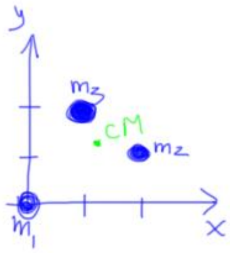
Capítulo 9 – Halliday

Centro de massa

2) Três partículas de massas 3 kg, 4 kg e 8 kg estão posicionadas em (0,0), (2,1) e (1,2) em metros, respectivamente.

a) Qual a posição do centro de massa?
b) Se a massa 3 aumentar continuamente, o CM se aproxima, distância ou permanece à mesma distância de m3?

mesma distância de m3?



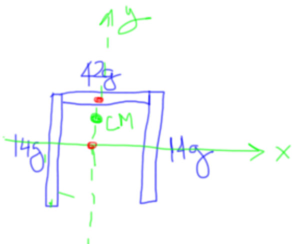
a) $x_{CM} = \frac{1}{M}\sum_{i=1}^{3} m_i x_i = \frac{1}{15}\cdot(3.0+4.2+8.1) = 1,1\ m$

$y_{CM} = \frac{1}{15}(3.0+4.1+8.2) = 1,3\ m$

$\vec{r}_{CM} = 1,1\hat{i} + 1,3\hat{j}\ m$

b) se aproxima de m_3

4) Três barras finas e uniformes, de comprimento L = 22 cm, forma um U invertido. Cada barra vertical tem m = 14 g e a barra superior tem m= 42 g. Quais as coordenadas do centro de massa?



$x_{CM} = 0\ m$

para as barras verticais: $y_{CM_v} = 0\ m$

para a barra horizontal: $y_{CM_h} = 0,11\ m$

para o sistema: $x_{CM} = 0\ cm$

$y_{CM} = \frac{1}{0,07}(0,028.0 + 0,042 \times 0,11) = 0,07\ m$

8) Uma lata homogênea tem massa de 0,140 g, altura de 12 cm e contém 0,354 g de refrigerante. Pequenos furos são feitos na base e na tampa (com perda de massa de alumínio desprezível). Qual é a altura h do centro de massa do sistema:

a) no início

b) após perder todo o líquido

c) o que acontece com h enquanto o líquido está escoando?

d) Se x é a altura de refrigerante que ainda está na lata em um dado instante, determine o valor de x no instante em que o centro de massa atinge o ponto mais baixo.

valor de x no instante em que o centro de massa atinge o ponto mais baixo.

a) $x_{CM} = 0$ (simetria)

$y_{CM} = \frac{h}{2} = 0{,}06\,m$ (simetria)

b) só restando a lata: $x_{CM} = 0\,m$

$y_{CM} = \frac{h}{2} = 0{,}06\,m$

c) enquanto o líquido escoa, y_{CM} começa a descer e depois volta a subir até chegar a 0,06 m quando a lata estiver vazia.

d) M = massa da lata

m = massa de líquido

m_i = massa inicial de líquido

Em um instante qualquer: $m = m_i \cdot \frac{x}{x_i} = m_i \cdot \frac{x}{h}$

$$y_{CM} = \frac{1}{M+m}\left(M \cdot \frac{h}{2} + m\frac{x}{2}\right)$$

$$\Rightarrow y_{CM} = \frac{1}{M + m_i \cdot x/h}\left(\frac{Mh}{2} + \frac{m_i \cdot x^2}{2h}\right)$$

para encontrar x que faz com que y_{CM} seja mínimo:

$\frac{dy_{CM}}{dx} = 0 \rightarrow$ e resolver p/ x

$$\frac{dy_{CM}}{dx} = \frac{4Mm_i h(x-h) + 2m_i^2 \cdot x^2}{4\,(Mh+mx)^2} = 0$$

$$\Rightarrow m_i x^2 + 2Mm_i h - 2Mm_i h = 0$$

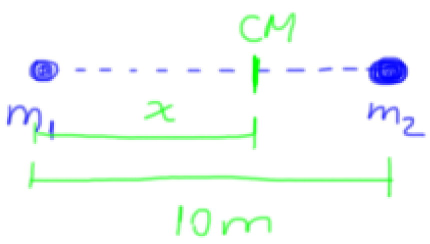
$$\Rightarrow x = \frac{Mh}{m}\left(1 + \sqrt{1 + \frac{m_i}{M}}\right)$$

substituindo esse valor de x na equação de y_{CM}:

$y_{CM} = 4,2$ cm $\rightarrow$ mais baixo

12) Dois patinadores estão em uma pista de gelo, a 10 m um do outro, e ambos seguram cada um em uma extremidade de uma barra de massa desprezível. Os dois vão se puxando para se encontrarem. Se um tem 40kg e o outro 65 kg, qual a distância percorrida pelo patinador de 40 kg antes que os dois se encontrem?

Como não há forças externas sobre o sistema, o CM permanece parado.



$$m_1 \cdot x = m_2 \cdot (10 - x)$$

$$40x = 65 \cdot (10 - x)$$

$$\Rightarrow \boxed{x = 6,2\,m}$$