Exercícios sobre Teorema de Green e integral independente de caminho

(1) Calcule $\int_\gamma xydx + (2x^2 + y)dy$, sendo γ a fronteira da região R definida por $R = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 - 1 \leq \ y \leq \ x + 1\}$, percorrida no sentido anti-horário.

(2) Calcule $\int_\gamma \vec{F}.d\vec{r}$, sendo $\vec{F}(x, y) = 2arctg\frac{y}{x}\vec{i} + (ln(x^2 + y^2) + 2x\vec{j}$ e γ a fronteira do retângulo $R = [1, 2] \times [-1, 1]$, percorrida no sentido horário.

(3) Calcule $\int_\gamma \frac{-y}{x^2 + y^2}dx + \frac{x}{x^2 + y^2}dy$ sobre a circunferência $(x - 3)^2 + y^2 = 25$, percorrida no sentido anti-horário.

(4) Calcule $\int_\gamma -\frac{y}{x^2 + y^2}dx + \frac{x}{x^2 + y^2}dy$, sendo γ o arco de circunferência $x^2 + y^2 = a^2$, do ponto $(a, 0)$ ao ponto $(\frac{a}{\sqrt{2}}, \frac{a}{\sqrt{2}})$.

(5) Prove que o campo $\vec{F}(x, y) = (6x^5y^2 + 5)\vec{i} + (2x^6y + 3)\vec{j}$ é conservativo em $\mathbb{R}^2$ e calcule $\int_\gamma \vec{F}d\vec{r}$, sendo $\gamma(t) = (t - 1, 3 + log_2 t)$, com $1 \leq t \leq 2$.