deslocamentos – colocar a origem do segundo vetor coincidente com a extremidade do primeiro vetor, e o vetor **soma** (ou vetor resultante) é o que “fecha” o triângulo (origem coincidente com a origem do primeiro e extremidade coincidente com a extremidade do segundo vetor).

Adição de dois vetores

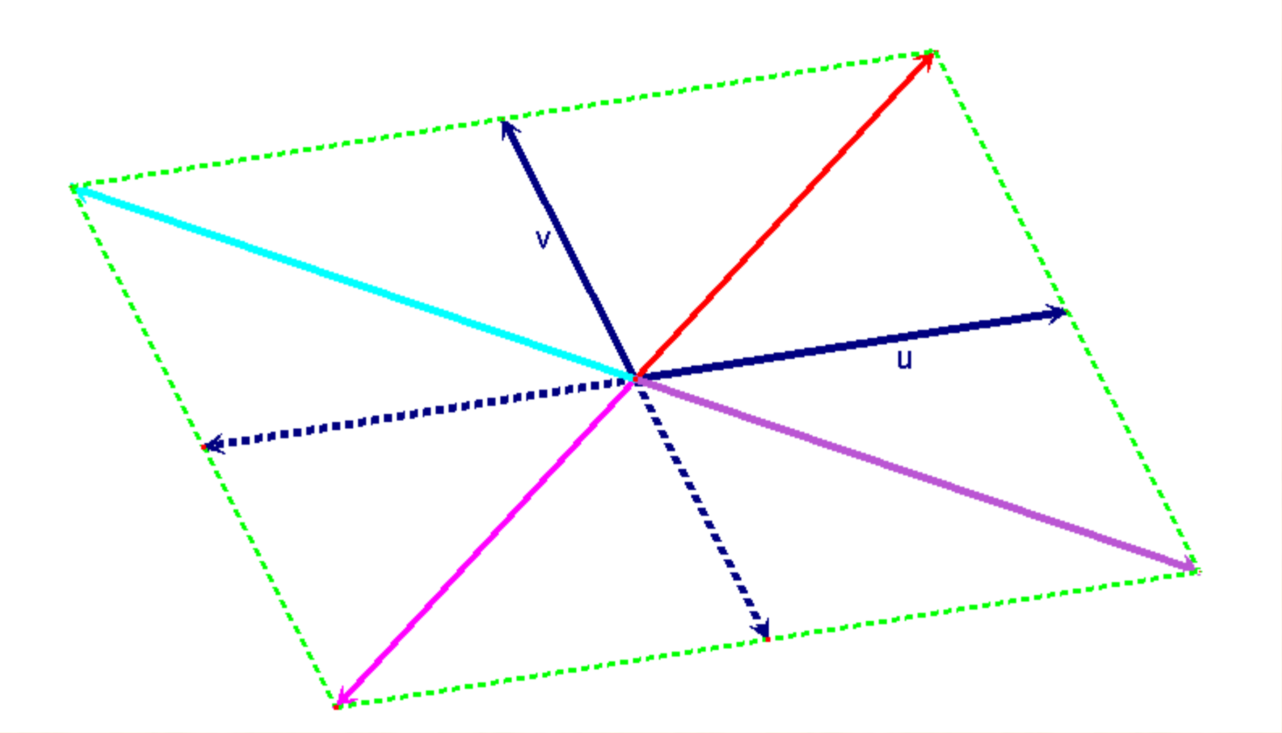
Método do paralelogramo: tem-se as origens dos dois vetores coincidentes e constroi-se um paralelogramo; o **vetor soma** (ou vetor resultante) será dado **pela diagonal do paralelogramo** cuja origem coincide com a dos dois vetores.

A outra diagonal será o vetor diferença: $\vec{u} + (-\vec{v}) = \vec{u} - \vec{v}$.

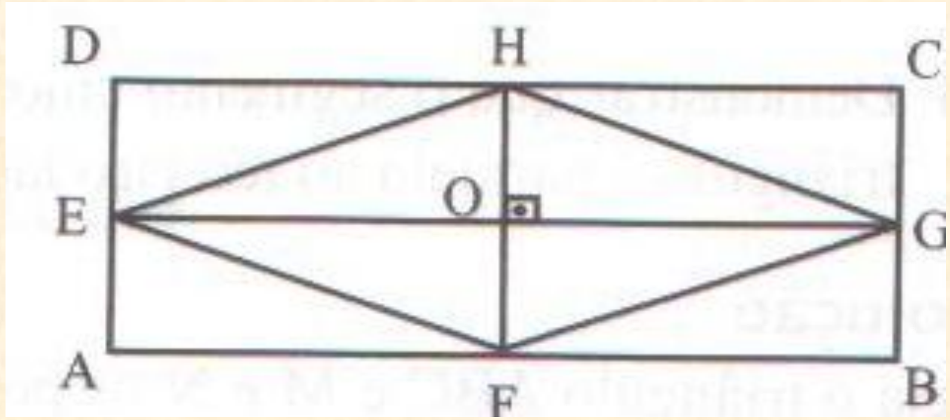


Exercício

Escreva os vetores coloridos a partir dos vetores $\vec{u}$ e $\vec{v}$.



Em cada item, determine os vetores, expressando-os com origem no ponto A.



ABCD é retângulo, *EFGH é losango* e O é intersecção de suas diagonais.

a) $\overrightarrow{OC} + \overrightarrow{CH}$

b) $\overrightarrow{EH} + \overrightarrow{FG}$

c) $2\overrightarrow{AE} + 2\overrightarrow{AF}$

d) $\overrightarrow{EH} + \overrightarrow{EF}$

e) $\overrightarrow{EO} + \overrightarrow{BG}$

f) $2\overrightarrow{OE} + 2\overrightarrow{OC}$

g) $\frac{1}{2}\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{EH}$

h) $\overrightarrow{FE} + \overrightarrow{FG}$

i) $\overrightarrow{OG} - \overrightarrow{HO}$

j) $\overrightarrow{AF} + \overrightarrow{FO} + \overrightarrow{AO}$

Fonte: Winterle, P. **Vetores e Geometria Analítica**. São Paulo: Makron Books, 2000 (Ex. 1, p.14).

Multiplicação por escalar

- Podemos multiplicar um vetor *v* por um número real α.
- Dessa operação resulta um novo vetor $\boldsymbol{\alpha v}$ com as seguintes características:
  - a) O **módulo** do novo vetor $\alpha.v$ é o que resulta da multiplicação do *valor absoluto* α pelo módulo do vetor v.
  - b) A **direção** do novo vetor $\alpha.v$ é a mesma de v.
  - c) O **sentido** de $\alpha.v$ é o mesmo de *v* se α for positivo e oposto ao de *v* se $\alpha < 0$.

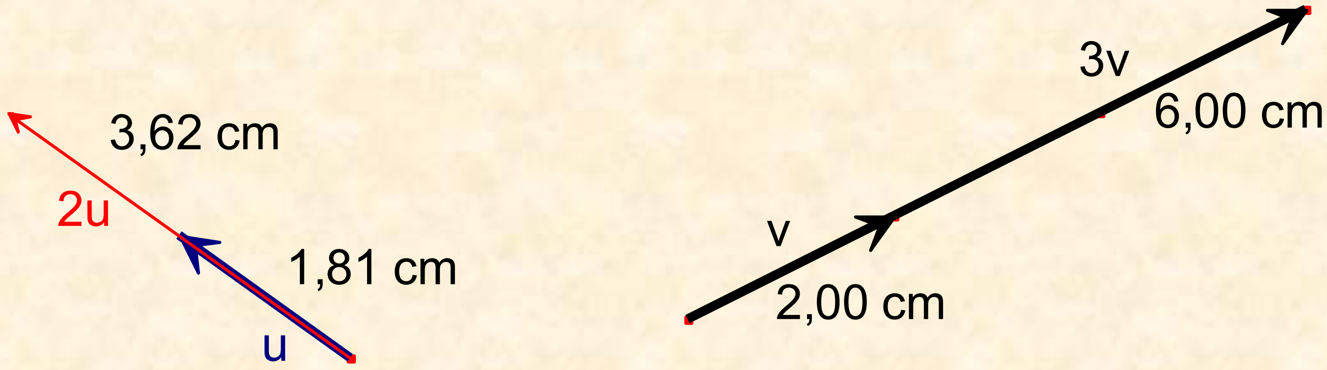
Multiplicação por escalar

$$módulo: \left|\vec{r}\right| = \left|k\vec{v}\right| = \left|k\right|\left|\vec{v}\right|$$

$$direção: a\ mesma\ de\ \vec{v}$$

$$sentido:\ o\ mesmo\ de\ \vec{v},\ se\ k > 0\ e\, contrário$$

$$de\ \vec{v}\ se\ k < 0$$



Versor de um vetor

O **versor de um vetor *v*** é o vetor unitário ***u*** que tem:

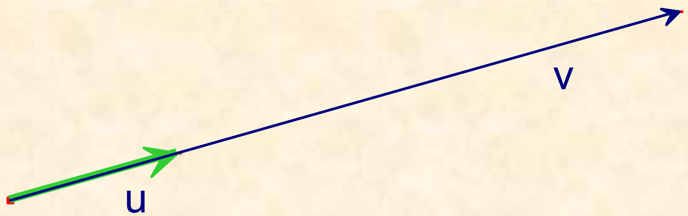
$$\vec{u} = \frac{1}{\left|\vec{v}\right|}\vec{v} \quad ou \quad \vec{u} = \frac{\vec{v}}{\left|\vec{v}\right|}$$

Módulo: 1 (unitário)

$$\left|\vec{u}\right| = \left|\frac{\vec{v}}{\left|\vec{v}\right|}\right| = \frac{\left|\vec{v}\right|}{\left|\vec{v}\right|} = 1$$

Direção: a mesma de *v*

Sentido: o mesmo de *v*

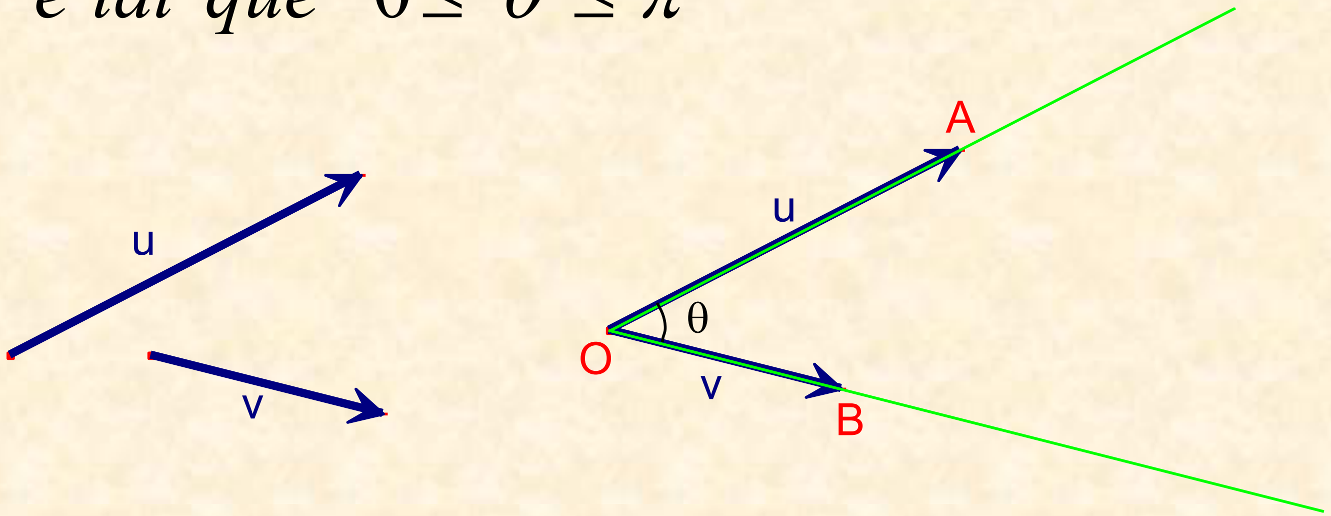


Ângulo de dois vetores

O ângulo de dois vetores u e v não-nulos é o ângulo formado pelas semi-retas

$$\overrightarrow{OA} \;\; e \;\; \overrightarrow{OB}$$

$$e \; tal \;\; que \;\; 0 \leq \; \theta \leq \pi$$



Exercício – Verifique se é V ou F e justifique.

a) Se $\vec{u} = \vec{v}$, então $|\vec{u}| = |\vec{v}|$.

b) Se $|\vec{u}| = |\vec{v}|$, então $\vec{u} = \vec{v}$.

c) Se $\vec{u} \mathbin{/\!/} \vec{v}$, então $\vec{u} = \vec{v}$.

d) Se $\vec{u} = \vec{v}$, então $\vec{u} \mathbin{/\!/} \vec{v}$.

e) Se $\vec{w} = \vec{u} + \vec{v}$, então $|\vec{w}| = |\vec{u}| + |\vec{v}|$.

f) $|\vec{w}| = |\vec{u}| + |\vec{v}|$, então $\vec{u}$, $\vec{v}$ e $\vec{w}$ são paralelos.

g) Se $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$, então ABCD (vértices nesta ordem) é paralelogramo.

h) $|5\vec{v}| = |-5\vec{v}| = 5|\vec{v}|$.

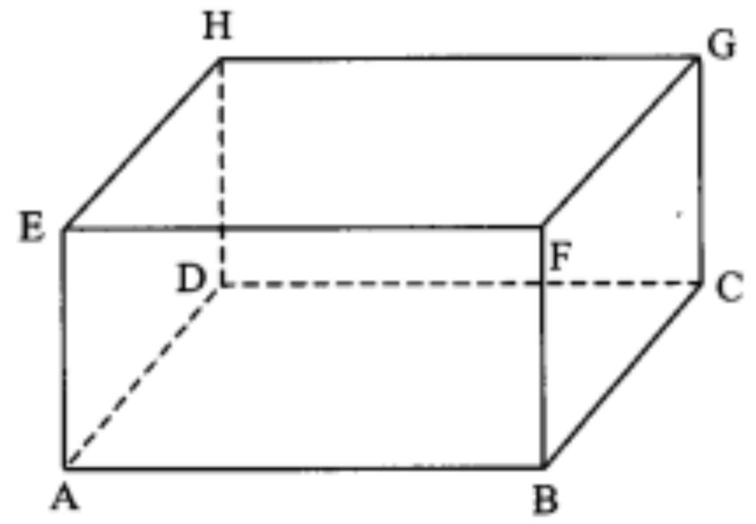
i) Os vetores $3\vec{v}$ e $-4\vec{v}$ são paralelos e de mesmo sentido.

j) Se $\vec{u} \mathbin{/\!/} \vec{v}$, $|\vec{u}| = 2$ e $|\vec{v}| = 4$, então $\vec{v} = 2\vec{u}$ ou $\vec{v} = -2\vec{u}$.

k) Se $|\vec{v}| = 3$, o versor de $-10\vec{v}$ é $-\dfrac{\vec{v}}{3}$.

Fonte: Winterle, P. **Vetores e Geometria Analítica**. São Paulo: Makron Books, 2000 (Ex. 2, p.14).

Exercício: V ou F? Justifique.



a) $\overrightarrow{DH} = \overrightarrow{BF}$

b) $\overrightarrow{AB} = -\overrightarrow{HG}$

c) $\overrightarrow{AB} \perp \overrightarrow{CG}$

d) $\overrightarrow{AF} \perp \overrightarrow{BC}$

e) $|\overrightarrow{AC}| = |\overrightarrow{HF}|$

f) $|\overrightarrow{AG}| = |\overrightarrow{DF}|$

g) $\overrightarrow{BG} // \overrightarrow{ED}$

h) $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{BC}$ e $\overrightarrow{CG}$ são coplanares

i) $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{FG}$ e $\overrightarrow{EG}$ são coplanares

j) $\overrightarrow{EG}$, $\overrightarrow{CB}$ e $\overrightarrow{HF}$ são coplanares

k) $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{DB}$ e $\overrightarrow{FG}$ são coplanares

l) $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{BG}$ e $\overrightarrow{CF}$ são coplanares

m) $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{DC}$ e $\overrightarrow{CF}$ são coplanares

n) $\overrightarrow{AE}$ é ortogonal ao plano ABC

o) $\overrightarrow{AB}$ é ortogonal ao plano BCG

p) $\overrightarrow{DC}$ é paralelo ao plano HEF

Fonte: Camargo , P. **Geometria Analítica: um tratamento vetorial**. São Paulo: Mac Graw Hill, 1987. (Ex. 2 , p.6).