**SUMÁRIO**

# 1 INTRODUÇÃO

*"Quando ainda muito pequenas, as crianças interessam-se por letras e números sem elaborar qualquer distinção nítida entre as duas disciplinas. Se depois, no percurso escolar, passam a temer os números ou a desgostar-se deles, isso decorre mais de praticas escolares inadequadas e circunstancias diversas do que de características inerentes aos números."*

*(Proposta Curricular do Estado de São Paulo)*

## 1.1 Motivação

O uso de números fracionários remonta ao Antigo Egito. Segundo Heródoto, um historiador grego, o faraó Sesóstris repartiu igualmente as terras, às margens do rio Nilo, entre seus habitantes (poucos privilegiados), e cada um deles deveria pagar-lhe um tributo todos os anos. Mas com as cheias do Nilo, parte da plantação acabava sendo perdida e então os agrimensores enviados pelo rei, faziam a medição da parte restante da plantação. Assim, os agricultores pagavam ao faraó um tributo proporcional a essa porção. Entretanto, para medir as terras, eram usadas cordas com certa unidade de medida marcada. Raramente, essa medida cabia um número inteiro de vezes nas dimensões da plantação poupada pelo Nilo. Assim, surgiu a necessidade dos números fracionários no Egito.

Os egípcios faziam uso de frações unitárias, isto é, de numerador igual a 1 e, da fração 2/3. Eles as utilizavam, principalmente, para resolver problemas cotidianos como dividir alimentos ou bebida igualmente, entre um determinado número de pessoas, pois, comumente, os trabalhadores eram pagos com estes itens.

As frações, apesar de não aparecerem com muita frequência no cotidiano, ainda podem ser encontradas, por exemplo: na indicação das quantidades dos ingredientes em receitas culinárias; na divisão dos períodos de um jogo de basquete; na medida da massa de alimentos, em feiras e mercados; na determinação das horas do dia, em países de língua inglesa, entre outras situações. Além disso, sua compreensão contribui para um maior entendimento dos números decimais e de porcentagem.

O estudo de frações está previsto nos currículos do Ensino Fundamental I e II. Todavia, os Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática do Fundamental II, apontam que:

> "Embora as representações fracionárias e decimais dos números racionais sejam conteúdos desenvolvidos nos ciclos iniciais, o que se constata é que os alunos chegam ao terceiro ciclo sem compreender os diferentes significados associados a esse tipo de número e tampouco os procedimentos de cálculo [...]".

Ainda segundo os PCNs, a causa disto pode estar relacionada tanto à natureza intrínseca de fração quanto a obstáculos epistemológicos que, naturalmente, se colocam para os alunos, como o fato de: às frações serem atribuídos diferentes significados e variadas representações; se $n < m$, com $m$ e $n$ naturais, tem-se que $1/m < 1/n$; entre dois números é possível encontrar infinitos números fracionários, etc.

A partir destas constatações, torna-se imperativo um trabalho cuidadoso deste tema com os alunos, de forma que eles tomem conhecimento das diversas concepções de fração e do significado de cada uma das operações envolvendo números fracionários e de seus algoritmos de resolução. Contudo, este trabalho poderá esbarrar no desinteresse ou repulsa dos alunos pela disciplina de um modo geral. Tal desconforto pode ser gerado pelo excessivo uso de aulas expositivas no ensino da Matemática e a ênfase exagerada nos algoritmos desprovidos de sentido para o estudante.

Assim, ao ensino de Matemática, seria interessante incorporar novos métodos e práticas pedagógicas que motivem o estudo, que despertem a curiosidade e a criatividade, além de incentivar o trabalho em equipe e a troca de ideias e experiências entre os alunos. Os jogos educativos poderiam ser uma saída para conseguir estes e outros resultados em sala de aula:

> “[...] O trabalho com jogos nas aulas de Matemática, quando bem planejado e orientado, auxilia o desenvolvimento de habilidades como observação, análise, levantamento de hipóteses, busca de suposições, reflexão, tomada de decisão, argumentação e organização, as quais estão estreitamente relacionadas ao assim chamado *raciocínio lógico*.” (SMOLE, DINIZ e MILANI, 2007).

Em vista disso, este trabalho com enfoque no estudo e ensino dos significados de fração e suas operações, tendo como base atividades lúdicas, que fogem do que tem sido o mote do ensino de Matemática desde seus primórdios, poderá contribuir para a formação docente, aumentando o leque de possibilidades do professor para o tratamento deste conceito de abordagens controversas e, para a Educação Básica, desmistificando a imagem que a maioria dos alunos tem da disciplina.

## 1.2 Objetivos

- Estudar sobre os significados de fração, das operações de adição e subtração e dos respectivos algoritmos de resolução, além de seu tratamento em livros didáticos atuais;

- Elaborar uma sequência didática, para o ensino das concepções de fração como parte-todo e quociente, e das operações de adição e subtração por meio de frações equivalentes, a qual possa promover uma aprendizagem significativa do tema.

## 1.3 Metodologia

Inicialmente, serão estudadas referências bibliográficas acerca das diversas concepções de fração, do significado das operações envolvendo números fracionários e de seus respectivos algoritmos, além do uso de jogos como ferramentas de aprendizagem, principalmente, no ensino de Matemática. Também serão analisados livros didáticos, para verificar como este tema está sendo tratado atualmente. Uma proposta de sequência didática será elaborada, incluindo uma atividade de natureza lúdica, de acordo com as orientações curriculares vigentes para o Ensino Fundamental, como uma sugestão de abordagem de frações. Algumas das atividades serão aplicadas em uma turma de sexto ano, com o intuito de confrontar a teoria com a prática e assim, possibilitar o aperfeiçoamento das mesmas, verificar a efetividade do método e a receptividade dos alunos a este tratamento não usual do tema, com a observação da dinâmica em sala. Além disso, será aplicado um questionário diagnóstico para verificar os conhecimentos prévios em frações destes alunos.

# 2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Neste capítulo serão apresentadas as várias concepções de fração, as ideias associadas a cada uma das operações com números fracionários relacionando-as com as atribuídas às operações com os números naturais, alguns dos obstáculos epistemológicos e didáticos na aprendizagem de frações, propostas de ensino deste tema e o uso de jogos no ensino-aprendizagem de Matemática.

## 2.1 Sobre o Conceito de Fração e suas Diversas Conotações

As frações podem ser interpretadas como uma relação parte-todo, um quociente entre dois números naturais, uma razão e um operador, concepções estas que serão apresentadas a seguir. No entanto há apenas duas representações para seus registros em simbologia matemática, a saber, a representação decimal e as expressões $a/b$ (com $a \in \mathbb{N}\ e\ b \in \mathbb{N}^*$). Esta última caracteriza o número fracionário, o qual é um número único (embora com várias representações) associado a toda uma classe de frações equivalentes, podendo ser identificado como um número racional positivo.

### 2.1.1 Parte-todo

De acordo com Silva [24], dada uma grandeza contínua (comprimento, área, volume, por exemplo) ou discreta (coleção de objetos), a fração *a/b*, representa *a* partes do total *b* de partes de mesma medida em que a grandeza foi dividida. Sendo assim, a ideia de fração como medida é um caso particular de relação parte-todo.

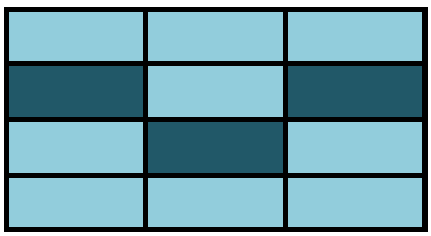


**Figura 1: 1/4 da figura está pintada de azul escuro**

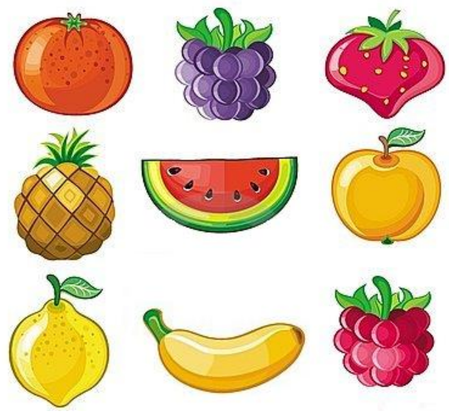


**Figura 2: 3/9 das frutas são amarelas.**

### 2.1.2 Quociente

Neste caso, a fração *a/b* representa uma grandeza *a* que foi dividida em *b* partes equivalentes segundo uma medida. Exemplo: João tem 5 pizzas para repartir igualmente entre ele e mais três amigos. Quanto de pizza cada um receberá? João poderá repartir de várias maneiras; a figura a seguir mostra duas:

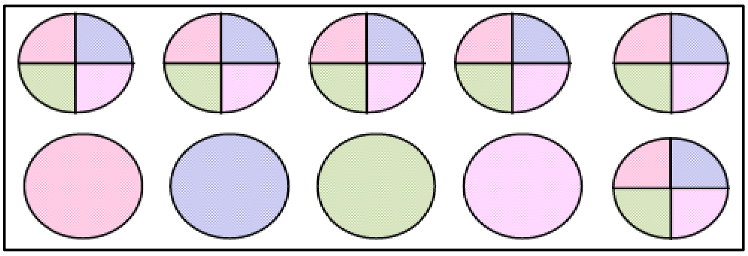


**Figura 3: Retirado de Silva [24].**

No primeiro caso, cada pizza foi dividida em 4 partes iguais e cada um ganhou 5 pedaços de 1/4 , ou seja, 5/4. Entretanto, no segundo caso, apenas uma das pizzas foi dividida em quatro partes. Assim, João dividiu diretamente as 5 pizzas por 4 e resultou em 1 pizza inteira e 1/4 de pizza para cada um: $1\frac{1}{4}$. Ele pode fazer outras repartições? Quantas?

### 2.1.4 Razão

De acordo com os PCN's para o Ensino Fundamental II, nesta interpretação, a fração é usada como um índice comparativo entre duas quantidades. Ainda segundo os PCN's, esta concepção é mobilizada quando se lida com situações do tipo: 2 de cada 3 habitantes de uma cidade são imigrantes e se conclui que 2/3 da população da cidade é de imigrantes; além de situações envolvendo probabilidades: a chance de sortear uma bola verde de uma caixa em que há 2 bolas verdes e 8 bolas de outras cores é de 2/10; em escalas em plantas e mapas, e também na exploração da porcentagem (70 em cada 100 alunos da escola gostam de futebol: 70/100).

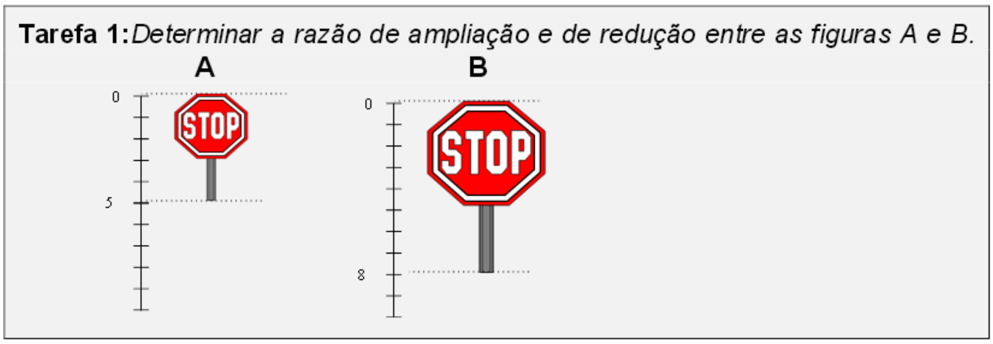



**Figura 4: Retirado de Silva [24].**

### 2.1.5 Operador

Segundo Silva [24], a mobilização da concepção de operador ocorre nas situações em que a fração *a/b* é manipulada como "algo que atua sobre uma quantidade", ação esta que pode ser entendida pela ação de operador fracionário que modifica um estado inicial e produz um estado final.

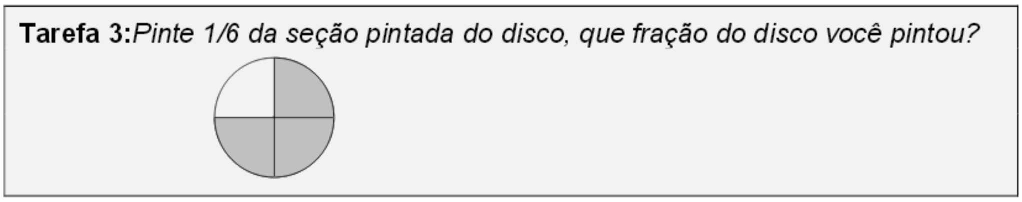



**Figura 5: A fração 1/6 atua sobre a fração do disco já pintada. Retirado de Silva [24].**

Uma razão também pode atuar como um operador multiplicativo para determinar o valor real da parte considerada do todo. No exemplo do tópico anterior, a população de imigrantes pode ser obtida, dada a população total da cidade, multiplicando-se a razão 2/3 pelo total de habitantes da cidade.

## 2.2 Equivalência e Comparação de Frações <em fase de elaboração>

## 2.3 Sobre as Ideias das Quatro Operações Fundamentais no Campo das Frações

Segundo Druck, no campo dos números naturais, a adição corresponde às ações de juntar ou acrescentar, a subtração envolve as ações de retirar, completar e comparar, a operação de multiplicação está associada às ideias de adição de parcelas iguais, quantidades em disposições retangulares (organizadas em linhas e colunas) e raciocínio combinatório e, na divisão estão presentes as ideias de repartição equitativa e de medida. Neste tópico, serão discutidas as ideias que envolvem cada uma destas operações no âmbito das frações.

### 2.3.1 Adição

Às operações com frações também podemos atribuir as ideias de:

- *Juntar:* Para fazer um bolo, Marco usou dois terços (2/3) de barra de chocolate na cobertura e quatro terços (4/3) de barra no recheio. Quanto ele usou?
- *Acrescentar:* Carlos tinha quatro terços (4/3) de barra de chocolate e ganhou quatro sextos (4/6). Com quanto de barra de chocolate ele ficou?

Essas duas ideias operam com valores de uma determinada unidade para obter um terceiro valor de mesma unidade.

### 2.3.2 Subtração

A subtração de frações pode envolver as ideias de:

- *Retirar:* Sayuri comeu um quarto (1/4) de pizza. Se a pizza tinha 8 pedaços, quanto de pizza restou?

- *Completar:* Amanda precisa pintar um painel, ela pintou dois sextos (2/6) de rosa e quer pintar o resto de roxo. Que fração do painel será pintada de roxo?
- *Comparar:* Ana comeu meio quarto de uma pizza e Ramon comeu dois oitavos da mesma pizza. Quanto Ramon comeu a mais que Ana, se a pizza tinha 8 pedaços?

Também a subtração é uma operação que a dois valores de uma dada unidade, associa um terceiro valor de mesma unidade.

### 2.3.3 Multiplicação

Na multiplicação, os dois números que operam não têm a mesma natureza. Ou um deles é um operador que indica o número de parcelas de valores iguais de uma unidade e o resultado é a quantidade total dessas unidades; ou se trata de números de linhas e colunas nas quais estão dispostas as unidades e o resultado é o total de unidades dispostas nas mesmas; ou ainda a questão é determinar as combinações possíveis entre elementos de dois conjuntos dados (ideia que não se aplica às frações).

No caso da multiplicação com frações a ideia de adição de parcelas iguais está presente em questões onde o problema admite um número inteiro de parcelas: Artur comeu meio quarto de uma pizza e depois um oitavo da mesma pizza. Quanto ele comeu de pizza, se a pizza tinha 8 pedaços? Ou seja, se a fração expressar uma quantidade não inteira de alguma unidade e o número natural for um operador agindo sobre a fração. No exemplo dado, o operador 2 age sobre a fração 1/8: $2 \cdot 1/8 \ = \ 2\, parcelas\ de\ 1/8 \ = \ 2/8$.

Entretanto, na multiplicação entre frações, ou seja, se o operador é uma fração atuando sobre um número natural, temos que esta operação significa determinar o pedaço que representa o operador em relação àquela fração ou número que está sendo transformado pelo operador: João usou metade de meio limão para fazer um copo de limonada. Quanto de limão ele usou? Neste caso, a fração 1/2 atua sobre 1/2, resultando em 1/4. Não houve a adição de parcelas iguais, mas sim a descoberta da fração que representa 1/2 de 1/2:

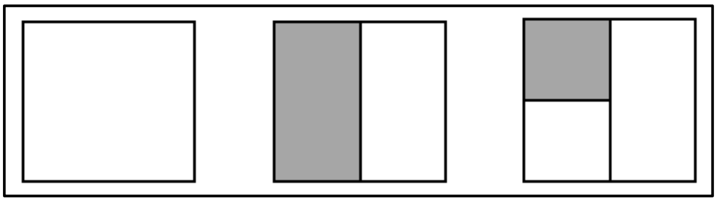


**Figura 6: $1/2\ de\ 1/2 = \ 1/2 \ \cdot \ 1/2 \ = 1/4$.**

O mesmo ocorre na multiplicação de uma fração por um número natural, na qual a fração é o operador: João tinha uma coleção de 20 bonecos e doou 1/4 para um orfanato.

Quantos bonecos foram doados? Aqui, a fração 1/4 transforma o número natural 20 e, como 1/4 de 20 é igual a 5, obtém-se que foram doados 5 bonecos.

A ideia chave da multiplicação de frações é resolver problemas nos quais se busca determinar uma fração de uma fração.

### 2.3.4 Divisão

A divisão, como operação inversa da multiplicação, ou o divisor é o operador no problema inverso de encontrar as parcelas iguais de uma certa unidade que somadas resultam no total de unidades a serem repartidas (dividendo); ou então o divisor indica a quantidade de unidades de cada parcela da soma cujo total é indicado pelo dividendo e o problema é encontrar o número de parcelas, ou seja, quanto do divisor cabe no dividendo.

Em relação à ideia de divisão como repartição equitativa somente se aplica em situações nas quais se divide uma fração por um número natural: Vanessa tinha meio litro de leite que seria divido em duas partes iguais, uma para fazer o recheio e a outra para a cobertura. Quanto ela usou de leite em cada receita?

Mas é a ideia de medida que está presente quando se divide uma fração por outra ou um número natural por uma fração. Nestes casos, dividir significa determinar quanto de uma fração cabe em outra ou numa quantidade representada por um número natural, ou seja, é a mesma ideia anterior de medida estendida aos números fracionários: Quanto é $3/5 \div 4/5$, ou seja, quanto de 4/5 cabe em 3/5?

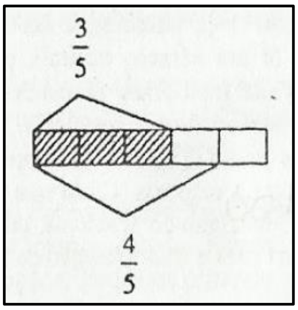



**Figura 7: Representação da divisão de 3/5 por 4/5. Cabem 3/4 de 4/5 em 3/5. Retirado de Druck (1994).**

Assim, nem todas as ideias associadas à multiplicação e divisão com números naturais podem ser associadas às operações com fração em quaisquer situações. Isso dificulta o entendimento deste tema pelos alunos, pois os mesmos procuram relacionar os conhecimentos adquiridos com o novo conceito, mas a relação entre os naturais e as frações não é muito evidente. Por exemplo, na multiplicação de duas frações, tipicamente, o resultado é menor do que o operando (1/2 de 1/2 é 1/4 e, 1/4 < 1/2 ) e, na divisão, o inverso pode acontecer, contrariamente ao que ocorre com essas operações entre números naturais.

## 2.4 Obstáculos à Aprendizagem de Frações

Variados são os empecilhos à internalização de frações, desde barreiras epistemológicas (obstáculos conceituais) até a forma como são apresentadas aos alunos (obstáculos didáticos) e, entre os problemas apontados pelos autores estudados estão:

| **TIPOS DE OBSTÁCULOS** | |
|---|---|
| **Epistemológicos ou conceituais** | **Didáticos** |
| ▪ A necessidade deste novo grupo de números não fica evidente;<br>▪ Uso de modelos abstratos no tratamento deste tema e pouco variados;<br>▪ Prevalência do modelo contínuo e de partes congruentes;<br>▪ Falta de discussão sobre as várias noções que uma fração representa e valorização exagerada da concepção parte-todo, em detrimento das demais;<br>▪ Discussão inadequada (meramente mecânica) da relação de equivalência entre frações, sem garantir o entendimento da relação inversamente proporcional entre o aumento do numerador com a consequente diminuição da medida dos "pedaços";<br>▪ Não atribuição de sentido às operações envolvendo frações, ficando limitadas a apenas um receituário de regras. | ▪ Falta de ligação das frações com o cotidiano do aluno;<br>▪ Falsas aplicações de fração, desvinculadas da realidade;<br>▪ Grande ênfase no método de contagem dupla, quando se trabalha com a concepção de parte-todo o aluno conta o número de partes pintadas e o total de partes em que o todo foi dividido;<br>▪ Insistência no estudo de nomenclaturas desnecessárias: frações mistas, impróprias, aparentes, próprias;<br>▪ Apresentação precoce de simbologias, representações e nomenclaturas;<br>▪ Uso da técnica da "barra grande", com uma adição ou subtração em cima e o denominador comum em baixo, que empobrece o processo de aprendizagem. |

## 2.5 Propostas para o Ensino de Frações

Bertoni sugere que sejam trabalhados, inicialmente, as frações e operações de forma intuitiva e ligadas a situações do cotidiano com o uso da linguagem verbal e escrita correspondente, como: "1 inteiro – 1 quarto = 3 quartos".

$$\begin{array}{r} 1\ quarto \\ 1\ quarto \\ \hline Metade \end{array} + \qquad \begin{array}{r} Metade \\ 1\ quarto \\ \hline 3\ quartos \end{array} +$$

*1 laranja* | *2 crianças*

*Meia laranja para cada criança*

Além disso, ela dá exemplo de respostas de alunos para questões sobre frações: “Por exemplo, interrogando–se sobre o que é fração, são comuns respostas do tipo: é pedaço, é aquele negócio de dividir figuras, é cortar tiras. Já a pergunta “fração é número?” gera muitas dúvidas, mas com certa frequência, aparece a resposta “são dois números”. O fato dessas respostas serem comuns, impressiona bastante, porque alerta para o fato de que se o material concreto não for bem trabalhado, não se atingirá o objetivo desejado: a aprendizagem significativa de frações.

Em seu trabalho, Bertoni apresenta, primeiramente, as frações na forma de contagem estendida (que requer um novo conjunto numérico, além dos naturais). “*Um funcionário deve contar quanto de melancia existe na banca. Quanto ele deve dizer que há? As crianças percebem que há 3 melancias inteiras, duas metades, um quarto (ou metade de metade). Estimuladas, conseguem simplificar para 4 melancias e 1 quarto*” (BERTONI, [5]).

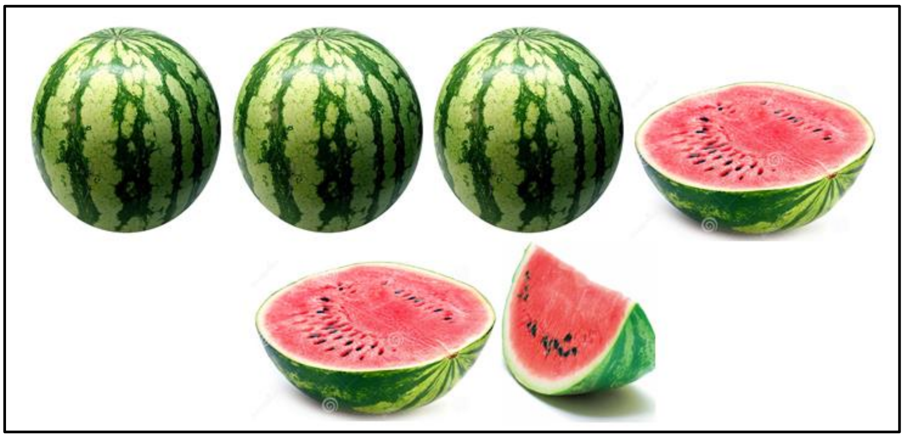


**Figura 8: Contagem estendida.**

E quociente (usando o método egípcio de divisão), em situações de divisão com resto:

> “Dividir 10 cocadas para 6 crianças. Uma solução possível: Dar um doce a cada um; partir os 4 doces que sobram ao meio, dar uma metade a cada um; partir as duas metades restantes em 3 partes cada uma, dar um pedaço a cada um. [...] Muitas manifestam-se inicialmente dizendo que receberam uma cocada, mais meia cocada, mais um pedacinho que, instigadas, especificam ser a metade dividida em 3. É uma oportunidade para a introdução do conceito de sexto.” (BERTONI, [5])


**Figura 9: Concepção de quociente. Retirado de Bertoni [5].**

Ainda segundo Bertoni, trabalhar com famílias de frações unitárias inter-relacionadas, como meio/quarto/oitavo, terço/sexto/nono, quinto/décimo/vinte avo, permite à criança estabelecer relações e atribuir significado a operações iniciais com esses números. Percebendo, por exemplo, que 1 quarto é metade de 1 meio; que 1 quarto + 1 quarto é igual a 1 meio; que duas vezes 1 quarto dá 1 meio, que 1 meio dividido por 2 dá 1 quarto, entre outros.

Neste sentido, Cruz e Spinillo apresentam um experimento com alunos de 3ªe 4ª ano (de escolas particulares), com tarefas usando o referencial "metade" e tarefas utilizando a representação formal de fração:

> "Como esperado, as crianças em ambas as séries apresentaram grande dificuldade na relação de adição de frações através do simbolismo matemático formal; porém mostraram um bom desempenho ao resolverem as mesmas operações em uma situação em que o referencial de *metade* era oferecido como âncora durante o processo de resolução. Isto significa que o uso de âncoras facilita a compreensão das crianças ao lidar com diversos conceitos matemáticos, como o afirmado por Sowder (1995). Neste estudo, entretanto, destaque maior pode ser dado ao referencial de *metade*, que parece ter um papel facilitador na compreensão de adição de frações quando estas não envolvem o simbolismo formal [...]".

Este tratamento utilizando essas famílias de frações apoiadas no referencial de metade pode facilitar a introdução das frações equivalentes, cujo uso seria mais natural, dentro destes conjuntos de frações, nas operações de adição e subtração, podendo ser exploradas também a partir de material concreto.

A compreensão do conceito de fração requer que sejam trabalhadas recursivamente (ou em espiral) as várias ideias, a noção de equivalência e as representações, particularmente garantindo a compreensão do significado do numerador e do denominador.

Silva [24] trata em profundidade as várias concepções de fração e traz exemplos de problemas instigantes e significativos, que mobilizam uma ou mais destas interpretações:

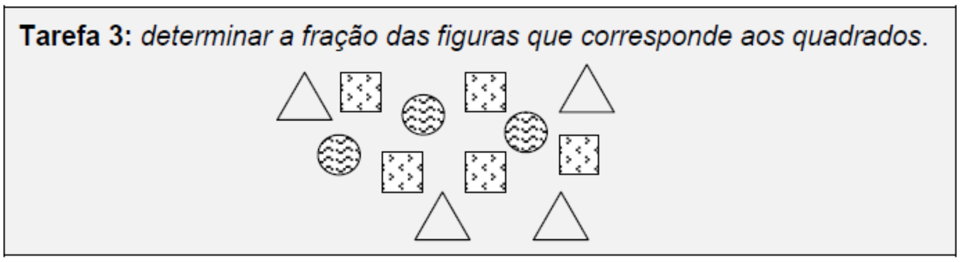



**Figura 10: Concepção de parte-todo. Retirado de Silva [24].**

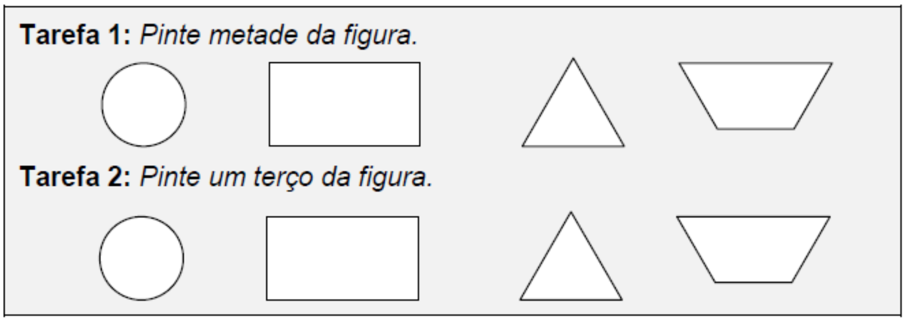



**Figura 11: Concepção de parte-todo. Retirado de Silva [24].**

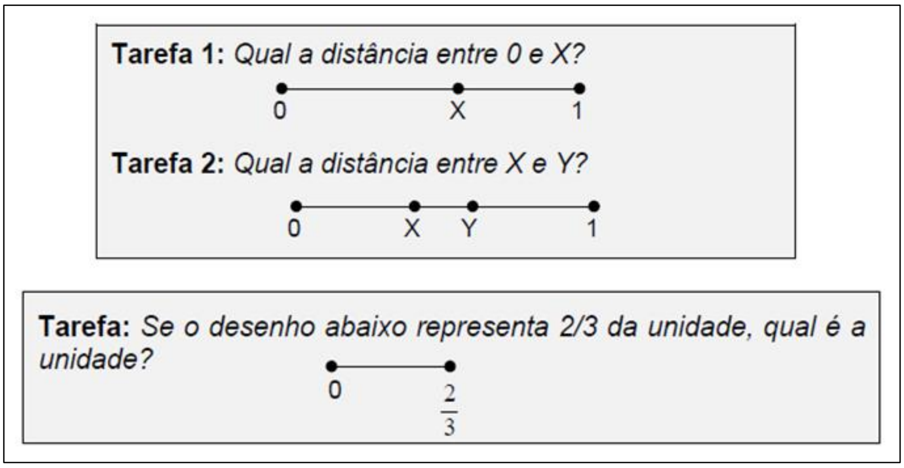



**Figura 12: Concepção de medida. Retirado de Silva [24].**

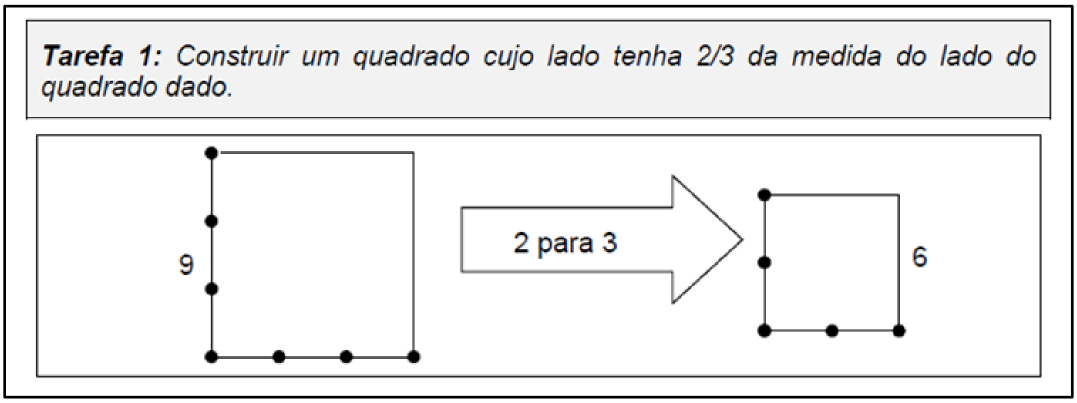



**Figura 13: Concepção de operador. Retirado de Silva [24].**

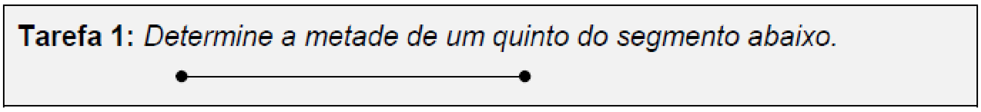



**Figura 14: Concepção de operador. Transformação de grandeza pela ação de dois operadores fracionários. Retirado de Silva [24].**

Para a introdução da multiplicação de frações, Druck (1994) sugere o uso da preposição “de”, salientando que multiplicar frações é procurar uma fração de fração ou uma parte de um pedaço. O trabalho com frações unitárias pode facilitar esta introdução, pois segundo Bertoni [5], são as mais usadas pelas crianças, as quais preferem falar “dois de 1 terço”, do que “dois terços”. Druck (1994) exemplifica este tratamento com o seguinte problema: “Se um casal tem 5 filhos, quando do falecimento de um dos cônjuges, a cada filho caberá a quinta parte da metade dos bens do casal como herança, ou seja, 1/5 de 1/2 dos bens”, como na figura a seguir:

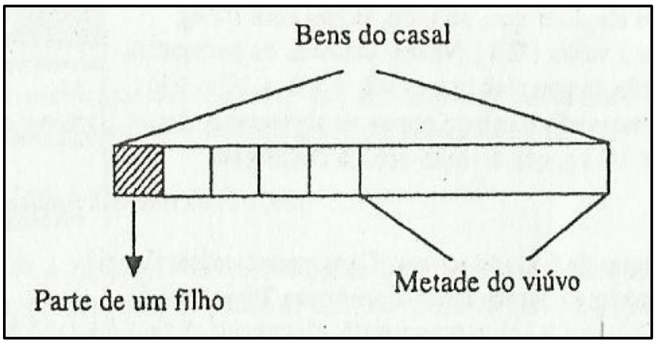



**Figura 15: A parte que corresponde a cada filho equivale a 1/10 do total de bens. Retirado de Druck (1994).**

No tocante à divisão de fração, Druck (1994) apresenta o a mesma idéia de medida associada a operação de divisão dos números naturais: quando de algo cabe numa outra coisa. Como exemplificado a seguir:

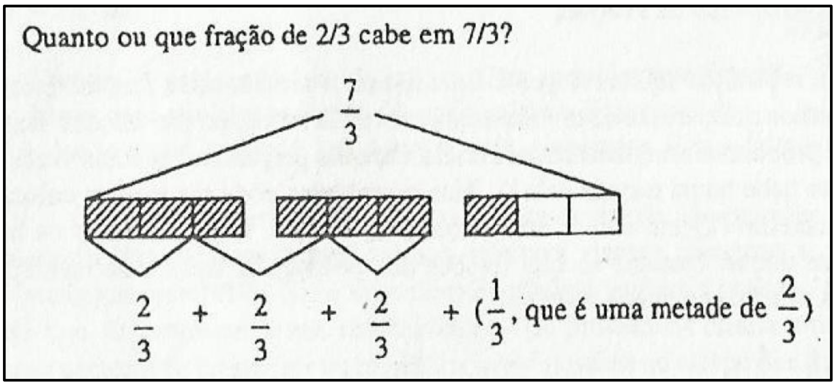



**Figura 16: A figura mostra que cabem 3 pedaços inteiros de 2/3 e mais 1/2 de 2/3 (3 ½ de 2/3) em 7/3 (do todo inicial). Assim, cabem 7/2 de 2/3 em 7/3. Portanto, 7/3 divididos por 2/3 resulta em 7/2. Retirado de Druck (1994).**

## 2.5 O Jogo como Ferramenta de Ensino-aprendizagem

Segundo Moura [21], na concepção construtivista, o jogo deve ser usado na Matemática respeitando o nível de conhecimento dos alunos, mas sendo estruturado de tal forma a permitir que os alunos avancem na compreensão dos conceitos matemáticos. Ele afirma também que na concepção sócio interacionista acredita-se que o jogo tenha papel importante na produção de conhecimentos. Além disso, considera-se o jogo como impregnado de conteúdos culturais e que os sujeitos, ao tomar contato com eles, fazem-no por meio de conhecimentos adquiridos socialmente, permitindo a estes sujeitos entender o conjunto de práticas sociais nas quais se inserem.

Moura [20] classifica os jogos em dois grandes blocos: o jogo desencadeador de aprendizagem (que introduz novos conteúdos) e o jogo de aplicação (que fixa conceitos aprendidos).

Para Kodama e Silva [17], por meio dos jogos, os alunos adquirem cada vez mais autoconfiança, são incentivados a argumentar, a serem mais críticos e desenvolvem o seu raciocínio lógico.

Ainda de acordo com Kodama e Silva [17], o jogo pode ser melhor explorado com a metodologia de resolução de problemas, a qual desencadeia diversos questionamentos a cada hipótese ou estratégia (jogada) formulada, como: "Essa é a única jogada possível? Ainda é possível vencer o jogo?", entre outros.

Smole, Diniz e Cândido (2007) observam que o registro após o jogo, escrito ou em forma de desenho, para expressar suas aprendizagens, dúvidas, opiniões e impressões sobre o mesmo, é enriquecedor:

> "[...] os registros sobre matemática ajudam a aprendizagem dos alunos de muitas formas, encorajando a reflexão, clareando as ideias e agindo como um catalisador para as discussões em grupo. Os registros ajudam o aluno a aprender o que está estudando. Do mesmo modo, quem observa e lê as produções dos alunos tem informações importantes a respeito de suas aprendizagens, o que significa que nos registros produzidos temos outro importante instrumento de avaliação." (SMOLE, DINIZ e CÂNDIDO, 2007).

Marco [19] afirma que o trabalho com os jogos deve ser finalizado com o retorno à situação real de jogo, para que o aluno execute estratégias definidas e analisadas durante a resolução dos problemas.

**<exemplo de jogo com frações será acrescentado>**

# 3 TRATAMENTO ATUAL DAS FRAÇÕES EM LIVROS DIDÁTICOS

Serão analisadas seis coleções, três de Ensino Fundamental I e três de Ensino Fundamental II, para verificar como as frações têm sido trabalhadas nos livros didáticos nos últimos anos. Observar-se-á, entre outros aspectos, a presença de problemas recorrentes no ensino frações e apontados pelos autores estudados.

## 3.1 Ensino Fundamental I <em fase de elaboração>

Obras a serem analisadas:

- DANTE, L. R. *Projeto Ápis: Matemática*. 5 volumes. São Paulo: Ática, 2013. Disponível em: http://galeriadigital.scipioneatica.com.br/galeriadigital/default.aspx?opc=84&art=163&set=.
- LOPES, A. J.; RODRIGUEZ, J. G. *Matemática*. 5 volumes. São Paulo: Scipione, 2013. Disponível em: http://galeriadigital.scipioneatica.com.br/galeriadigital/default.aspx?opc=84&art=392&set=.
- GIOVANNI, J. R.; GIOVANNI JR., J. R. *A Conquista da Matemática*. 5 volumes. São Paulo: FTD, 2009.

### 3.1.1 Projeto Ápis: Matemática de Luiz Roberto Dante (2013) <em fase de elaboração>

O trabalho com frações é iniciado no penúltimo volume da coleção, referente ao 4ºano do Ensino Fundamental. Abaixo, uma tabela com os temas abordados em cada volume:

| Conteúdos | | |
|---|---|---|
| | **4ºano** | **5ºano** |
| | **Capítulo 9** | **Capítulo 7** |
| **Conceitos de fração** | ▪ Situações que envolvem fração;<br>▪ Comparação de frações;<br>▪ Probabilidade;<br>▪ Porcentagem; | ▪ As ideias de fração;<br>▪ Números mistos;<br>▪ Frações próprias e frações impróprias;<br>▪ Frações equivalentes;<br>▪ Simplificando frações;<br>▪ Comparação de frações; |
| **Operações com frações** | ▪ Adição e subtração de frações. | ▪ Adição e subtração de frações;<br>▪ Multiplicação com fração;<br>▪ Divisão envolvendo fração. |

Em geral, os conteúdos são introduzidos a partir de um exemplo, seguido de alguma sistematização e exercícios de aplicação. Entretanto, em alguns casos, há a preocupação em construir o conceito a partir de uma atividade envolvendo material concreto.

A obra apresenta as seguintes características, em termos gerais:

- Não evidencia a necessidade do uso das frações;
- As frações são introduzidas com modelos contínuos abstratos com suas respectivas representações e nomenclaturas;


**Figura 17: Introdução do conceioto de fração.**

- Apesar de trabalhar as ideias de fração como operador (com o uso da partícula “de”: $1/2\ de\ 4 = 2$) e medida (presente em exercícios), a obra privilegia a concepção parte–todo, assim como a dupla contagem;

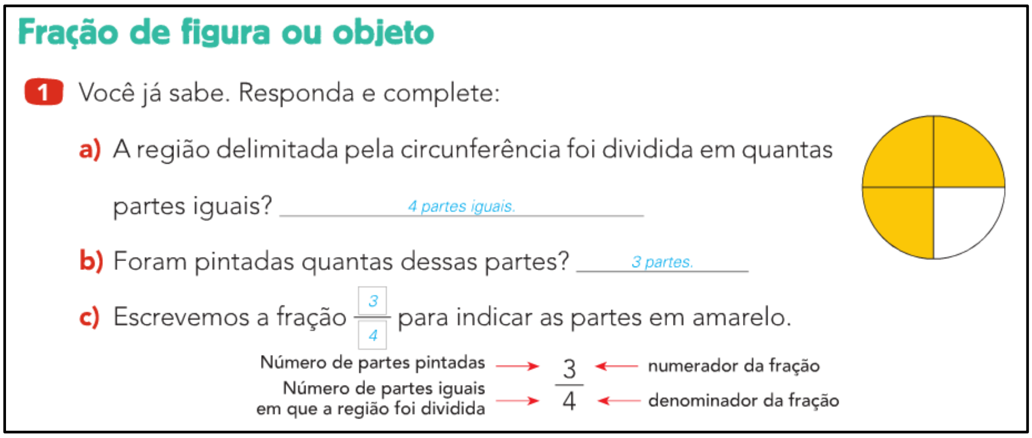



**Figura 18: Dupla contagem.**

- A maioria dos exemplos e exercícios é apoiada no modelo contínuo, principalmente, figuras geométricas; ficando as grandezas discretas restritas a um tópico do capítulo no volume do 5ºano;

- Problemas genuínos, que incentivam a autonomia do raciocínio, são raros;
- Há a ênfase em nomenclaturas desnecessárias: frações mistas, impróprias, aparentes, próprias e, inclusive, decimais e irredutíveis;
- As frações equivalentes são apresentadas num tópico a parte, constante do volume cinco e, só depois a necessidade de seu uso é explicitada na adição e subtração de frações com denominadores diferentes;
- Articula o estudo da probabilidade a da porcentagem com o universo das frações;

**1 Atividade oral**

Girando o ponteiro na roleta ao lado, em qual das cores há mais chance de o ponteiro parar? Por quê? *Respostas pessoais.*

**2** Em casos como o da situação acima, é possível registrar a medida da chance, que é chamada de **probabilidade**. A probabilidade de o ponteiro parar no marrom é $\frac{2}{6}$ (2 em 6).

**a)** Qual é a probabilidade de parar no verde? $\frac{3}{6}$ *(3 em 6)*

**b)** Qual é a probabilidade de parar no vermelho? $\frac{1}{6}$ *(1 em 6)*

**c)** Qual é a probabilidade de não parar no vermelho? $\frac{5}{6}$ *(5 em 6)*

**Figura 19: Articulação com Probabilidade.**

- A adição e subtração de frações, com denominadores iguais, são introduzidas a partir de material concreto e de forma intuitiva;

**Explorar e descobrir**

Vamos usar novamente os círculos do *Ápis Divertido* e uma folha de papel sulfite.

- Pegue o círculo laranja.

**a)** Em quantas partes iguais ele está dividido? *5 partes iguais.*

**b)** Que fração corresponde a cada parte? $\frac{1}{5}$

**c)** Pegue 2 partes e desenhe-as juntas em uma folha de sulfite. Que fração representa essas partes? $\frac{2}{5}$

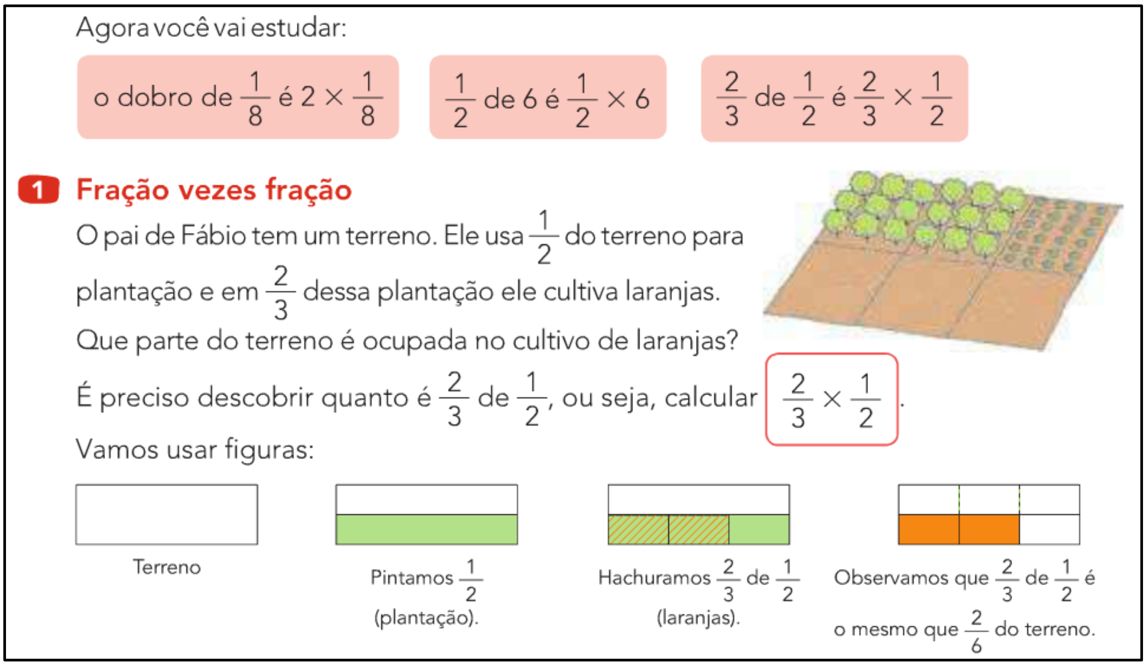
**d)** Pegue mais $\frac{1}{5}$ e desenhe junto às partes que você já desenhou. Quantas partes você tem agora? *3 partes iguais.*

**e)** Que fração essas partes representam? $\frac{3}{5}$

**f)** Vamos registrar: $\boxed{\frac{2}{5} + \frac{1}{5} = \frac{3}{5}}$

**Figura 20: Construção da operação de adição.**

- A multiplicação é construída, a partir de exemplos, com o uso da partícula “de” (que foi apresentada no volume quatro numa multiplicação não sistematizada) nos casos em que a fração é o operador e, com a ideia de adição de parcelas iguais, quando um número natural é o operador;


Agora você vai estudar:

o dobro de $\frac{1}{8}$ é $2 \times \frac{1}{8}$ | $\frac{1}{2}$ de 6 é $\frac{1}{2} \times 6$ | $\frac{2}{3}$ de $\frac{1}{2}$ é $\frac{2}{3} \times \frac{1}{2}$

**1 Fração vezes fração**

O pai de Fábio tem um terreno. Ele usa $\frac{1}{2}$ do terreno para plantação e em $\frac{2}{3}$ dessa plantação ele cultiva laranjas. Que parte do terreno é ocupada no cultivo de laranjas?

É preciso descobrir quanto é $\frac{2}{3}$ de $\frac{1}{2}$, ou seja, calcular $\boxed{\frac{2}{3} \times \frac{1}{2}}$.

Vamos usar figuras:

Terreno

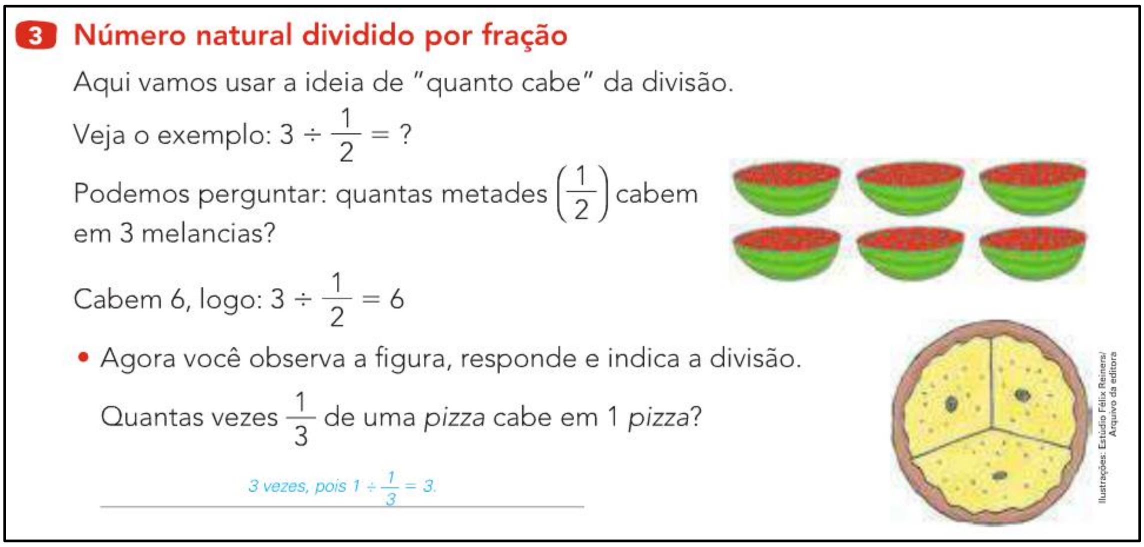
Pintamos $\frac{1}{2}$ (plantação).

Hachuramos $\frac{2}{3}$ de $\frac{1}{2}$ (laranjas).

Observamos que $\frac{2}{3}$ de $\frac{1}{2}$ é o mesmo que $\frac{2}{6}$ do terreno.

**Figura 21: Construção da operação de multiplicação.**

- A divisão é apresentada por meio de exemplos, com base em modelos discretos e contínuos, usando a ideia de repartição equitativa, no caso da divisão de uma fração por um número natural, e a ideia de “quanto de... cabe em...”, nos casos em que a fração é dividida por outra fração ou quando um número natural é dividido por uma fração.


**3 Número natural dividido por fração**

Aqui vamos usar a ideia de "quanto cabe" da divisão.

Veja o exemplo: $3 \div \frac{1}{2} = ?$

Podemos perguntar: quantas metades $\left(\frac{1}{2}\right)$ cabem em 3 melancias?

Cabem 6, logo: $3 \div \frac{1}{2} = 6$

- Agora você observa a figura, responde e indica a divisão.

Quantas vezes $\frac{1}{3}$ de uma *pizza* cabe em 1 *pizza*?

*3 vezes, pois $1 \div \frac{1}{3} = 3$.*

Ilustrações: Estúdio Félix Reiners/ Arquivo da editora

**Figura 22: Multiplicação com a fração como operador.**

A seguir, alguns exercícios e problemas significativos:

Desenhe o sólido que se obtém mantendo a forma do sólido geométrico ao lado, mas reduzindo à metade $\left(\frac{1}{2}\right)$ a medida de comprimento das arestas.

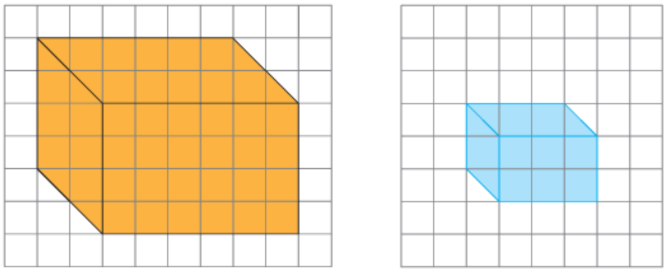


**Figura 23: Fração como operador.**

Assinale, em cada item, qual dos três valores corresponde à fração dada.

**a)** $\frac{3}{10}$
- metade (da unidade)
- mais do que a metade
- menos do que a metade X

**b)** $\frac{4}{8}$
- metade (da unidade) X
- mais do que a metade
- menos do que a metade

**c)** $\frac{4}{7}$
- metade (da unidade)
- mais do que a metade X
- menos do que a metade

**d)** $\frac{4}{9}$
- metade (da unidade)
- mais do que a metade
- menos do que a metade X

Tomando metade da unidade como referência, podemos fazer algumas comparações de frações com denominadores diferentes. Observe o exemplo e complete os itens com >, < ou =. Troque ideias com os colegas.

Estimule os alunos a descobrir que uma fração representa metade de uma unidade quando o numerador é metade do denominador.

$\frac{1}{2} > \frac{2}{6}$

$\frac{1}{2}$: metade; $\frac{2}{6}$: menos do que a metade

**a)** $\frac{4}{10}$ <u> < </u> $\frac{5}{9}$ **b)** $\frac{4}{8}$ <u> = </u> $\frac{3}{6}$ **c)** $\frac{1}{5}$ <u> < </u> $\frac{1}{2}$ **d)** $\frac{6}{7}$ <u> > </u> $\frac{5}{10}$

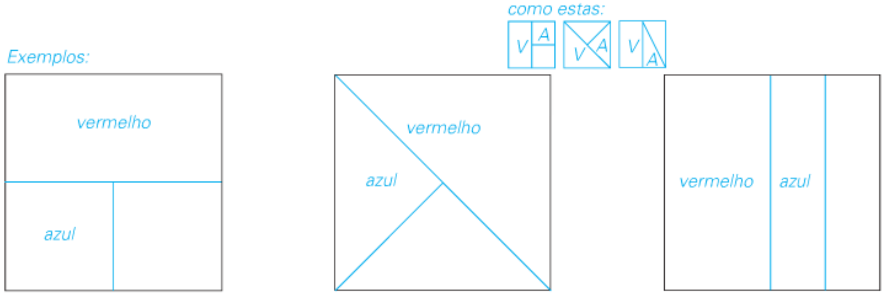
**Figura 24: Comparação entre frações.**

**1 Desafio**

- Considere como unidade a região quadrada. Pinte-a de três formas diferentes: $\frac{1}{2}$ de vermelho e $\frac{1}{4}$ de azul.

Exemplos:

Há outras possibilidades, como estas:




- Agora complete de acordo com as figuras: $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} =$ <u>$\frac{3}{4}$</u>.

**Figura 25: Fração como parte-todo.**

Do total de polígonos:

**a)** Que fração representa os triângulos? $\frac{4}{7}$

**b)** Que fração representa os quadriláteros? $\frac{2}{7}$

**c)** Que fração representa o pentágono? $\frac{1}{7}$

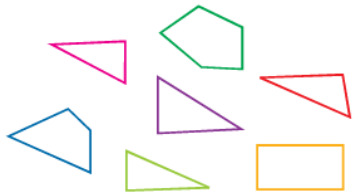


**Figura 26: Concepção parte-todo.**

## 3.2 Ensino Fundamental II <em fase de elaboração>

Obras a serem analisadas:

- DANTE, L. R. *Projeto Teláris: Matemática*. 4 volumes. São Paulo: Ática, 2013. Disponível em: http://www.projetotelaris.com.br/Paginas/AcessoRestritoLogin.aspx?novocontexto=TELARIS
- LOPES, A. J. *Projeto Velear: Matemática*. 4 volumes. São Paulo: Scipione, 2013. Disponível em: http://galeriadigital.scipioneatica.com.br/galeriadigital/default.aspx?opc=95&art=448&set=.
- CASTRUCCI, B.; GIOVANNI, J. R. *A Conquista da Matemática*. 4 volumes. São Paulo: FTD, 2009.

# 4 TRABALHO DE CAMPO

Será aplicada numa escola, parte de uma sequência didática embasada nas referências estudadas e centrada nas concepções de parte-todo e quociente, além das operações de adição e subtração, usando frações equivalentes, na tentativa de promover uma aprendizagem significativa deste tema.

## 4.1 Caracterização da Escola e das Turmas Assistidas:

A escola é estadual, de Ensino Fundamental II e Médio, localiza-se na cidade de São Bernardo do Campo, e é frequentada, principalmente, por alunos de baixa renda. As aulas são, em sua maioria, expositivas, mas muitos dos professores procuram contextualizar os conteúdos abordados, apresentar vídeos, utilizar materiais concretos e desenvolver projetos interdisciplinares com os alunos, mobilizando e valorizando também diversos tipos de habilidades que em outros momentos não se sobressairiam. A equipe pedagógica é bastante comprometida com a qualidade do ensino, procurando melhorar o desempenho dos alunos que de modo geral apresentam grandes dificuldades de aprendizagem, geradas em alguns casos, pelo desinteresse do próprio aluno.

Como estagiária do Programa de Residência Educacional da Secretaria da Educação do Estado da São Paulo, pude observar e participar do cotidiano de três turmas de 6º ano. Infelizmente, só será possível a minha intervenção direta em apenas uma delas, devido à minha indisponibilidade de dedicação de um tempo maior. Todas as turmas mostraram-se bastante heterogêneas em relação ao aprendizado e nível de conhecimento. Enquanto havia alunos com alguma noção de frações no sexto ano, havia outros com sérias dificuldades nos conceito de divisão e multiplicação, pois não entendiam o seu significado mais elementar.

A maioria das aulas observadas foi expositiva, nas quais a professora apresentava todo o conteúdo e, em seguida, alguns exemplos e exercícios de aplicação. A participação da sala não era tímida e muitos dos alunos não estavam interessados em prestar atenção na aula ou em efetuar as atividades propostas. Quando a professora passava alguma tarefa para casa poucos a realizavam e acabavam apenas copiando a correção da lousa. Havia sim alunos interessados e com um bom desempenho e comportamento, mas a presença de alguns alunos indisciplinados perturbava frequentemente o andamento das aulas.

Durante o estágio eu participei ativamente da dinâmica de sala de aula, auxiliando os alunos nas atividades e esclarecendo possíveis dúvidas. Além disso, auxiliava a professora no preparo de material para atividades diferenciadas, as quais pude propor conforme o andamento do conteúdo e a partir das deficiências encontradas em determinados conceitos cobrados na prova de avaliação da aprendizagem em processo, que serviu como parâmetro para adoção de medidas pontuais de contenção da defasagem escolar na escola. A professora ficou muito entusiasmada com as ideias que eu trazia e afirmou que dificilmente conseguiria preparar ou pesquisar atividades desse tipo, devido ao pouquíssimo tempo que lhe é concedido para o preparo das aulas e ainda completou que muitas vezes sacrifica horas de lazer para cumprir obrigações decorrentes de sua profissão, como correção de atividades e provas, entre outras.

Apliquei, com a supervisão da professora, algumas atividades lúdicas (Dominó de Múltiplos e Divisores, Bingo das Operações, Cruzadinha de Divisão e Multiplicação e Caça-Potências), originalmente desenvolvidas para o sexto ano, em todas as turmas observadas. As turmas, em sua maioria, tiveram pouco contato anterior com esta mistura entre lúdico e a Matemática.

Com a aplicação destas atividades pude verificar que:

- A maioria gostou bastante desse tipo de abordagem da disciplina, inclusive, perguntavam quando haveria mais jogos nas aulas;
- Mesmo os alunos mais indisciplinados atrapalharam minimamente o andamento das atividades e alguns deles participaram com bastante entusiasmo.
- Na Cruzadinha de Divisão e Multiplicação, praticamente todos os alunos das turmas participaram da atividade, apresentaram poucas dificuldades e se sentiram desafiados a encontrar todas as operações possíveis nas cruzadinhas.

Assim, acredito que poderei desenvolver de modo satisfatório as atividades que venho elaborando, visto que os alunos apreciam o trabalho em grupo, e mesmo os mais indisciplinados sentem-se mais motivados com este tipo de atividade.

As atividades elaboradas serão aplicadas, provavelmente, a partir do final de julho, considerando que a professora irá iniciar o trabalho com frações, neste período. Anteriormente, ela fez uma revisão das operações de adição, subtração, multiplicação e divisão, além de introduzir os conceitos de múltiplos e divisores, números primos e compostos, potenciação e fatoração. Portanto, os alunos ainda não tiveram nenhum contato formal com frações no sexto ano.

## 4.2 Avaliação Diagnóstica

Antes de iniciar a sequência didática, será aplicado um questionário em duas turmas de sexto ano (sendo uma delas a que sofrerá a intervenção), sobre a relação dos alunos com a

Matemática, além de problemas que apresentam situações envolvendo frações de acordo com o que se espera que o aluno tenha apreendido do que, segundo os PCN's e o Currículo do Estado, deveria ser trabalhado no Ensino Fundamental I.

### 4.2.1 Habilidades em Frações a serem desenvolvidas no Ensino Fundamental I

*Parâmetros Curriculares Nacionais:*

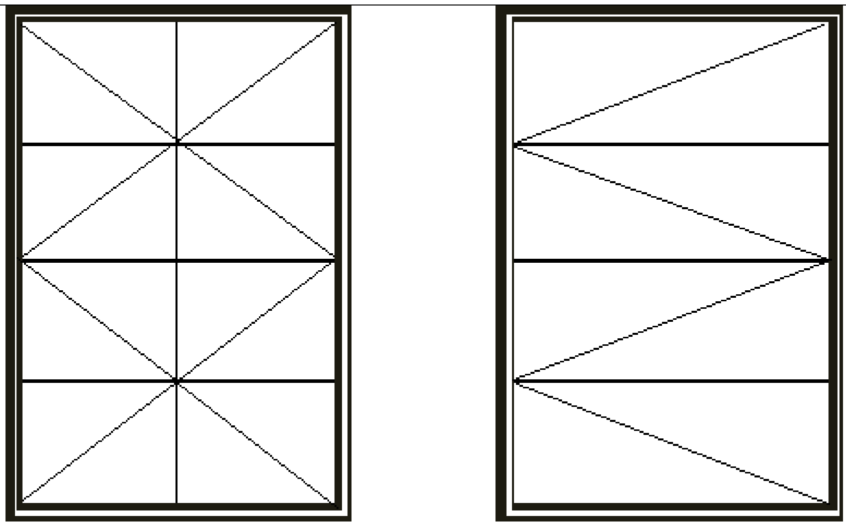
- Leitura, escrita, comparação e ordenação de representações fracionárias de uso frequente.
- Reconhecimento de que os números racionais admitem diferentes (infinitas) representações na forma fracionária.
- Identificação e produção de frações equivalentes, pela observação de representações gráficas e de regularidades nas escritas numéricas.
- Exploração dos diferentes significados das frações em situações-problema: parte-todo, quociente e razão.
- Observação de que os números naturais podem ser expressos na forma fracionária.
- Relação entre representações fracionária e decimal de um mesmo número racional.

*Proposta Curricular do Estado de São Paulo:*

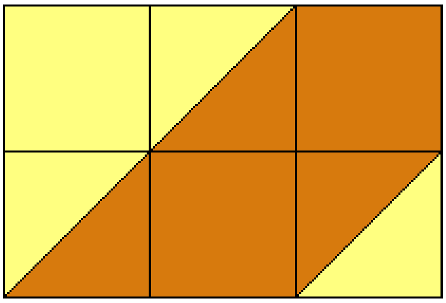
- Reconhecer números naturais e números racionais no contexto diário.
- Ler números racionais de uso frequente na representação fracionária e decimal.
- Reconhecer e representar números racionais.
- Explorar diferentes significados das frações em situações-problema: parte-todo, quociente e razão.
- Escrever e comparar números racionais de uso frequente, nas representações fracionária e decimal.
- Identificar e produzir frações equivalentes.

### 4.2.2 Questionário

1) Marina, a professora de Artes, pediu aos seus alunos que pintassem painéis de diversas cores, para fazerem uma exposição no pátio da escola. Ajude o aluno Domingos, pintando um meio do primeiro painel de vermelho e, em seguida, um quarto do segundo painel de azul:



**2)** Uma fábrica de chocolate produz barras em que uma parte é de chocolate ao leite (escuro) e a outra é de chocolate branco, com a seguinte divisão[1]:



a) Quais as frações de chocolate branco e de chocolate ao leite na barra?

b) Qual tipo de chocolate está em maior quantidade? Explique seu raciocínio.

**3)** Akimi tem 5 laranjas para dividir entre 4 amigas. Quanto de laranja cada amiga receberá, se cada uma deve receber a mesma quantidade e não deve sobrar laranja?

**4)** Diga qual é o pedaço maior em cada situação e escreva como você diria em Língua Portuguesa os nomes das frações em cada item:

a) $\frac{1}{6}$ de cocada ou $\frac{1}{3}$ de cocada:

c) $\frac{1}{10}$ de bolo ou $\frac{1}{5}$ de bolo:

d) $\frac{2}{4}$ de sanduiche ou $\frac{4}{8}$ de sanduiche:

e) $\frac{1}{3}$ de pão ou $\frac{2}{6}$ de pão:

**5)** Para fazer um creme de maracujá, é necessário misturar os ingredientes abaixo e deixar na geladeira durante 40 min:

*1 xícara (chá) de leite condensado*

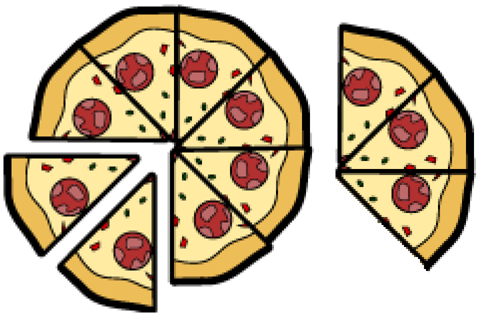
[1] Autoria de Carlos Eduardo Marques, licenciando em Matemática pelo IME/USP.

*1/4 de xícara (chá) de polpa de maracujá batida no liquidificador e peneirada*

a) Eduardo quer fazer bastante creme. Se ele colocar 4 xícaras de leite condensado, quanto precisará colocar de polpa de maracujá para a receita dar certo?

b) Se Eduardo tem 1/2 xícara de polpa de maracujá, quanto ele deve colocar de leite condensado?

**6)** Quanto de pizza há na figura? Por quê?



**7)** Quanto de limão há na figura, aproximadamente? Por quê?

**8)** O que é fração para você?

**9)** Você usa ou já usou frações no seu dia-a-dia?

**10)** Você gosta de Matemática? Por quê?

**11)** Você acha que a Matemática é ou será útil na sua vida? Em quais situações?

**12)** Seus professores anteriores usavam jogos para ensinar Matemática? Se sim, dê exemplos deste uso? O que você achou dessas atividades?

**13)** Você gosta de trabalhar em grupo? Por quê?

Fontes das imagens:

[1] Pizza: http://www.smartkids.com.br/uploads/imagens/desenhos-para-colorir/dia-da-pizza.gif

[2] Limão: http://vemrimuito.com.br/wp-content/uploads/2014/01/10Malha%C3%A7%C3%A3o-Fernanda-Vasconcellos7.jpg

### 4.2.3 Resultados da Avaliação Diagnóstica

O desempenho da turma, em geral, foi muito baixo, evidenciando que eles não internalizaram muito dos conceitos apontados pelos PCN e pela Proposta Curricular do Estado, que o aluno deveria dominar após o quarto ano do Ensino Fundamental. Assim, ou estes conceitos não foram trabalhados adequadamente ou a maioria dos alunos realmente tiveram pouco ou nenhum contato de fato com o assunto até o presente momento. A seguir, a tabela mostrando a panorama geral dos 35 alunos avaliados de duas turmas de 6º ano da escola, em cada uma das questões da avaliação diagnóstica.

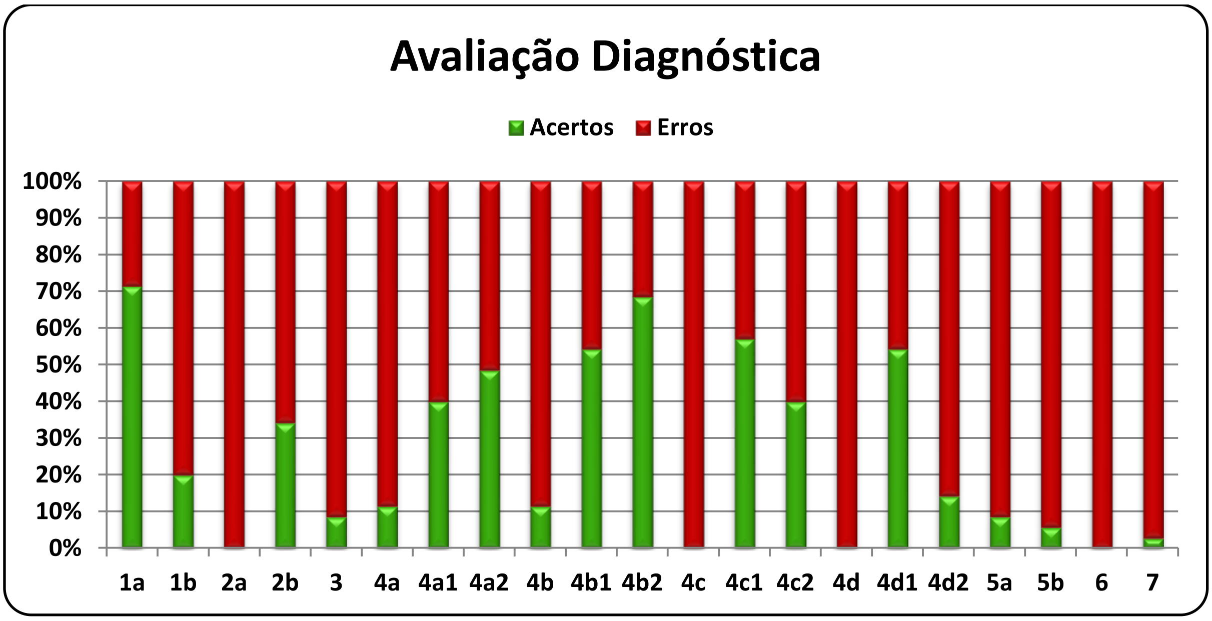



**Figura 27: Desempenho geral dos alunos na avaliação diagnóstica.**

As questões 1a e 1b se referem a representação da fração um meio e um quarto, respectivamente na primeira pergunta do questionário. As questões 4a, 4a1, 4a2 são referentes a dizer qual é a maior fração, escrever o nome da primeira fração e escrever o nome da segunda fração, respectivamente, na pergunta quatro do questionário, assim como as questões 4b,4b1 e 4b2; 4c, 4c1 e 4c2; 4d, 4d1e 4d2.

Na questão 1, a maioria dos alunos só conseguiu representar um meio do painel, quando foi informado que um meio é a mesma coisa que metade. Essa foi a única intervenção na realização do questionário, que impactou sensivelmente no resultado, mas mesmo assim, apenas 70% dos alunos representaram corretamente a fração dada.

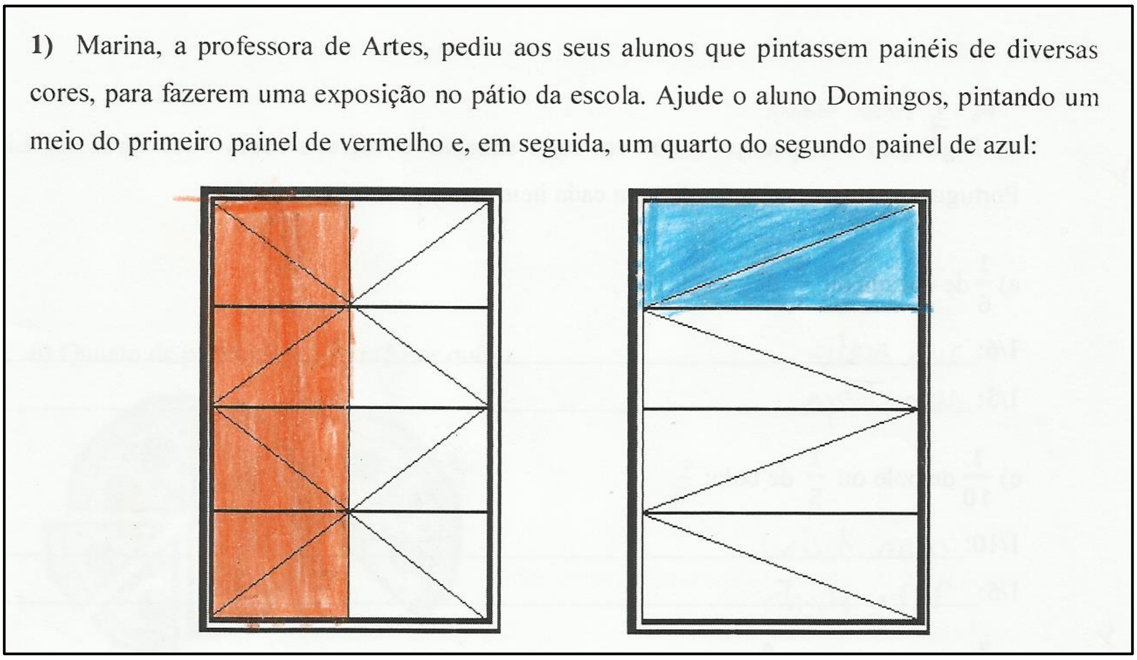



**Figura 28: Resposta de aluno para a questão 1.**

Na questão 2, muitos alunos tiveram dificuldades para explicar seu raciocínio com palavras, acertaram qual estava em maior quantidade, mas não sabiam o nome das frações de cada chocolate e como representá-las, e confundiam o inteiro.

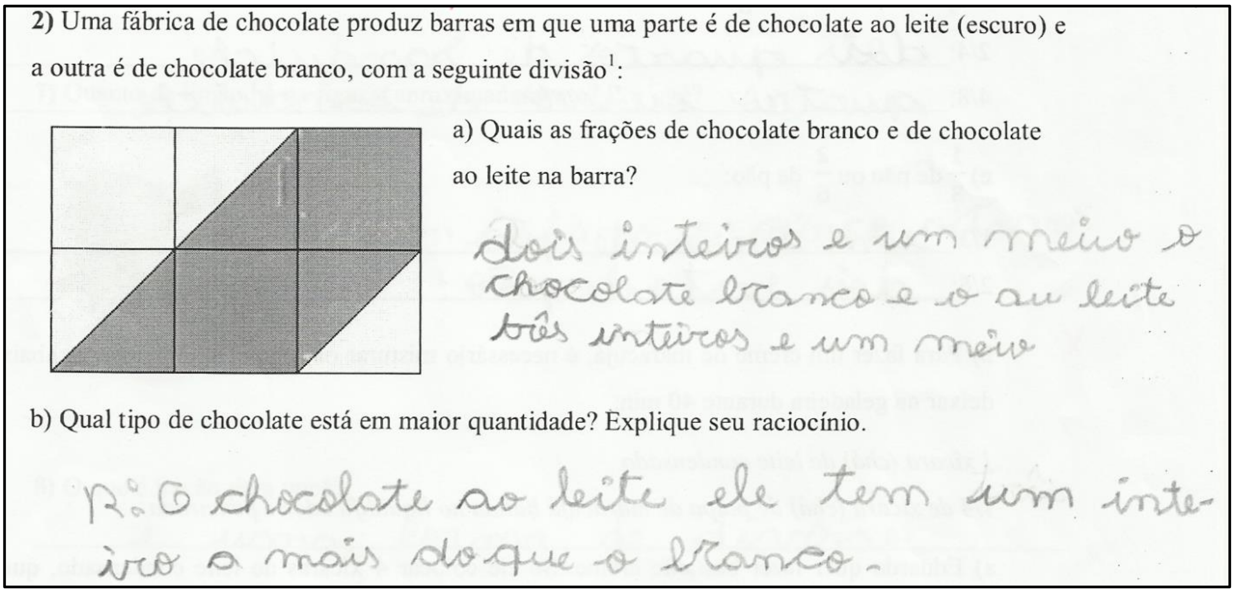
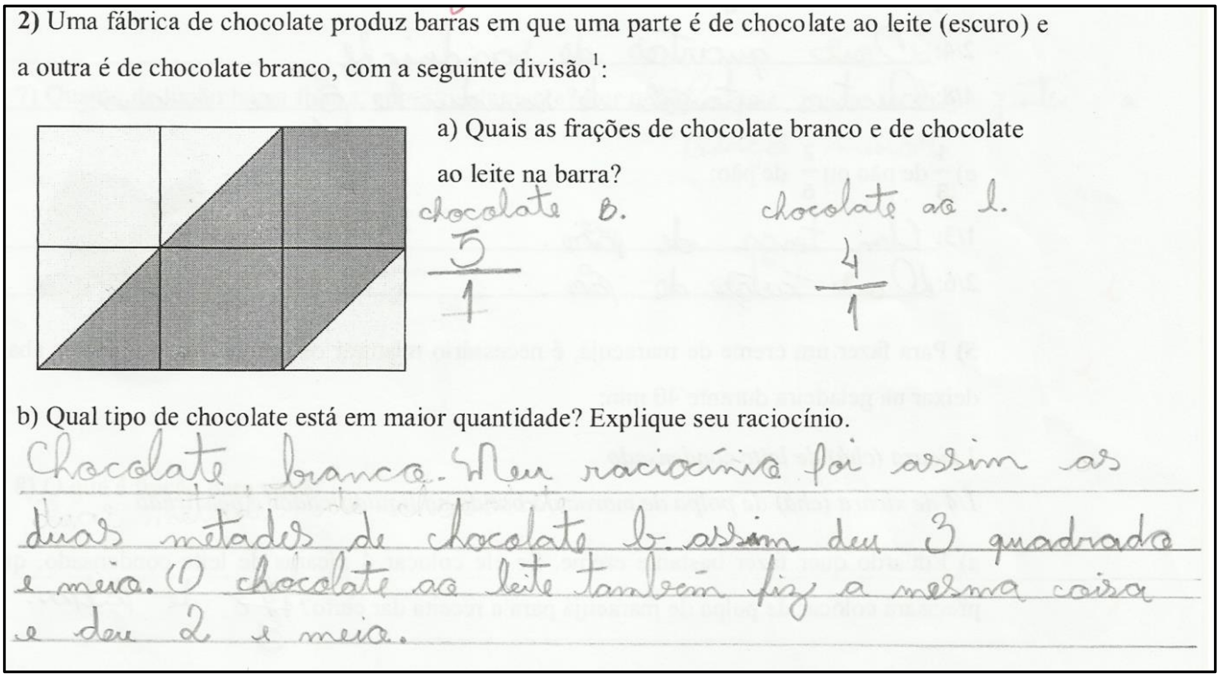



**Figura 29: Resposta de aluno para a questão 2.**



**2)** Uma fábrica de chocolate produz barras em que uma parte é de chocolate ao leite (escuro) e a outra é de chocolate branco, com a seguinte divisão[1]:

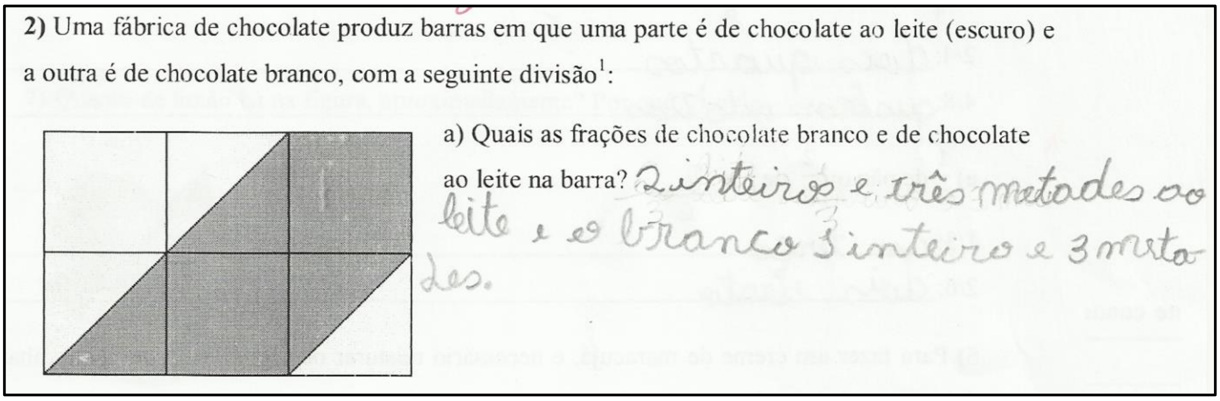
a) Quais as frações de chocolate branco e de chocolate ao leite na barra?

chocolate b. $\frac{5}{1}$ chocolate ao l. $\frac{4}{1}$

b) Qual tipo de chocolate está em maior quantidade? Explique seu raciocínio.

Chocolate branco. Meu raciocínio foi assim as duas metades de chocolate b. assim deu 3 quadrados e meia. O chocolate ao leite também fiz a mesma coisa e deu 2 e meia.

**Figura 30: Resposta de aluno para a questão 2.**

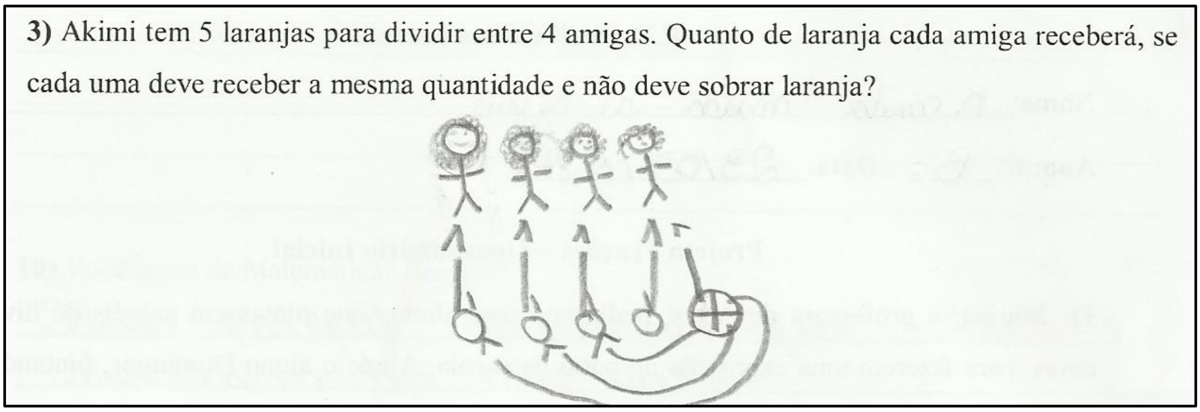


**2)** Uma fábrica de chocolate produz barras em que uma parte é de chocolate ao leite (escuro) e a outra é de chocolate branco, com a seguinte divisão[1]:

a) Quais as frações de chocolate branco e de chocolate ao leite na barra? 2 inteiros e três metades ao leite e o branco 3 inteiros e 3 metades.

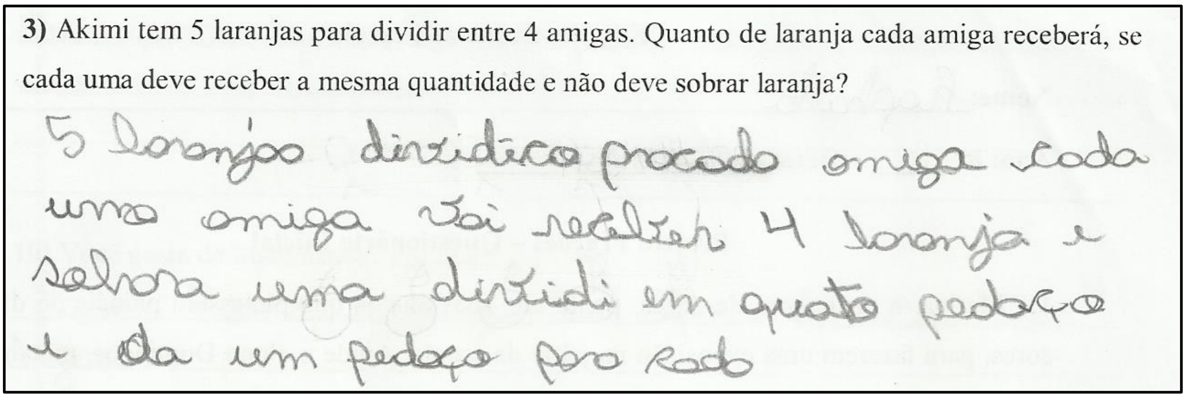
**Figura 31: Resposta de aluno para a questão 2.**

Na questão 3 alguns nomearam o quarto como meio. Grande parte deles utilizaram desenhos, mas não sabiam nomear as partes representadas ou não explicavam com que parte cada amiga ficaria.



**3)** Akimi tem 5 laranjas para dividir entre 4 amigas. Quanto de laranja cada amiga receberá, se cada uma deve receber a mesma quantidade e não deve sobrar laranja?

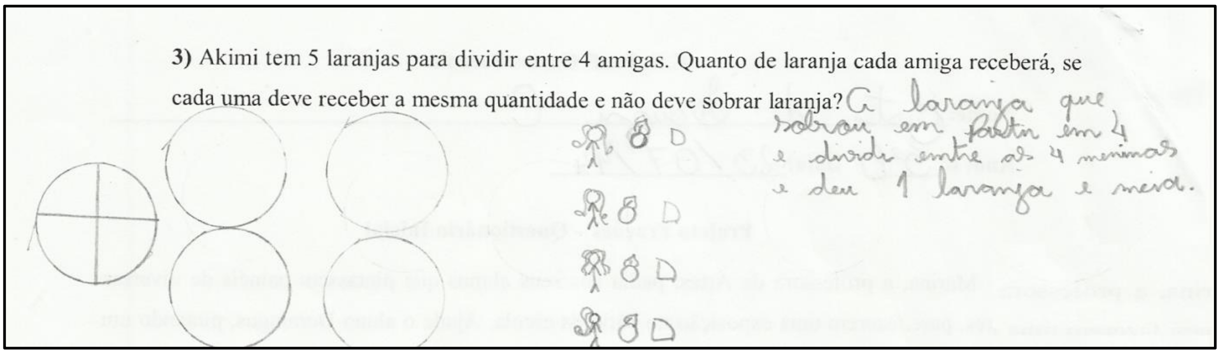
**Figura 32: Resposta de aluno para a questão 3.**



**3)** Akimi tem 5 laranjas para dividir entre 4 amigas. Quanto de laranja cada amiga receberá, se cada uma deve receber a mesma quantidade e não deve sobrar laranja?

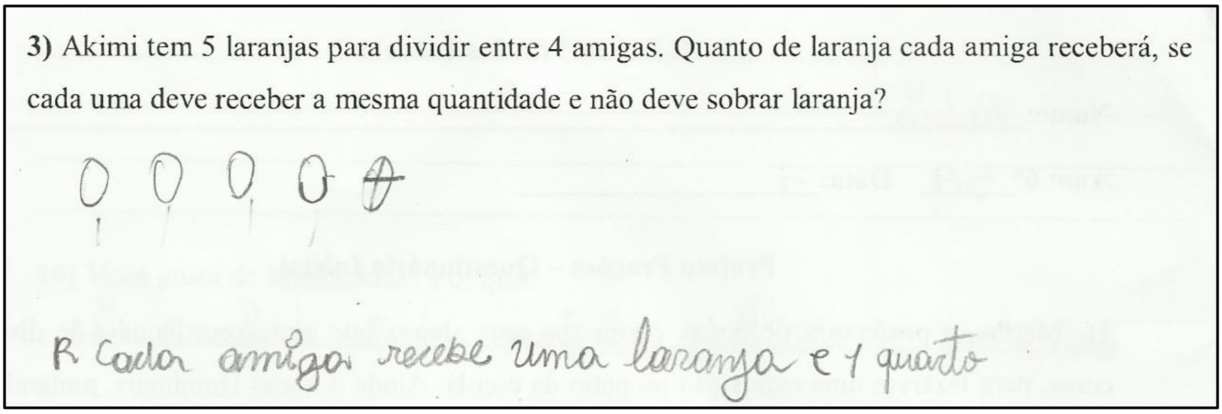
5 laranjas dividida pracada amiga cada uma amiga vai receber 4 laranja e sobrou uma dividi em quato pedaço e da um pedaço para cada

**Figura 33: Resposta de aluno para a questão 3.**



**3)** Akimi tem 5 laranjas para dividir entre 4 amigas. Quanto de laranja cada amiga receberá, se cada uma deve receber a mesma quantidade e não deve sobrar laranja? A laranja que sobrou em partir em 4 e dividi entre as 4 meninas e deu 1 laranja e meia.

**Figura 34: Resposta de aluno para a questão 3.**

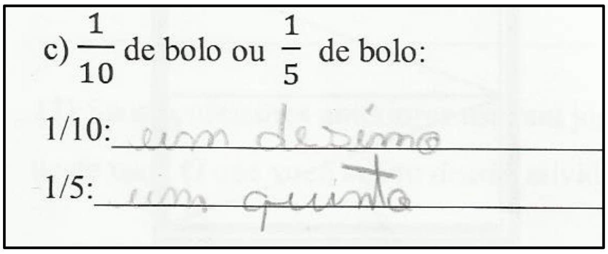


**3)** Akimi tem 5 laranjas para dividir entre 4 amigas. Quanto de laranja cada amiga receberá, se cada uma deve receber a mesma quantidade e não deve sobrar laranja?

R Cada amiga recebe uma laranja e 1 quarto

**Figura 35: Resposta de aluno para a questão 3.**

Na questão 4, muitos deles erraram por não saber escrever a palavra corretamente, mas o nome estava correto apesar da ortografia errada.



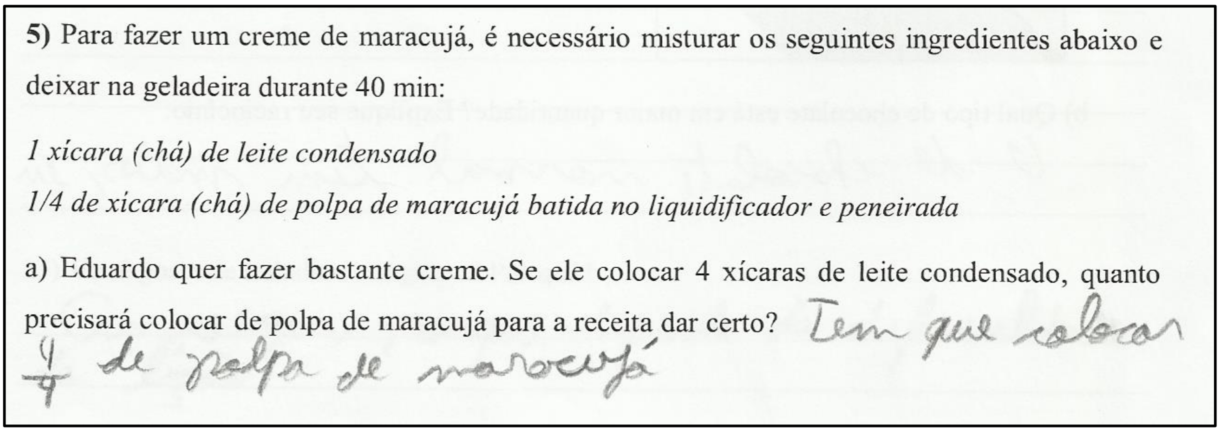
c) $\frac{1}{10}$ de bolo ou $\frac{1}{5}$ de bolo:

1/10: um desimo

1/5: um quinto

**Figura 36: Resposta de aluno para o item (c) da questão 4.**

Poucos responderam a questão 5, mas houve acertos.



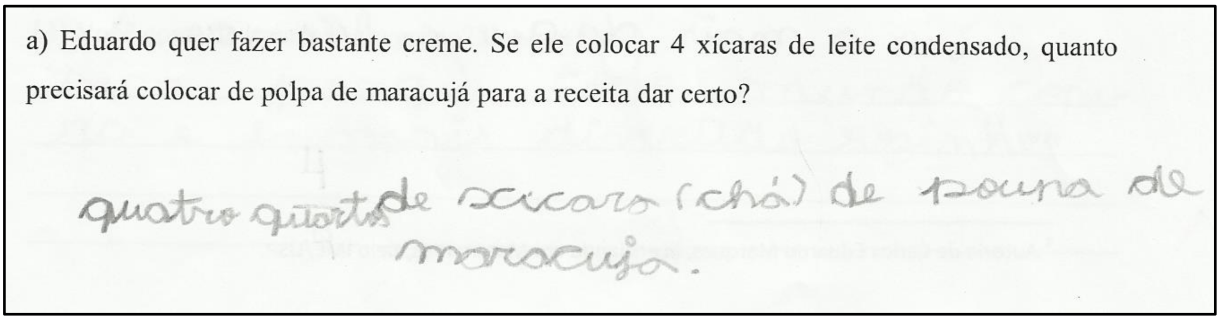
**5)** Para fazer um creme de maracujá, é necessário misturar os seguintes ingredientes abaixo e deixar na geladeira durante 40 min:

*1 xícara (chá) de leite condensado*

*1/4 de xícara (chá) de polpa de maracujá batida no liquidificador e peneirada*

a) Eduardo quer fazer bastante creme. Se ele colocar 4 xícaras de leite condensado, quanto precisará colocar de polpa de maracujá para a receita dar certo? Tem que colocar 4/4 de polpa de maracujá

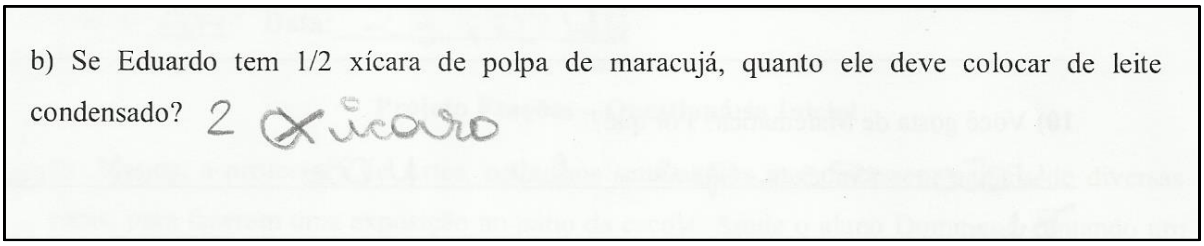
**Figura 37: Resposta de aluno para o item (a) da questão 5.**



a) Eduardo quer fazer bastante creme. Se ele colocar 4 xícaras de leite condensado, quanto precisará colocar de polpa de maracujá para a receita dar certo?

quatro quartos de xicara (chá) de polpa de maracujá.

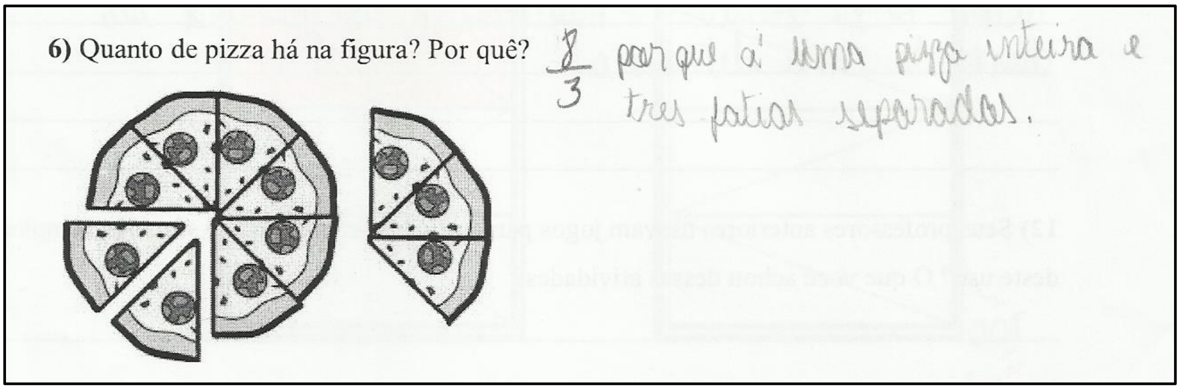
**Figura 38: Resposta de aluno para o item (a) da questão 5.**



b) Se Eduardo tem 1/2 xícara de polpa de maracujá, quanto ele deve colocar de leite condensado? 2 xícaro

**Figura 39: Resposta de aluno para o item (b) da questão 5.**

Nas questões 6 e 7, muitos não entenderam qual era o inteiro e a maioria deixou a questão 7 em branco, mas houve respostas relativamente boas.



**6)** Quanto de pizza há na figura? Por quê? 8/3 porque á uma pizza inteira e tres fatias separadas.

**Figura 40: Resposta de aluno para a questão 6.**

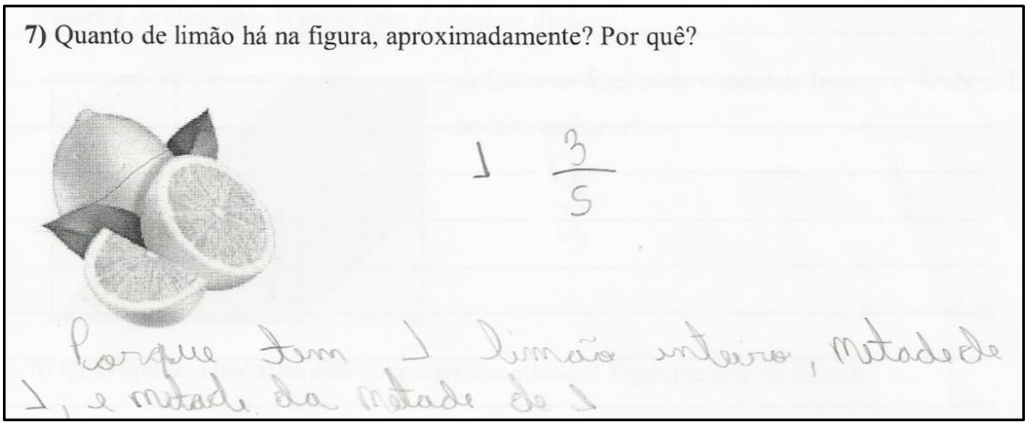



**Figura 41: Resposta de aluno para a questão 7.**

Considerando-se os resultados obtidos, verifica-se que a maioria destes alunos, tem grandes dificuldades e defasagens e, não possuem o mínimo de conhecimento em frações que se espera de um aluno do quinto ano do Ensino Fundamental, pois apesar de conhecerem os nomes das frações, não compreenderam seu significado.

Nas questões sobre a relação do aluno com a Matemática, foram obtidos os seguintes resultados:

- 74% dos alunos disseram o que era fração para eles; 6 deles responderam que fração é uma divisão. Exemplos de respostas:

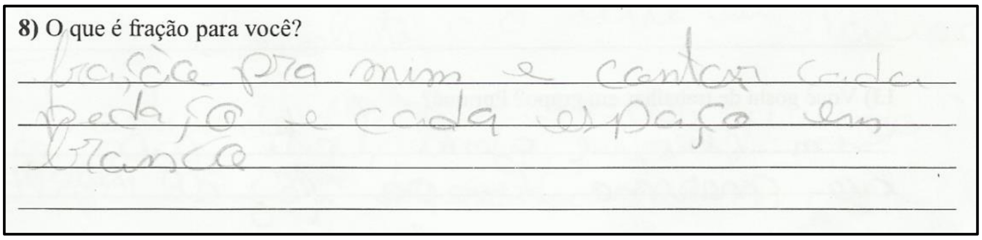



**Figura 42: Resposta de aluno para a questão 8.**

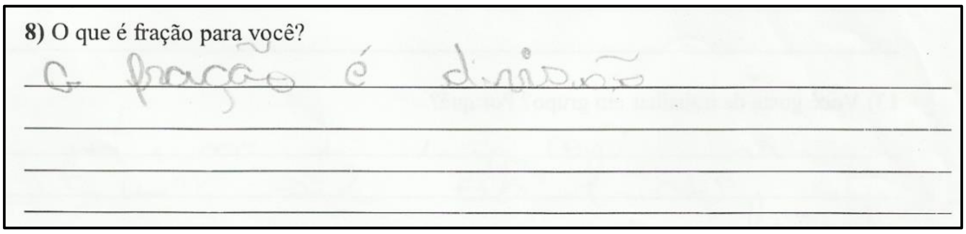



**Figura 43: Resposta de aluno para a questão 8.**

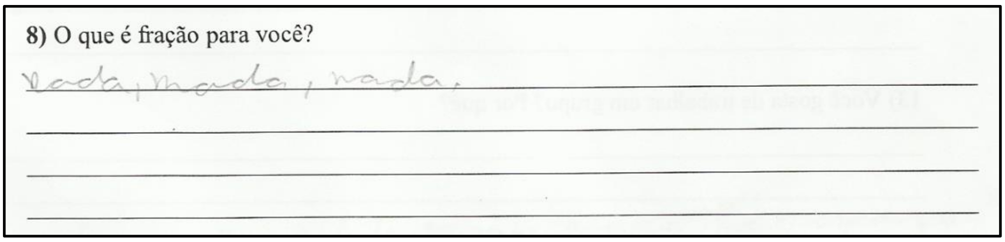
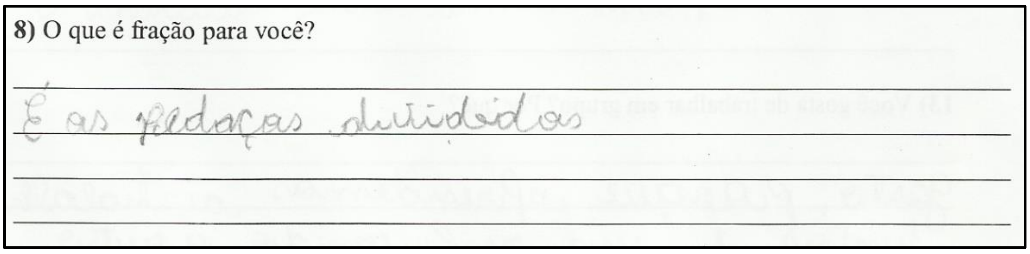



**Figura 44: Resposta de aluno para a questão 8.**


8) O que é fração para você?

É as pedaças divididas

**Figura 45: Resposta de aluno para a questão 8.**

- 60% dos alunos disseram que já usaram frações no seu dia-a-dia, entretanto só 37% especificaram este uso e a maioria destes disse ter usado frações na escola, outros disseram que usam numa receita ou para dividir coisas. Exemplo de resposta:

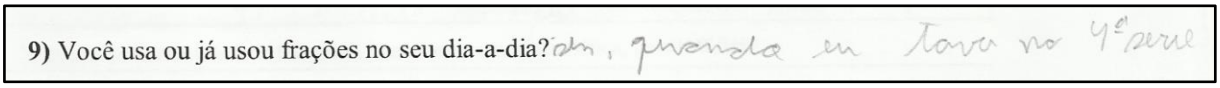
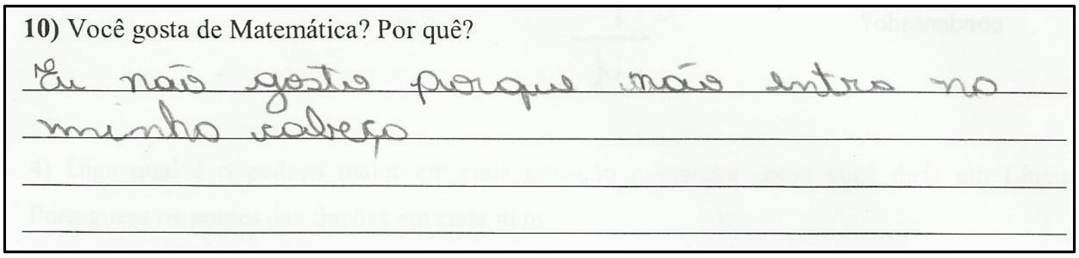

9) Você usa ou já usou frações no seu dia-a-dia? sim, quando eu tava na 4ª serie

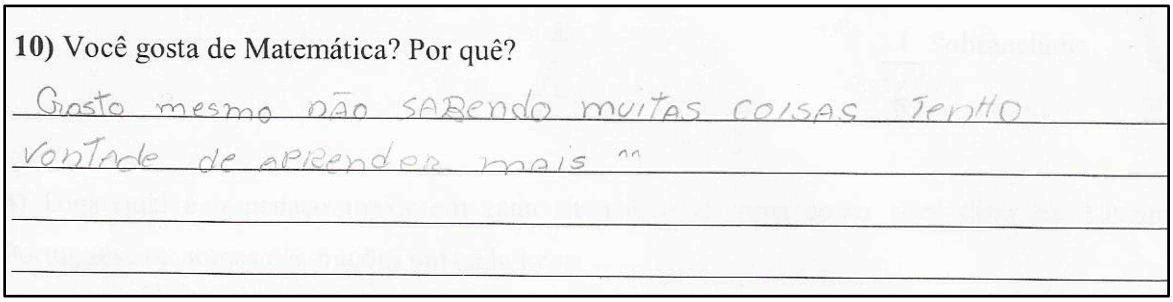
**Figura 46: Resposta de aluno para a questão 9.**

- 63% dos alunos afirmaram gostar de matemática. Exemplos de respostas:


10) Você gosta de Matemática? Por quê?

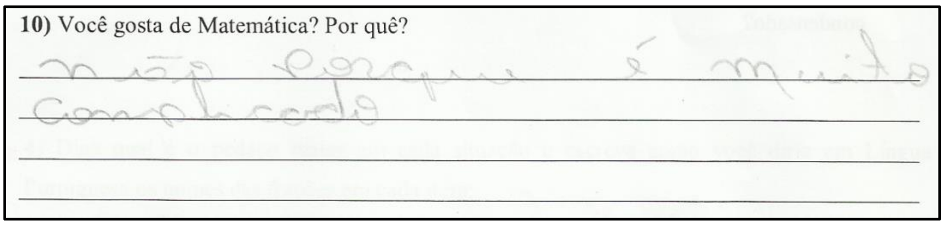
Eu não gosto porque não entra no minha cabeça

**Figura 47: Resposta de aluno para a questão 10.**


10) Você gosta de Matemática? Por quê?

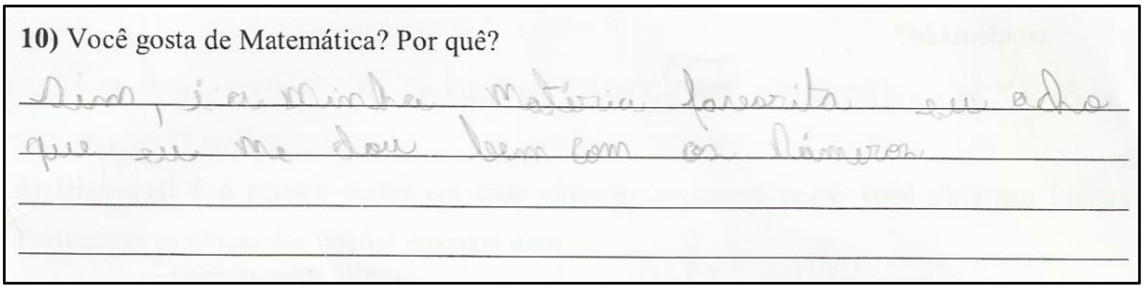
Gosto mesmo não sabendo muitas coisas tenho vontade de aprender mais

**Figura 48: Resposta de aluno para a questão 10.**


10) Você gosta de Matemática? Por quê?

não porque é muito complicado

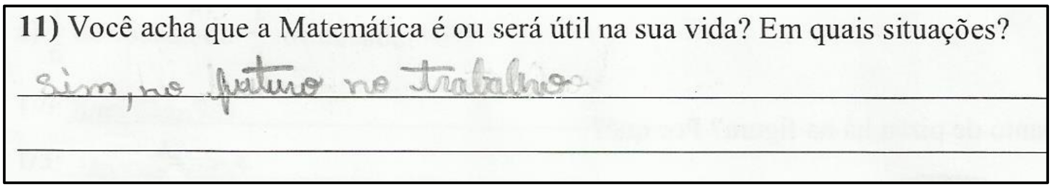
**Figura 49: Resposta de aluno para a questão 10.**


10) Você gosta de Matemática? Por quê?

Sim, é a minha matéria favorita, eu acho que eu me dou bem com os números.

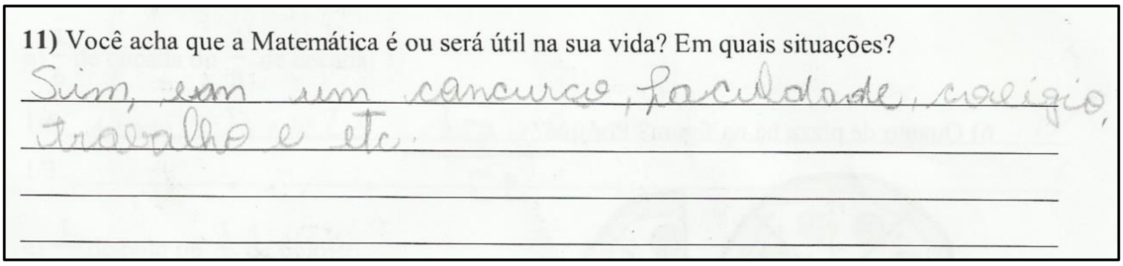
**Figura 50: Resposta de aluno para a questão 10.**

- 80% dos alunos acreditam que a Matemática é ou será útil em suas vidas e 34% deles disse que usará matemática no trabalho. Exemplos de respostas:


11) Você acha que a Matemática é ou será útil na sua vida? Em quais situações?

sim, no futuro no trabalho

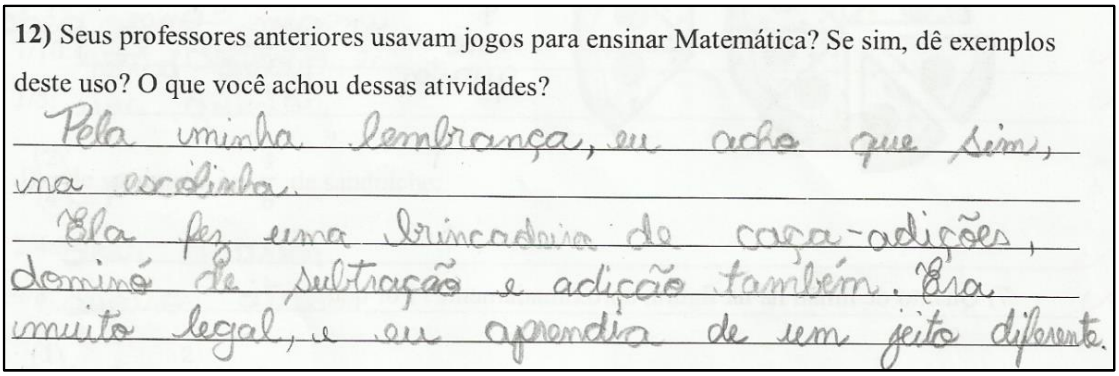
**Figura 51: Resposta de aluno para a questão 11.**


11) Você acha que a Matemática é ou será útil na sua vida? Em quais situações?

Sim, em um concurso, faculdade, colégio, trabalho e etc.

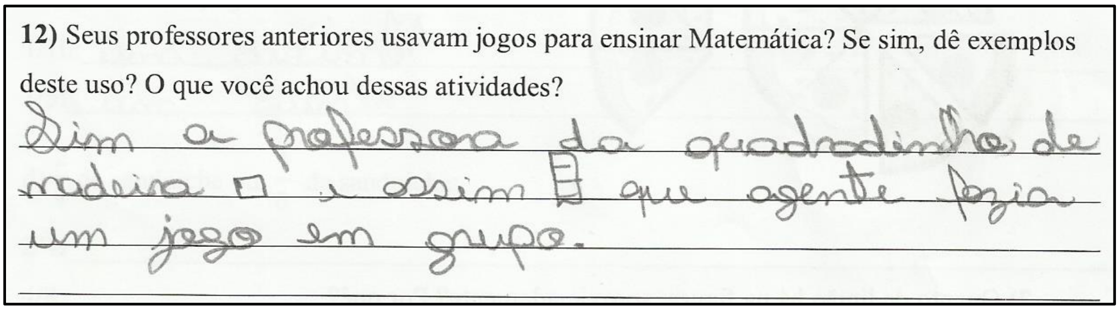
**Figura 52: Resposta de aluno para a questão 11.**

- 54% dos alunos disseram que seus professores usaram jogos para ensinar Matemática. Exemplos de respostas:


12) Seus professores anteriores usavam jogos para ensinar Matemática? Se sim, dê exemplos deste uso? O que você achou dessas atividades?

Pela minha lembrança, eu acho que sim, na escolinha.
Ela fez uma brincadeira de caça-adições, dominó de subtração e adição também. Era muito legal, e eu aprendia de um jeito diferente.

**Figura 53: Resposta de aluno para a questão 12.**

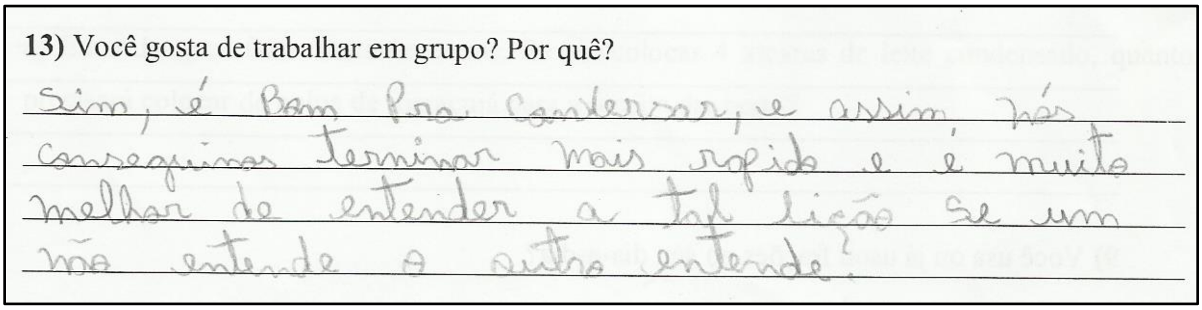


12) Seus professores anteriores usavam jogos para ensinar Matemática? Se sim, dê exemplos deste uso? O que você achou dessas atividades?

Sim a professora da quadradinho de madeira □ e assim ⊟ que agente fazia um jogo em grupo.

**Figura 54: Resposta de aluno para a questão 12.**

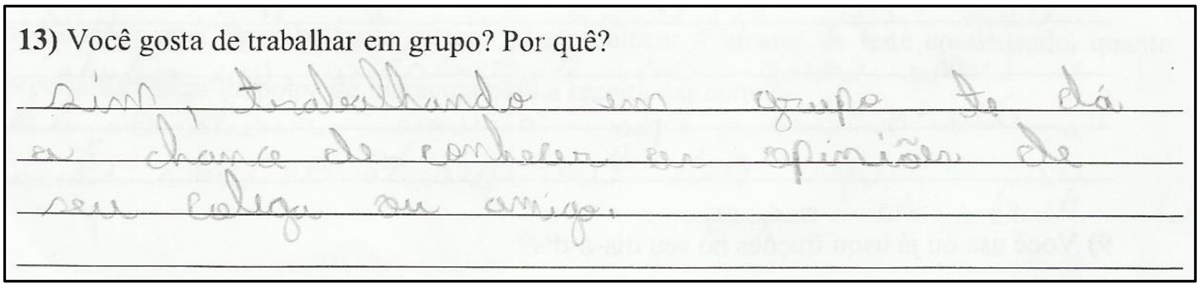
- 80% gostam de trabalhar em grupo. Exemplos de respostas:



13) Você gosta de trabalhar em grupo? Por quê?

Sim, é Bom Pra Conversar, e assim, nós conseguimos terminar mais rapido e é muito melhor de entender a tal lição se um não entende o outro entende.

**Figura 55: Resposta de aluno para a questão 13.**



13) Você gosta de trabalhar em grupo? Por quê?

Sim, trabalhando em grupo te dá a chance de conhecer as opinião de seus colega ou amigo.

**Figura 56: Resposta de aluno para a questão 13.**

### 4.3 Sequência Didática

Inicialmente são apresentados problemas envolvendo as concepções de fração como parte-todo e quociente e, em seguida, um jogo de cartas em que o conceito de parte-todo é mobilizado, além de problemas para fixar o que foi aprendido, introduzindo a adição e a subtração de frações com o mesmo denominador, tudo isso sem se prender às representações fracionárias e utilizando como apoio a língua portuguesa. Segue então, uma atividade para formalizar a equivalência entre frações, que já vinha sendo trabalhada informalmente nas atividades anteriores, além de problemas com foco nas operações de adição e subtração.

#### 4.3.1 Atividade 1: Gincana Matemática

**Objetivos:** Atribuir significado ao conceito de fração como parte-todo e como quociente, informalmente, além de introduzir frações “boas” como 1/2 e 1/4, 1/3 e 1/6, discutindo as relações entre elas.

**Tempo:** 2 aulas de 50 min.

**Desenvolvimento:** A turma de sexto ano será dividida em grupos de quatro alunos e receberão uma folha com os problemas abaixo. O grupo que primeiro responder corretamente aos problemas, ou que mais se aproximar da resposta correta, dado que não serão cobradas nomenclaturas formais, receberá um prêmio previamente estipulado.

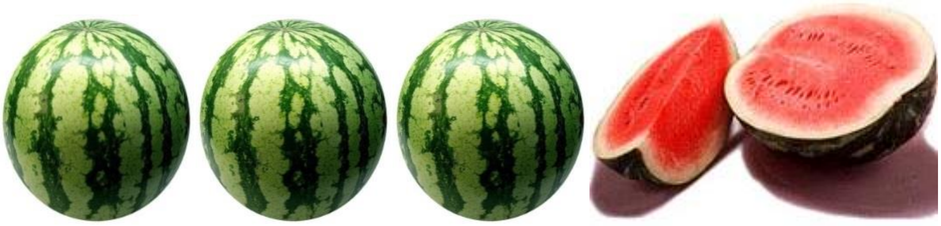
O professor deverá passar pelos grupos e questioná-los de acordo com o andamento de cada um deles.

Ao final da atividade, as respostas dos grupos serão socializadas e discutidas, o que poderá encaminhar a aula para a introdução informal de frações equivalentes ou de adição, inclusive, dependendo das resoluções apresentadas pelos alunos para o último problema.

**Gincana Matemática**

**Problema 1**

Um funcionário deve contar quanto de melancia existe na banca. Quanto ele deve dizer que há?[2]



**Problema 2**

Ana tem a quantidade de laranja da figura e quer dividir entre ela e mais três amigas.[3]

a) Quanto de laranja Ana tem?

b) Quanto de laranja cada uma receberá, sem que sobrem laranjas e se cada amiga deve receber a mesma quantidade das outras?

**Problema 3**

Marco tem a quantidade de chocolate abaixo e quer dividir entre ele e mais dois amigos.

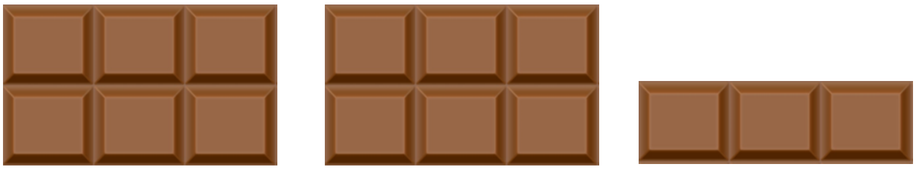
---

[2] Adaptado de [5] BERTONI.
[3] Adaptado de [5] BERTONI.

a) Quanto de chocolate Marco possui?

b) Quanto de chocolate cada um receberá, sem que sobre chocolate e se cada amigo deve receber a mesma quantidade dos demais?

c) Apresentem duas maneiras diferentes de dividir os chocolates entre os três amigos, dizendo quanto de cada figura abaixo, cada um deles receberá. Desenhe se necessário.



Fontes das imagens:

[1] http://pixabay.com/pt/melancia-mel%C3%A3o-frutas-doce-74342/?oq=melancia

[2] http://2.bp.blogspot.com/_qkWl_k5RWkw/TFDUOpcxp9I/AAAAAAAAAs8/ EyKEVbbHtHQ/s1600/melancia_edit.jpg

[3] http://www.corposaudavel.net/beneficios-da-laranja/

[4] http://1.bp.blogspot.com/-D9n6rdUus A/T9107UX2k0I/AAAAAAAADRQ/ ax1Bovp_DnA/s1600/chocolate-texture.jpg

#### 4.3.1.1 Relatório de Aplicação da Atividade 1

Logo após serem divididos em grupos de quatro alunos (um dos grupos ficou com seis integrantes) e receberem a folha com os problemas, várias dúvidas começaram a surgir. Eu não sei o que é para fazer. Preciso dividir as melancias para poder contar? Assim, fui passando pelos grupos para sanar essas e outras dúvidas, além de provocar maiores reflexões acerca de suas repostas.

Neste trabalho, cada grupo será fixo e designado por um número para que possa ser acompanhada sua evolução durante a aplicação do projeto. São cinco grupos ao todo.

No primeiro problema, certo grupo afirmou que na banca havia três melancias e dois pedaços. Então perguntei se estes pedaços tinham um nome especial, e em pouco tempo decidiram que havia três melancias e um meio, mas que não sabiam o nome do outro pedaço. Todos os grupos tiveram certa dificuldade em nomear esse pedaço, mas ao final da atividade todos chegaram pelo menos ao consenso de que havia três melancias e meia na banca e mais um pedaço que o Grupo 3 chamou de ”metade da metade”, o Grupo 5 de “fatia” e o Grupo 4 de “mini metade“. O Grupo 1 chegou à conclusão de que havia três melancias e “3 quartos”, sem usar notação de fração, pois foi avisei que não era necessário usar a representação numérica de fração, caso não soubessem, bastando apenas escrevê-la por extenso:

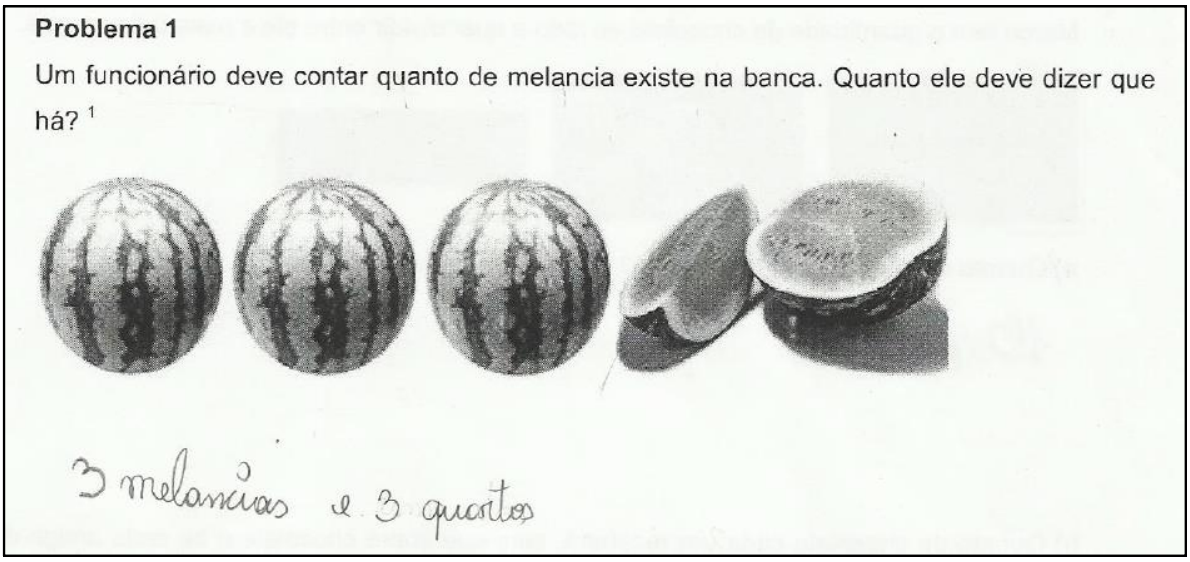



**Figura 57: Resposta do Grupo 1 para o Problema 1.**

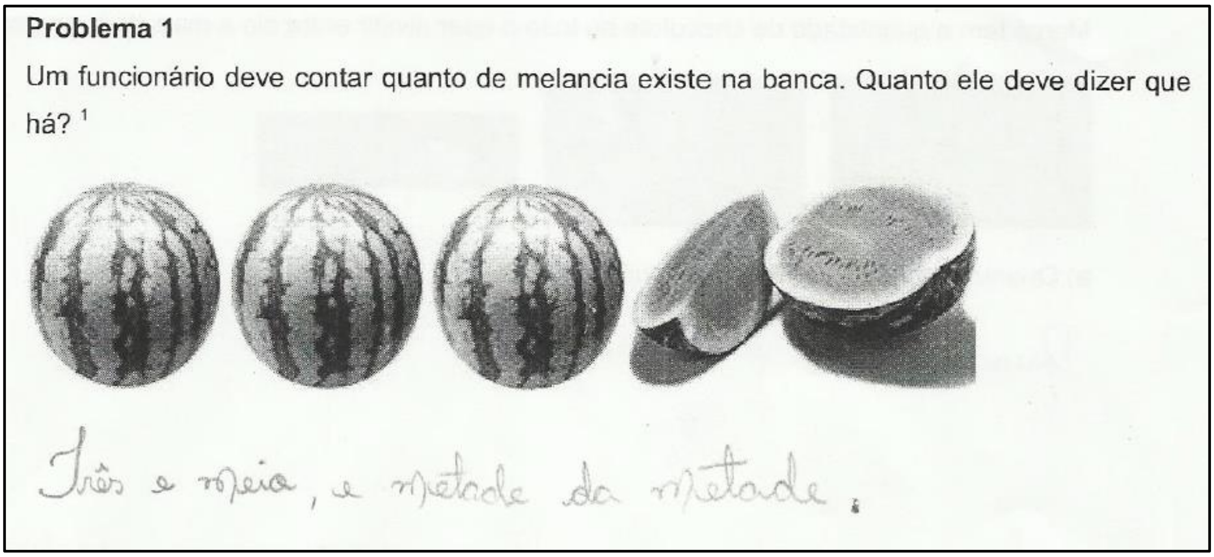
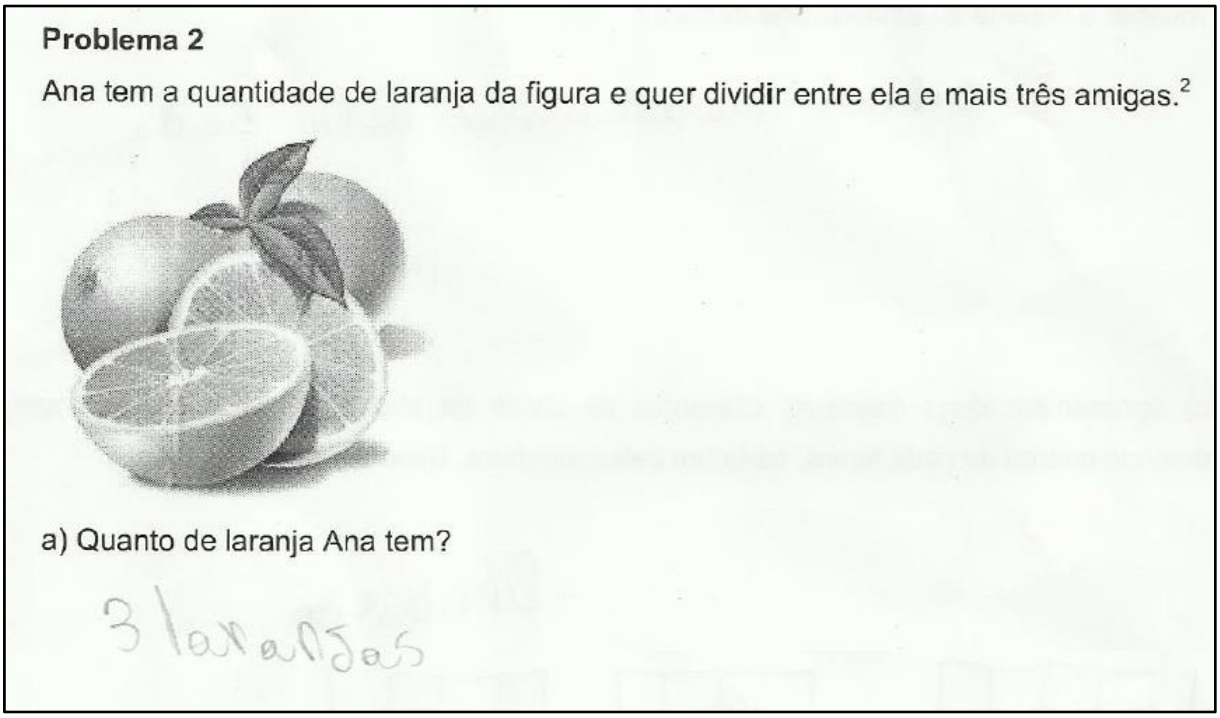



**Figura 58: Resposta do Grupo 3 para o Problema 1.**

Diante do segundo problema, os Grupos 1, 2 e 5 chegaram à conclusão de que Ana tinha três laranjas, lembrando que duas metades formam uma laranja inteira.



**Problema 2**

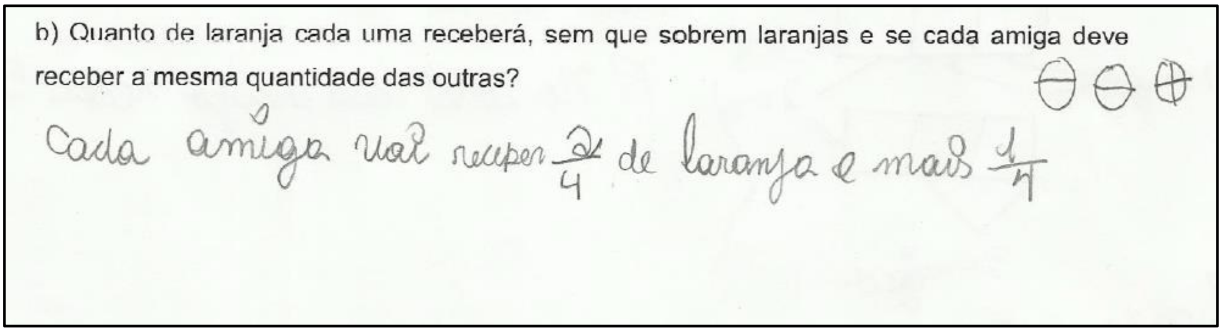
Ana tem a quantidade de laranja da figura e quer dividir entre ela e mais três amigas.[2]

a) Quanto de laranja Ana tem?

3 laranjas

**Figura 59: Resposta do Grupo 5 para o item (a) do Problema 2.**

Os Grupos 3 e 4 não responderam este item, talvez por distração ou por não entenderem adequadamente o que estava sendo pedido. No item seguinte, depois de explicar que eles podiam dividir as laranjas se necessário, o Grupo 5 deu a resposta de que cada amiga receberiam "3/4 das laranjas", já fazendo uso da representação formal, o Grupo 3 respondeu "uma metade e uma metade da metade", e o Grupo 1: "2/4 de laranja e mais 1/4", também usando a notação de fração. Quatro grupos utilizaram desenhos para mostrar a divisão, sendo que o Grupo 2 só desenhou sem explicar quanto cada amiga receberia. O Grupo 4 chamou cada quarto de "metade de laranja" por não saber como chamar esse pedaço.



b) Quanto de laranja cada uma receberá, sem que sobrem laranjas e se cada amiga deve receber a mesma quantidade das outras?

Cada amiga vai receber $\frac{2}{4}$ de laranja e mais $\frac{1}{4}$

**Figura 60: Resposta do Grupo 1 para o item (b) do Problema 2.**

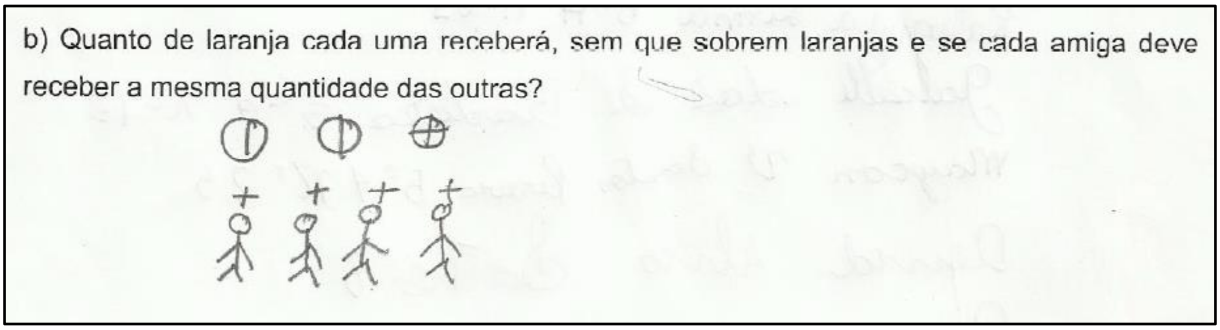
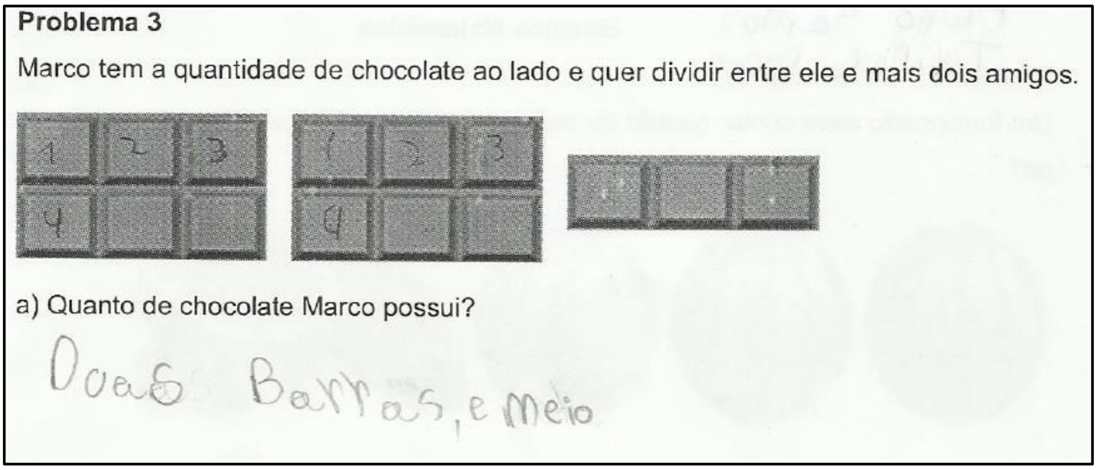

b) Quanto de laranja cada uma receberá, sem que sobrem laranjas e se cada amiga deve receber a mesma quantidade das outras?

**Figura 61: Resposta do Grupo 2 para o item (b) do Problema 2.**

Ao refletirem sobre o item (a) do terceiro problema, os grupos 3 e 5 concluíram que Marco tinha "duas barras e meio" e o Grupo 2: "dois e meio igual a 15 pedaços", os demais grupos disseram que ele tinha "15 pedaços" ou "15 chocolates" (considerando este último caso, talvez ficasse mais claro se fosse perguntado: "Quanto de *barra* de chocolate Marco possui?"). Depois que confirmei que esses pedaços também tinham um nome especial, o Grupo 1 acrescentou "cada pedaço tem nome de 1/6".

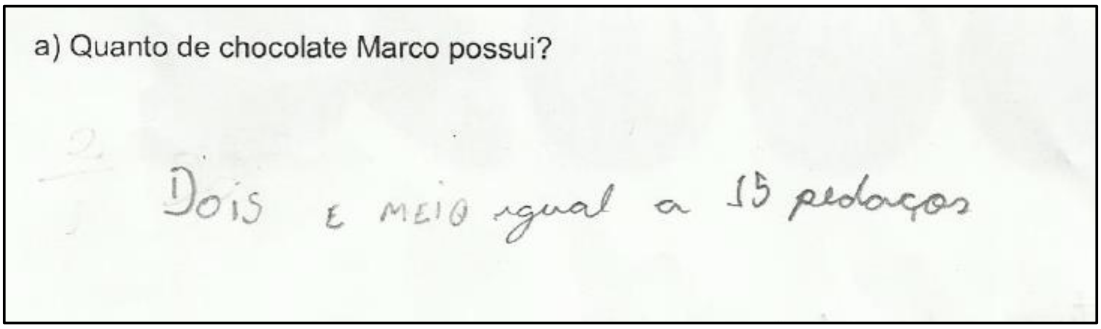

Problema 3

Marco tem a quantidade de chocolate ao lado e quer dividir entre ele e mais dois amigos.

a) Quanto de chocolate Marco possui?

Doas Barras, e meio

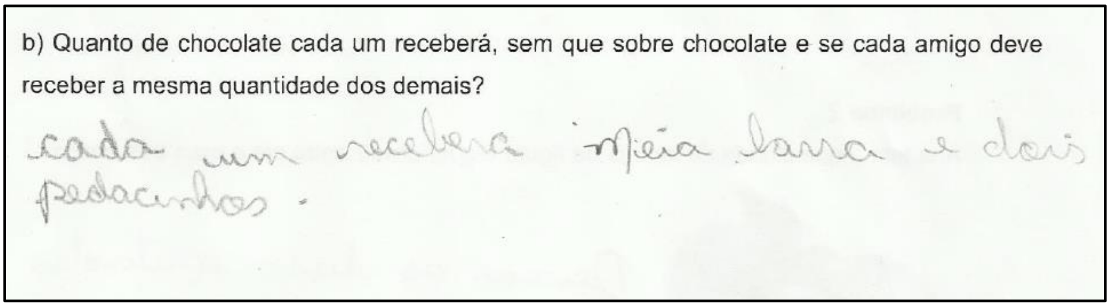
**Figura 62: Resposta do Grupo 5 para o item (a) do Problema 3.**


a) Quanto de chocolate Marco possui?

Dois e meio igual a 15 pedaços

**Figura 63: Resposta do Grupo 2 para o item (a) do Problema 3.**

No item (b), quatro Grupos 1, 2 e 4 concluíram que cada amigo ficaria com cinco pedaços de chocolate e o Grupo 5 respondeu " cinco quadradinhos de chocolate", sendo que apenas o Grupo 2 desenhou a situação. O Grupo 3 respondeu que cada um receberia “meia barra e dois pedacinhos”.


b) Quanto de chocolate cada um receberá, sem que sobre chocolate e se cada amigo deve receber a mesma quantidade dos demais?

cada um receberá meia barra e dois pedacinhos.

**Figura 64: Resposta do Grupo 3 para o item (b) do Problema 3.**

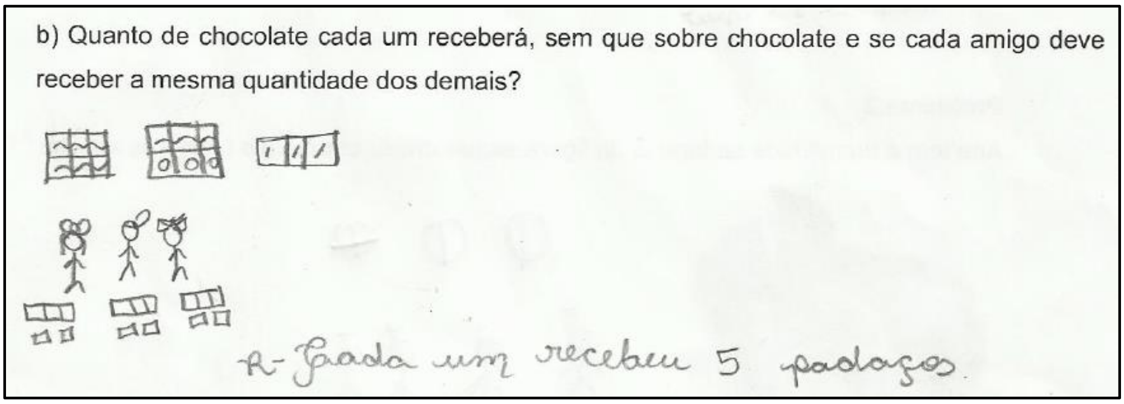



**Figura 65: Resposta do Grupo 2 para o item (b) do Problema 3.**

Já no item (c), todos desenharam uma ou mais maneiras de dividir os chocolates entre os amigos.

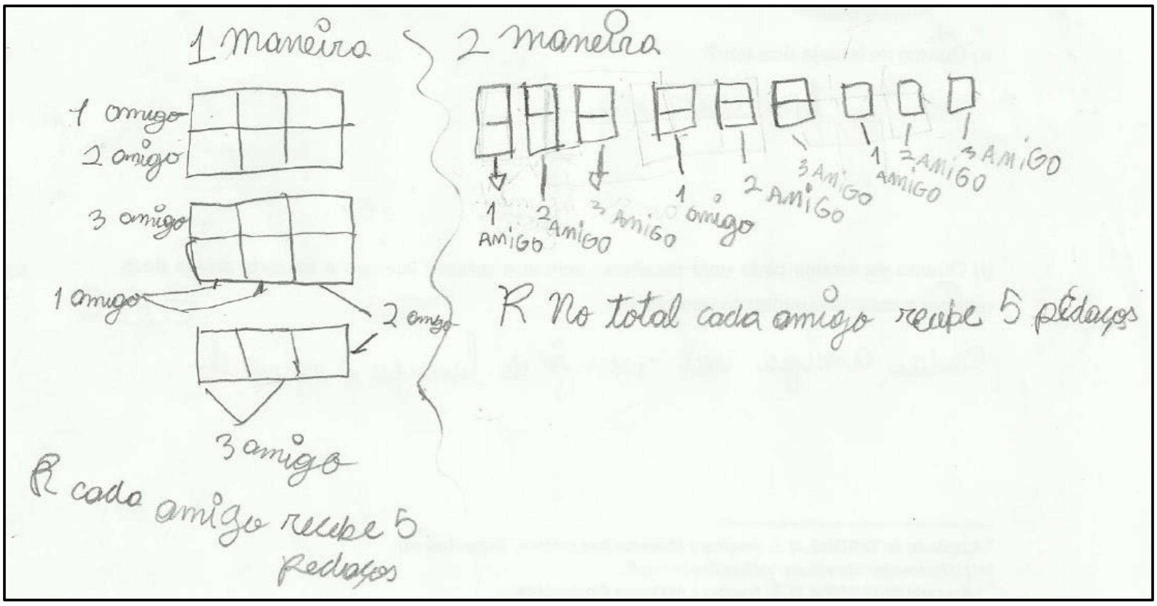



**Figura 66: Resposta do Grupo 1 para o item (c) do Problema 3.**

Na primeira aula, os alunos trabalharam na resolução dos problemas e na segunda aula discutimos cada um deles. A maioria dos alunos participaram dividindo a opinião do seu grupo com a classe e refletindo sobre as respostas dos outros colegas. Além disso, concluímos sobre os nomes daqueles pedaços que muitos não souberam dizer; comparamos as frações “um quarto” e “um meio” e uma aluna, quando perguntada sobre qual destes pedaços era maior, respondeu: ”um quarto é menor porque é metade da metade”; pensamos em chamar cinco daqueles pedaços de chocolate de “cinco sextos”; tudo isso com questionamentos constantes tendo como base as observações e respostas das crianças.

Em vista disso, a atividade foi muito proveitosa, apesar da indisciplina de alguns deles, e me surpreendi com o desempenho da turma na resolução dos problemas. Não discutimos explicitamente que “um sexto” é metade de “um terço”, mas durante nossa conversa, muitos entenderam que a terça parte são “dois sextos”, assim, acredito que basta comentar este fato no próximo encontro para que eles compreendam esta ideia.

### 4.3.2 Atividade 2: Jogo do Pikachu

**Objetivos:** Fixar os conceitos aprendidos na atividade anterior, introduzir a fração 1/8 como metade de 1/4 e a representação fracionária, além de comparar as frações conhecidas até o momento.

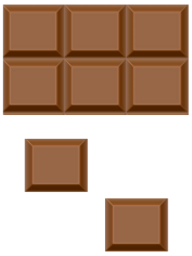
**Tempo:** 4 aulas de 50 min.

**Desenvolvimento:** A turma será separada em grupos de 3 ou 5 alunos e cada grupo receberá um jogo do Pikachu e suas respectivas regras, as quais serão explicadas antes do início do jogo.

O professor deverá passar pelos grupos e questioná-los de acordo com o andamento de cada um deles.

Ao final da atividade, será apresentada a fração 1/8, como metade de 1/4, com base em cartas do próprio jogo; a representação fracionária de cada uma das frações estudadas até o momento e também serão feitas comparações entre elas de modo que os alunos percebam que quanto maior for o denominador, menor será a fração, apoiando-se no referencial de metade. Depois serão propostos problemas de divisão e problemas discutindo cartas do jogo para instigar os alunos a pensarem sobre equivalência entre frações, explorando as várias representações fracionárias que algumas figuras do jogo podem ter, além de introduzir a operação de adição e de subtração de frações com mesmo denominador, usando a língua portuguesa e a representação formal.

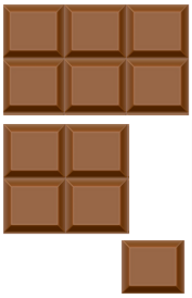
**Cartas do Jogo do Pikachu**



1 inteiro e
2 sextos

ou

1 inteiro e
1 terço



1 inteiro
mais
2 terços
e 1 sexto

2 inteiros
mais
1 meio
e
1 quarto

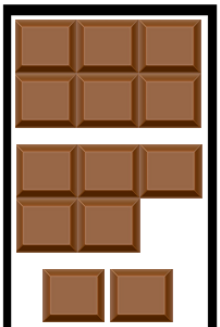
2 meios
ou
2 metades
ou
1 inteiro

1 meio
ou
1 metade

1 inteiro
e
1 quarto

1 inteiro
e
1 meio

1 inteiro
mais
1 meio
e
2 quartos

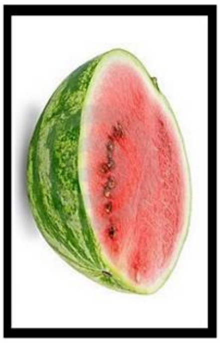


1 inteiro
mais
2 terços e
3 sextos

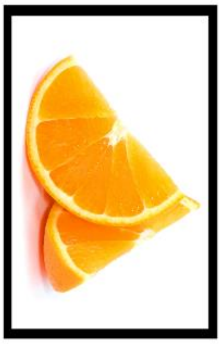
1 inteiro
e
1 sexto

2 inteiros
e
1 meio

1 meio
e
1 quarto

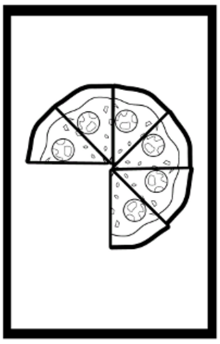


1 meio
ou
1 metade

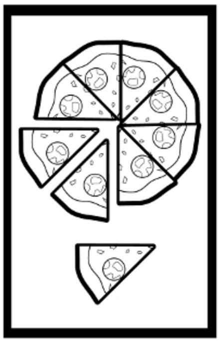


2 quartos
ou
1 meio
ou
1 metade

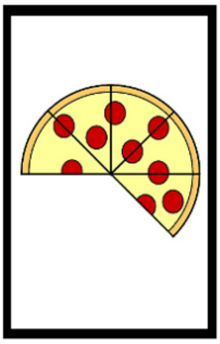
1 inteiro
mais
1 meio
e
1 quarto



1 meio
e
1 quarto



1 inteiro
e
metade de
1 quarto



1 meio
e
metade de
1 quarto

**Regras: Jogo do Pikachu**

- O jogo é composto de 35 cartas (17 pares e o Pikachu), portanto serão formados grupos de 3 (retirando-se 1 par) ou de 5 jogadores. Os pares serão formados por uma carta com uma imagem e por outra com a quantidade representada na imagem;

- Em grupos de 3 alunos, devem ser distribuídas 11 cartas para cada. Em grupos de 5 alunos, devem ser distribuídas 7 cartas para cada;
- Os jogadores devem juntar os pares que estão em suas mãos e abaixá-los;
- Após todos terem feito isso, os alunos escolhem quem começa. O primeiro jogador pega uma das cartas da mão de quem está a sua direita sem vê-las. E segue-se o mesmo processo com o jogador à direita do que acabou de jogar;
- Cada par formado deve ser abaixado na mesma rodada de sua formação;
- Vence quem formar mais pares (caso haja empate, vence quem ficar sem cartas primeiro) e perde quem ficar com o Pikachu.

## Problemas 1

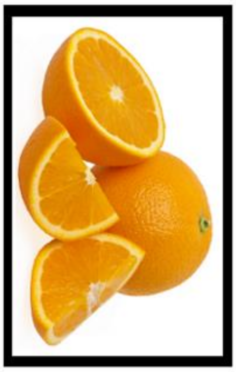
**1)** Veja as cartas que estavam nas mãos de Amanda num momento do jogo:

**A)**

**B)**

1 inteiro
mais
1 meio
e
1 quarto

**C)**



**D)**

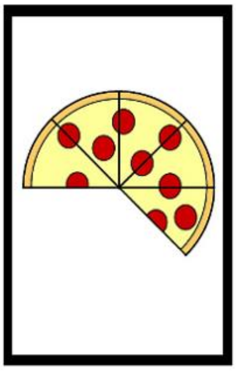
2 inteiros
mais
1 meio
e
1 quarto

**E)**

1 inteiro
mais
1 meio
e
2 quartos

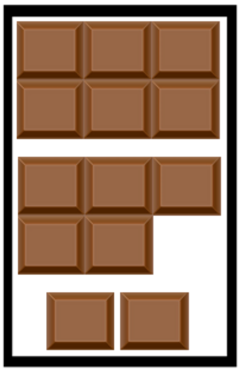
Que pares ela poderia formar? Indique as letras correspondentes.

**2)** Carlos acha que as duas cartas abaixo, formam um par. Você concorda? Por quê?



1 meio
e
1 quarto

**3)** Observe a carta abaixo. Qual ou quais das três cartas seguintes poderiam formar par com ela? Justifique sua resposta.



**A)**

2 inteiros
e
1 sexto

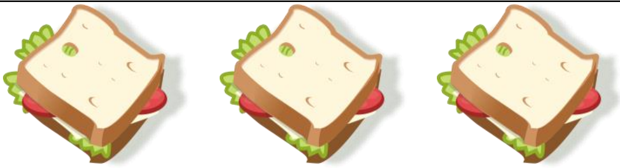
**B)**

1 inteiro
mais
2 terços e
3 sextos

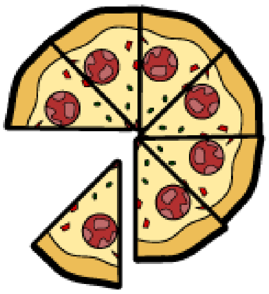
**C)**

1 inteiro
e
7 sextos

**4)** No final da festa de aniversário de Sayuri, sobraram apenas seis sanduiches para dividir igualmente entre quatro pessoas. Como ela poderia fazer essa divisão? Quanto cada pessoa receberá? Mostre utilizando as figuras abaixo.



**5)** O professor perguntou para a classe quanto de pizza havia na figura:



Ramon respondeu que havia **sete de um oitavo** de pizza.

Artur disse que havia **três de um quarto** e **um oitavo** de pizza.

Vanessa falou que tinha **um meio** e **três de um oitavo** de pizza.

Quem está certo? Por quê?

**6)** João Paulo tinha quatro pedaços de um sexto de chocolate e sua irmã Ana lhe deu mais cinco pedaços de um sexto de chocolate. Quanto de chocolate ele tem ao todo?

**7)** Iraci comprou duas pizzas de oito pedaços cada. Se seus três filhos comeram seis quartos de pizza, quanto restou?

Fontes das imagens:

[1] http://1.bp.blogspot.com/-D9n6rdUus A/T9107UX2k0I/AAAAAAAADRQ/ ax1Bovp_DnA/s1600/chocolate-texture.jpg

[2] http://noticias.r7.com/saude/noticias/semente-de-abobora-ajuda-quem-tem-colesterol-alto-20111212.html

[3] http://www.brazilianfruit.org.br/Pbr/Informacao_Consumer/Fruta.asp?fruta_ID= 11&fruta_nome=Laranja

[4] http://revistagloborural.globo.com/Revista/Common/0,,EMI292892-18291,00-LARANJA.html

[5] http://mdemulher.abril.com.br/blogs/anamaria-receitas/files/2010/03/dica-limao-na-carne.jpg

[6] http://entretenimento.r7.com/receitas-e-dietas/fotos/confira-dicas-para-diminuir-o-sodio -na-alimentacao-20110131-6.html

[7] http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/c/c4/Orange-Fruit-Pieces.jpg

[8] http://4.bp.blogspot.com/-NdDcsfHzHUs/UQPtfRXg87I/AAAAAAAAAA0/_U0OBPKnC7M/s1600/ma%C3%A7a.jpg

[9] http://2.bp.blogspot.com/_qkWl_k5RWkw/TFDUOpcxp9I/AAAAAAAAAs8/EyKEVbbHtHQ/s1600/melancia_edit.jpg

[10] http://thumbs.dreamstime.com/z/metade-da-melancia-18839374.jpg

[11] http://1.bp.blogspot.com/-5ZTWXqFqeiE/UQhIdCKphVI/AAAAAAAAKPM/66NLop38PfA/s1600/nodoas-manchas-tirar-creme-laranja-roupa-cozinha-culinaria-cozinhar-receitas-limpeza-petiscos-limpar-comida-truques-dicas.jpg

[12] http://martaeunice.blogspot.com.br/2012/10/emagrecendo-com-limao-dieta-do-limao.html

[13] http://www.smartkids.com.br/desenhos-para-colorir/hoje-e-dia-dia-da-pizza.html

[14] http://frontpagesecrets.com/wp-content/uploads/2014/04/clip-art-basic-shapes-pepperoni-pizza-color.jpg

[15] http://3.bp.blogspot.com/-T73BgR9Zc64/UPxgIUxvSmI/AAAAAAAAAKY/XXhuq9kTY0Y/s1600/Pikachu.full.1050975.jpg

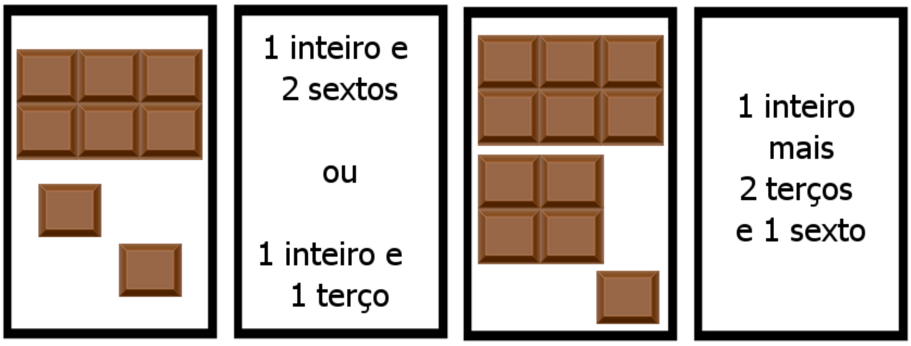
[16] http://images.all-free-download.com/images/graphiclarge/vegetarian_sandwich_115499.jpg

[17] http://comps.fotosearch.com/comp/CSP/CSP994/k15804574.jpg

#### 4.3.2.1 Relatório de Aplicação da Primeira Parte da Atividade 2

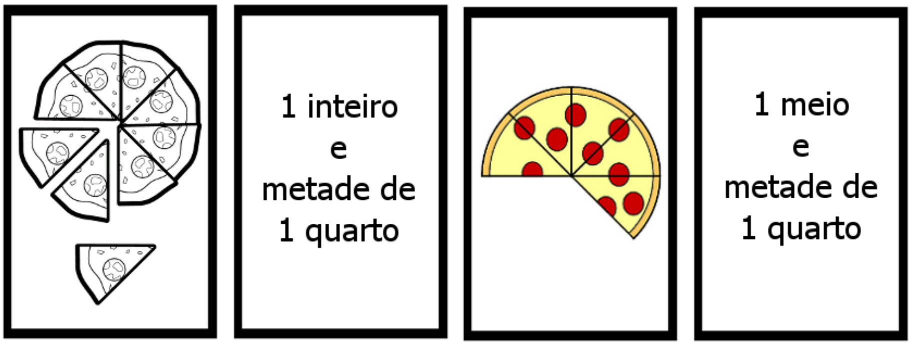
Inicialmente, relembrei com eles o que havíamos visto na atividade da Gincana, eles pareciam lembrar bem das frações estudadas e pensei que já poderia aplicar o jogo sem problemas. Entretanto, ao apresentar o jogo e as regras aos grupos e deixá-los jogar, apenas dois grupos conseguiram jogar praticamente sozinhos, sem precisar muito de minha intervenção. Os demais tiveram muita dificuldade em entender as regras e não me davam oportunidade de explicar, pois estavam dispersos e conversando muito alto. Quando, finalmente, consegui explicar as regras, novamente, eles apresentaram dificuldades em identificar a fração a qual correspondia cada figura e perguntavam, frequentemente, para mim que frações representavam as figuras que possuíam e muitas vezes chutavam o nome. A maioria não relacionava corretamente a figura com a fração que chegavam a perguntar, por exemplo, se numa figura com pedaços de laranja havia determinado número de sextos, sendo que o inteiro foi dividido em quatro partes iguais. Ou seja, eles não compreenderam realmente a ideia de fração. Na lousa eles conseguiram identificar a fração, mas quando viam a figura real não tinham ideia de que fração estaria representada na figura. Outra dificuldade foi identificar na figura dos dois quartos de laranja, que cada um daqueles pedaços era a quarta parte de uma laranja inteira, o mesmo ocorreu em outras figuras com quartos, exceto a de melancia.


Além disso, eles não entenderam que no cartão com os nomes das frações às vezes apresentavam mais de uma opção de nome para determinada fração e que o cartão, que forma par com determinada figura, deve dar nome a cada pedaço do inteiro que é representado na figura e não apenas de uma parte deles.




Outro problema foi o fato de que alguns alunos faltaram na aula da Gincana e não estavam conseguindo acompanhar o jogo e acabavam atrapalhando que ainda estava tentando jogar.

No caso dos oitavos de pizza, ninguém relacionou que estes pedações eram, na realidade, metades de um quarto de pizza.




Assim, seria necessário um trabalho mais prolongado neste tema, visto que a maioria não têm noções básicas sobre frações, evidenciado pela atividade diagnóstica e confirmado pelas grandes dificuldades no jogo. Além disso, as figuras utilizadas no mesmo não mostravam de maneira tão clara, como se pensava, as frações correspondentes.

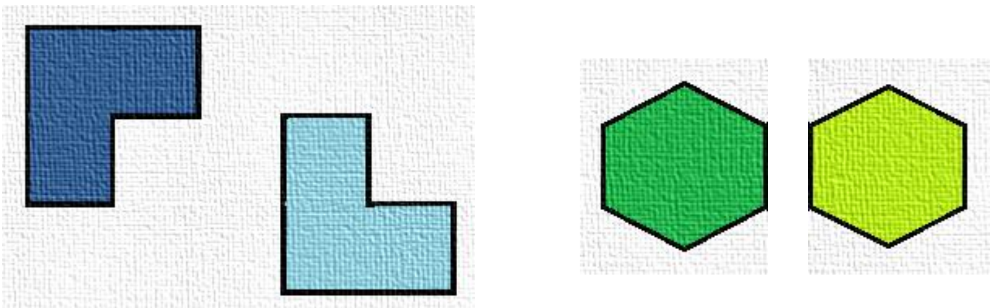
Em vista disso, seria necessário aplicar a primeira parte da atividade novamente, mas como sugerido por minha orientadora, refletindo junto com os alunos sobre cada uma das figuras constantes do jogo, conversando sobre os inteiros correspondentes e as frações representadas em cada uma delas, para que realmente entendessem que o inteiro pode ser qualquer coisa, não só círculos e retângulos.

### 4.3.3 Atividade 3: Montando Frações

**Objetivos:** Esta atividade pretende trabalhar o conceito de fração como parte do todo, fazendo com que os próprios alunos montem figuras representando diversas frações, além de formalizar o estudo das frações equivalentes e introduzir frações com denominadores iguais a 5, 9 e 10.

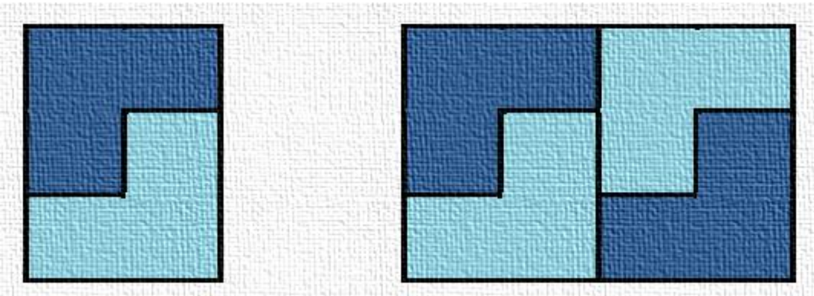
**Tempo:** 6 aulas de 50 min

**Desenvolvimento:** Os grupos de alunos receberão várias peças do formato abaixo, de duas cores diferentes – será indicada a cor das peças que devem ser usadas para indicar as partes do todo.

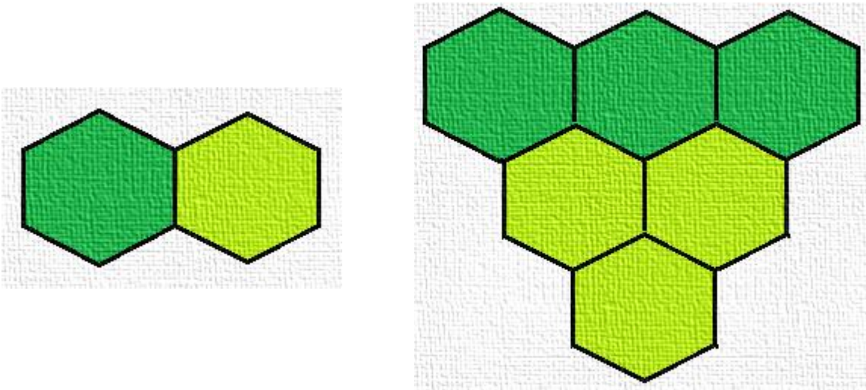


As figuras serão confeccionadas em papel cartão ou outro material. Será pedido que cada grupo monte, fazendo a colagem dessas figuras em folhas, formando diferentes todos, a representação de algumas frações: 1/2, 1/4, 2/4, 2/8, 4/8, 1/3, 2/6, 3/6, 3/9, 1/5, 2/10 e 5/10. As folhas deverão conter a representação, a fração correspondente e seu nome por extenso indicados.

Exemplos:



Na primeira figura, as peças de cor mais clara representam 1/2 da figura toda. E no segundo caso, representam tanto 1/2 quanto 2/4 do mesmo todo.



Na primeira figura, as peças de cor mais clara representam 1/2 da figura toda. E no segundo caso, representam tanto 1/2 quanto 3/6 do mesmo todo.

Várias representações diferentes para a mesma fração poderão surgir e serão discutidas durante a atividade.

Os seguintes questionamentos serão feitos, após esta primeira parte da atividade:

- Há outras formas de representar as mesmas frações utilizando estas peças? Por quê? Quais as diferenças entre as diversas representações?
- É possível representar a fração 1/2 utilizando 4 ou 6 peças? E com 8 ou 10 peças? E com 5 ou 7, é possível? Por quê?
- Há figuras que podem representar mais de uma fração ao mesmo tempo? O que estas frações têm em comum?
- Como podemos encontrar frações equivalentes?

Os alunos deverão identificar as frações equivalentes e anotá-las numa folha. Depois, será pedido que eles encontrem mais frações equivalentes àquelas que eles anotaram e que as registrem na folha ao lado das demais. Em seguida será discutido com a turma:

- Quais frações não são equivalentes entre si? Por quê?
- Como podemos saber se uma fração é maior ou menor do que outra?
- Como eu posso resolver as operações: $\left(\frac{1}{3}+\frac{2}{9}\right)$ e $\left(\frac{4}{5}-\frac{1}{3}\right)$ ?

Em seguida, serão propostos os problemas abaixo para serem resolvidos em dupla:

**Problemas 2**

**1)** Represente 6/9 (seis nonos) de maçãs. Qual é a fração de menor denominador que é equivalente a ela?

**2)** Represente a fração 4/8 (quatro oitavos). Qual é a fração de menor denominador que é equivalente a ela?

**3)** Ramon tinha três limões e meio (3 + 1/2) e usou cinco meios (5/2) para fazer uma limonada. Quantos limões sobraram?

**4)** Para fazer doce de leite, Vanessa gastou um litro e meio de leite e para fazer cocada, gastou um litro e metade de meio litro de leite. Quanto leite ela gastou ao todo?

**5)** Numa pizzaria, Ana comeu três oitavos de pizza, Amanda comeu um quarto de pizza e Sayuri comeu um oitavo de pizza. Quanto de pizza elas comeram juntas?

**6)** Domingos ganhou seis terços (6/3) de barra de chocolate, mas comeu quatro terços (4/3). Quanto restou?

**7)** Artur tinha quatro terços (4/3) de barra de chocolate e ganhou quatro sextos (4/6). Com quanto de barra de chocolate ele ficou?

# 5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

<será elaborado após a conclusão do trabalho>

# REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

[1] ALMEIDA, A. C.; CORRÊA, F. J. S. *O Papiro de Rhind e as Frações Unitárias,* In BRASIL, Ministério da Educação. Explorando o Ensino da Matemática: Artigos. v.1. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/EnsMed/expensmat_icap2.pdf. Acesso em 14 mar. 2014.

[2] ANDRADE, R. L.; LIMA, R. F. *Frações e Números Decimais*. Natal: EDUFRN Editora da UFRN, 2006.

[3] BBC. *A História da Matemática*. Disponível em: http://univesptv.cmais.com.br/a-historia-da-matematica. Acesso em: 14 mar. 2014.

[4] BERTONI, N. E. *A Construção do Conhecimento sobre Número Fracionário*. Disponível em: http://www.redalyc.org/pdf/2912/291221883011.pdf. Acesso em 15 mar. 2014.

[5] BERTONI, N. E. *Frações e Números Fracionários*. Disponível em: http://www.sbembrasil.org.br/files/fracoes.pdf. Acesso em 07 mar. 2014.

[6] BERTONI, N. E. *Um Novo Paradigma no Ensino e Aprendizagem das Frações*. Disponível em: http://www.sbem.com.br/files/viii/pdf/15/PA01.pdf. Acesso em 07 mar. 2014.

[7] BORIN, J. *Jogos e Resolução de Problemas*: uma Estratégia para as Aulas de Matemática. São Paulo: CAEM –IME/USP, 2007.

[8] BRASIL, Ministério da Educação. Guia de Livros Didáticos: Ensino Fundamental – Anos Iniciais. Disponível em: http://www.fnde.gov.br/programas/livro-didatico/guias-do-pnld/item/3773-guia-pnld-2013-%E2%80%93-ensino-fundamental. Acesso em 26 set. 2014.

[9] BRASIL, Ministério da Educação. *Parâmetros Curriculares Nacionais: Terceiro e Quarto Ciclos do Ensino Fundamental - Matemática*. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/matematica.pdf. Acesso em 07 mar. 2014.

[10] BRASIL, Ministério da Educação. *Parâmetros Curriculares Nacionais: Primeiro e Segundo Ciclos do Ensino Fundamental - Matemática*. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/livro03.pdf. Acesso em 25 jun. 2014.

[11] CRUZ, M. S. S.; SPINILLO, A. G. *A Resolução de Adição de Frações por Crianças Através do Referencial "Metade"*. Disponível em: http://www.sbem.com.br/files/viii/pdf/09/CC02169546499.pdf. Acesso em 07 mar. 2014.

[12] DAVID, M. M. M. S.; FONSECA, M. C. F. R. *Sobre o Conceito de Número Racional e a Representação Fracionária*. Disponível em: http://www.pead.faced.ufrgs.br/sites/publico/eixo4/matematica/livros/leituras/numero_racional/06_numero_racional.htm#1. Acesso em 07 mar. 2014.

[13] DRUCK, I. F. *Frações*: Uma Análise de Dificuldades Conceituais. São Paulo: IME–USP, 1994.

[14] EDUCAR. *História da Matemática*: Descobrindo a Fração. Disponível em: http://educar.sc.usp.br/licenciatura/2003/hm/page03.htm. Acesso em: 14 mar. 2014.

[15] GRANDO, R. C. *O Jogo e suas Possibilidades Metodológicas no Processo Ensino-aprendizagem da Matemática*. Disponível em:

http://www.bibliotecadigital.unicamp.br/document/?code=vtls000084233. Acesso em 07 mar. 2014.

[16] HILTON, P. Devemos ensinar frações? Disponível em: http://www.matematicahoje.com.br/telas/educ_mat/artigos/artigos_view.asp?cod=20. Acesso em 10 jun. 2014.

[17] KODAMA, H. M. Y.; SILVA, A. F. *Jogos no Ensino de Matemática*. Disponível em: http://www.ime.usp.br/~iole/jogosnoensinodamatematica.pdf. Acesso em 07 mar. 2014.

[18] LOPES, A. J. *O que Nossos Alunos Podem Estar Deixando de Aprender sobre Frações, Quando Tentamos lhes Ensinar Frações*. Disponível em: http://www.ime.usp.br/~iole/fra%e7%f5es.pdf. Acesso em 07 mar. 2014.

[19] MARCO, F. F. *Jogos*: um Recurso Metodológico para as Aulas de Matemática. Disponível em: http://www.ime.unicamp.br/erpm2005/anais/m_cur/mc08.pdf. Acesso em: 08 mar. 2014.

[20] MOURA, M. O. *O Jogo e a Construção do Conhecimento Matemático*. Disponível em: http://www.crmariocovas.sp.gov.br/pdf/ideias_10_p045-053_c.pdf. Acesso em 07 mar. 2014.

[21] MOURA, M. O. *A Séria Busca no Jogo*: do Lúdico na Matemática. In: KISHIMOTO, T. M. Jogo, Brinquedo, Brincadeira e a Educação. São Paulo: Cortez, 2001. p. 73-87.

[22] SÃO PAULO (Estado), Secretaria da Educação. *Currículo do Estado de São Paulo*: Matemática e suas tecnologias – Fundamental II e Ensino Médio. Disponível em: http://www.educacao.sp.gov.br/a2sitebox/arquivos/documentos/238.pdf. Acesso em 05 mar. 2014.

[23] SÃO PAULO (Estado), Secretaria da Educação. *Currículo do Estado de São Paulo*: Língua Portuguesa e Matemática – Fundamental I. Disponível em: http://www.rededosaber.sp.gov.br/portais/Portals/18/arquivos/proposta_ciclo_I.pdf. Acesso em 25 jun. 2014.

[24] SILVA, M. J. F. *Investigando Saberes de Professores do Ensino Fundamental com Enfoque em Números Fracionários para a Quinta Série*. Disponível em: http://www.ime.usp.br/~iole/significados%20da%20fra%e7%e3o.pdf. Acesso em 07 mar. 2014.

[25] SMOLE, K. S.; DINIZ, M. I.; CÂNDIDO, P. *Cadernos do Mathema*: Jogos de Matemática – de 1º a 5º ano. Porto Alegre: Artmed, 2007.

[26] SMOLE, K. S.; DINIZ, M. I.; MILANI, E. *Cadernos do Mathema*: Jogos de Matemática – de 6º a 9º ano. Porto Alegre: Artmed, 2007.