

# Avaliação 1

## Projeto no plano Z

---

### 1.1 Instruções

Dentro da programação especial do curso para o período sem atividades presenciais do primeiro semestre de 2019 estão previstas duas atividades avaliativas. A primeira, descrita neste documento, versa sobre projeto e validação de controladores usando o plano Z.

Siga a sequência de atividades propostas, incluindo projetos e simulações, e prepare um relatório conforme as indicações e sugestões apresentadas. Consolide o relatório em um único arquivo e entregue-o usando o link disponível no sistema e-disciplinas.

**IMPORTANTE:** O prazo final para entrega do relatório é 14/06/2020 às 23h.

O formato preferencial para entrega é PDF. Outros formatos também são aceitáveis, mas evite entregar nos formatos do MS-Word (doc ou docx), pois frequentemente formatação e figuras se perdem ao abrir estes tipos de arquivo em computadores diferentes daqueles em que eles foram produzidos. Caso seja impossível consolidar o relatório em um único arquivo, consolide os diferentes arquivos gerados em um arquivo zip.

O critério para avaliação será o seguinte:

% nota	Item	Observação
20%	Clareza, organização e legibilidade	<p>Note que este item não avalia aspectos estéticos.</p> <p><b>Clareza:</b> Está dito de forma clara o que se está mostrando em cada trecho do relatório? Figuras, parâmetros e resultados estão devidamente referenciados no texto? É possível entender sem esforço o conteúdo do relatório? Eventuais referências estão claramente relacionadas? São feitas referências a dados, fatos, etc. que só serão evidentes posteriormente na leitura do texto? Quando é feito algum desenvolvimento matemático, fica claro o que se deseja, o que está sendo feito e porquê? Os gráficos estão devidamente legendados?</p> <p><b>Organização:</b> É possível encontrar sem esforço todas as informações necessárias ao entendimento do relatório ao longo do texto? O texto tem começo, meio e fim? Os objetivos estão claramente enunciados? É possível se saber onde se está e aonde se vai chegar ao longo do texto? Gráficos e figuras estão apresentados de maneira coerente e consistente? A itemização do relatório é adequada?</p> <p><b>Legibilidade:</b> O texto é legível (especialmente se for um manuscrito escaneado ou fotografado - que é perfeitamente aceitável)? É possível ler e compreender os gráficos? A formatação do arquivo enviado prejudica a leitura?</p>
35%	Projeto A - Alocação de polos	<p><b>Pontos avaliados:</b> Correta apresentação do problema; Correta formulação e apresentação dos requisitos de projeto; Desenvolvimento do projeto (memorial de cálculo); Obtenção de resultados; Apresentação dos resultados.</p>

% nota	Item	Observação
35%	Projeto B - Deadbeat	<b>Pontos avaliados:</b> Correta apresentação do problema; Correta formulação e apresentação dos requisitos de projeto; Desenvolvimento do projeto (memorial de cálculo); Obtenção de resultados; Apresentação dos resultados.
10%	Comparação entre projetos e conclusão	<b>Pontos avaliados:</b> Correta e adequada apresentação dos critérios de comparação; Correta comparação dos resultados; Pertinência e corretismo das conclusões.

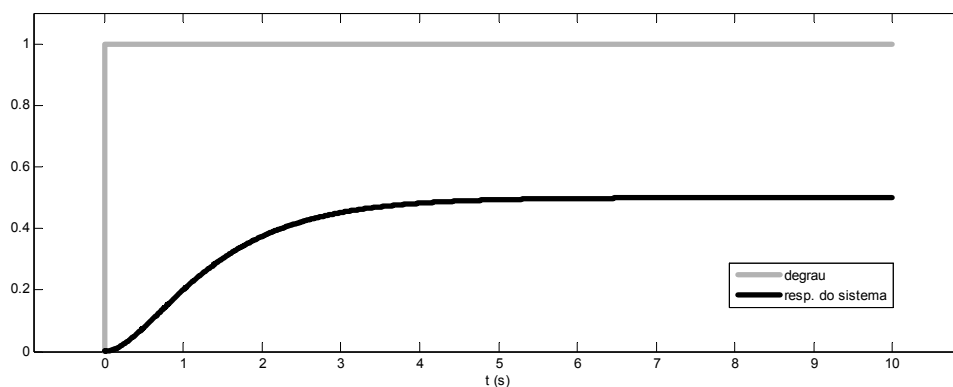
Finalmente, tirar dúvidas ou discutir este projeto com os colegas é perfeitamente aceitável e até encorajado, mas plágio não. O relatório e eventuais códigos de computador devem ser produzidos **individualmente**.

## 1.2 Apresentação do problema

Considere a seguinte função de transferência.

$$G_p(s) = \frac{1}{(s+1)(s+2)}. \quad (1.1)$$

A resposta ao degrau de  $G_p(s)$  pode ser vista na Figura 1.1.



**Figura 1.1** Resposta da planta a um degrau unitário

Note que há um pronunciado erro de regime e que o tempo de acomodação (a 2%) é de aproximadamente 4,6s.

O objetivo do projeto será produzir um sistema de controle que elimine o erro de regime para o sistema em malha fechada e reduza significativamente o tempo de acomodação.

O controlador será discreto, operando a uma frequência de amostragem de 4Hz, e duas abordagens de projeto serão adotadas: (A) projeto discreto por alocação de polos e (B) controle deadbeat.

## 1.3 Projeto A - Alocação de polos

### 1.3.1 Requisitos do projeto

Para o projeto por alocação de polos, teremos os seguintes requisitos:

- i) O sistema em malha fechada deverá apresentar erro nulo a um degrau aplicado na referência.
- ii) O sistema em malha fechada deverá ser de segunda ordem.

Esse requisito se justifica porque, em primeiro lugar, é possível fazer com que o sistema em malha fechada seja de segunda ordem (como se pode ver no item 1.3.2) e em segundo lugar porque daí será possível usar as conhecidas fórmulas de tempo de acomodação e sobressinal para sistemas de segunda ordem da forma padrão

$$\frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2}.$$

iii) Tempo de acomodação de 2,0s (a 2%).

Lembrando que para sistemas de segunda ordem da forma padrão, o tempo de acomodação  $t_s$  é dado por

$$t_s \cong \frac{4}{\xi\omega_n}. \quad (1.2)$$

iv) Sobressinal de 20%.

É conveniente indicar um valor para o sobressinal, pois sistemas de segunda ordem sem comportamento oscilatório tendem a ter resposta muito lenta. Aceitar um sobressinal relativamente pequeno leva a um bom compromisso entre velocidade de resposta e comportamento modestamente oscilatório.

Lembrando que para sistemas de segunda ordem da forma padrão, o sobressinal  $M_p$  expresso em % (i.e. para um sobressinal de 20% deve-se ter  $M_p = 20$ ) é dado por

$$M_p = 100 \cdot e^{\frac{-\xi\pi}{\sqrt{1-\xi^2}}}. \quad (1.3)$$

### 1.3.2 Concepção do controlador

A planta  $G_p(s)$  é de tipo 0 (sem polos na origem), portanto não apresentará erro nulo ao degrau a menos que o controlador adotado aumente o tipo da função de transferência de malha aberta. Esse é um argumento válido tanto para a planta contínua como para o seu equivalente discreto. Ao mesmo tempo, para que os requisitos de tempo de acomodação e sobressinal sejam atendidos, será necessário que o sistema em malha fechada seja de segunda ordem e que seus polos se situem em posições bem determinadas no plano S (a saber em  $-(\xi\omega_n \pm \omega_n\sqrt{1-\xi^2})$ ) ou em suas posições correspondentes no plano Z.

O seguinte compensador discreto é capaz de atender a esses requisitos.

$$G_c(z) = K_c \cdot \frac{(z + \alpha_1)(z + \alpha_2)}{(z + \beta_1)(z + \beta_2)}. \quad (1.4)$$

A ideia geral é:

- i) Substituir um dos polos da planta discretizada (o mais próximo do ponto  $z = 1$  no plano Z) por um polo do compensador em  $z = 1$ . Para isso basta fazer  $-\alpha_1$  igual ao polo que se deseja cancelar e  $\beta_1 = -1$ .
- ii) Substituir o outro polo da planta discretizada por um polo do compensador em uma posição mais adequada no plano Z, de modo a fazer com que o lugar geométrico das raízes do sistema passe pelas posições desejadas. Para isso basta fazer  $-\alpha_2$  igual ao polo da planta que se deseja cancelar e  $-\beta_2$  igual ao polo de malha aberta desejado.
- iii) Ajustar o ganho  $K_c$  do compensador de modo que os polos do sistema em malha fechada se situem exatamente nas posições desejadas.

Como os zeros de  $G_c(z)$  cancelam os polos da planta discretizada, o sistema em malha fechada resultante é de segunda ordem, de modo que é possível associar os polos de malha fechada com os requisitos de projeto através de (1.2) e (1.3).

### 1.3.3 Verificação e validação do projeto

Verificação, neste caso, pode ser entendida como o procedimento que garante que o projeto foi executado de modo a atender os requisitos, isto é, que todas as etapas foram corretamente executadas e que os resultados pretendidos, dentro das premissas, foram alcançados. Para isso verificaremos se os requisitos i) a iv) foram atingidos.

Validação, neste caso, pode ser entendida como o procedimento que garante que o projeto efetivamente atende às expectativas, isto é, que de fato o sistema de controle funciona como deveria.

A verificação e validação deste projeto será feita através de simulações.

O procedimento de verificação consistirá em simular a resposta a um degrau unitário com o sistema discreto em malha fechada (controlador discreto controlando a planta discretizada), de acordo com as premissas de projeto.

O procedimento de validação consistirá em simular a resposta a um degrau unitário com o sistema de controle como ele deverá ser efetivamente utilizado, isto é, com um controlador discreto controlando a planta contínua.

### 1.3.4 Etapas do projeto

Siga as seguintes etapas de projeto. Procedimentos não necessários para a execução do projeto, mas que deverão ser obrigatoriamente incluídos no relatório estão assinalados.

- a) Discretize a planta (1.1) utilizando o método do segurador de ordem zero.

Sugestão: use o comando 'c2d' do Matlab com opção 'zoh'.

- b) Obtenha os valores de  $\xi$  e  $\omega_n$  e os polos discretos de malha fechada equivalentes.

- c) (OBRIGATÓRIO) Trace o lugar geométrico das raízes da planta discretizada  $G_p(z)$  e assinale os polos de malha fechada desejados no diagrama. Verifique se o diagrama passa pela posição desses polos.

Sugestão: use o comando 'rlocus' do Matlab.

- d) Obtenha o compensador com a estrutura dada por (1.4) conforme o item 1.3.2. Identifique claramente os parâmetros do compensador.

Sugestão: Verifique as notas de aula. Há lá um exemplo de projeto muito similar a este.

- e) (OBRIGATÓRIO) Trace o lugar geométrico das raízes da função de transferência de malha aberta  $G_p(z) \cdot G_c(z)$  (aplique todos os cancelamentos exigidos) e verifique se o diagrama passa pelos polos de malha fechada desejados.

- f) VERIFICAÇÃO (OBRIGATÓRIO): Trace os gráficos da saída do controlador e da saída da planta para um degrau unitário no setpoint no ambiente de verificação (controlador discreto e planta discreta).

Sugestão: Use o Simulink (o diagrama 'deadbeat1.mdl' do kit do curso é similar ao necessário para este item).

- g) VALIDAÇÃO (OBRIGATÓRIO): Trace os gráficos da saída do controlador e da saída da planta para um degrau unitário no setpoint no ambiente de validação (controlador discreto e planta contínua).

Sugestão: Use o Simulink. Note que blocos 'rate transition' do Simulink são utilizados para simular os conversores A/D e D/A (como no diagrama 'deadbeat1.mdl' do kit do curso). A opção 'Ensure data integrity during data transfer' desses blocos deve estar desabilitada.

- h) (OBRIGATÓRIO) Analise o resultado obtido e compare os resultados dos procedimentos de verificação e validação.

## 1.4 Projeto B - Deadbeat

### 1.4.1 Requisitos do projeto

Não é possível ou mesmo conveniente, dada a metodologia de projeto do controlador deadbeat, usar os mesmos requisitos do caso anterior.

Assim requisitos alternativos e similares serão adotados:

- i) O sistema em malha fechada deverá apresentar erro nulo a um degrau aplicado na referência.
- ii) O valor final deverá ser atingido em 2,0s.

### 1.4.2 Concepção do controlador

O modo mais simples, mas talvez não o melhor, de fazer o controlador deadbeat satisfazer os requisitos acima é adotar a seguinte função objetivo do tipo FIR para o sistema em malha fechada.

$$G_{mf}(z) = z^{-q} \quad (1.5)$$

com  $q = 8$  para que o valor final seja atingido em oito períodos de amostragem, correspondentes a 2,0s, já que a frequência de amostragem é 4Hz.

O compensador deadbeat  $G_{db}(z)$  então pode ser calculado a partir de (1.1) e (1.5) como

$$G_{db}(z) = \frac{1}{G_p(z)} \cdot \frac{G_{mf}(z)}{1 - G_{mf}(z)} = \frac{1}{G_p(z)} \cdot \frac{z^{-8}}{1 - z^{-8}} = \frac{1}{G_p(z)} \cdot \frac{1}{z^8 - 1} \quad (1.6)$$

a menos de outras restrições, como eliminar cancelamentos indevidos de polos ou zeros, etc.

### 1.4.3 Verificação e validação do projeto

O mesmo procedimento de V&V do outro projeto será utilizado.

### 1.4.4 Etapas do projeto

Siga as seguintes etapas de projeto. Procedimentos não necessários para a execução do projeto, mas que deverão ser obrigatoriamente incluídos no relatório estão assinalados.

- a) Verifique se é necessário incluir mais restrições ao projeto (como impedir cancelamentos indevidos de polos ou zeros) e calcule  $G_{db}(z)$  conforme (1.6).

Dica: Se você utilizar o Matlab com objetos de modelo (e.g. criando sistemas com comandos como 'tf' ou 'zpk'), é possível calcular (1.6) diretamente no Matlab. Por exemplo, esta sequência de comandos define uma função de transferência de malha aberta e calcula a malha fechada correspondente.

```
>> Gma = tf([1], [1 1]);
>> Gmf = Gma / (1 + Gma);
```

É necessário porém tomar cuidado. Às vezes polos e zeros iguais não são cancelados por erros de arredondamento. É preciso sempre checar os resultados obtidos.

- b) VERIFICAÇÃO (OBRIGATÓRIO): Trace os gráficos da saída do controlador e da saída da planta para um degrau unitário no setpoint no ambiente de verificação (controlador discreto e planta discreta).

Sugestão: Use o Simulink (o diagrama 'deadbeat1.mdl' do kit do curso é similar ao necessário para este item).

- c) **VALIDAÇÃO (OBRIGATÓRIO):** Trace os gráficos da saída do controlador e da saída da planta para um degrau unitário no setpoint no ambiente de validação (controlador discreto e planta contínua).

Sugestão: Use o Simulink. Note que blocos 'rate transition' do Simulink são utilizado para simular os conversores A/D e D/A (como no diagrama 'deadbeat1.mdl' do kit do curso). A opção 'Ensure data integrity during data transfer' desses blocos deve estar desabilitada.

- d) **(OBRIGATÓRIO)** Analise o resultado obtido e compare os resultados dos procedimentos de verificação e validação.

## 1.5 Comparação dos projetos

- a) Compare os projetos A e B tendo em vista tanto a saída da planta como a saída do controlador (especialmente as suas amplitudes relativas).
- b) **(OBRIGATÓRIO)** Proponha uma solução para que o controlador deadbeat apresente um menor esforço de controle com pouco prejuízo para os requisitos de projeto.

OBS. Não é necessário implementar a solução, mas apenas embasá-la com bons argumentos.

## 1.6 Sugestão de apresentação

Produza um relatório com as etapas de projeto claramente inteligíveis e com destaque para resultados intermediários importantes.

Produza e apresente os gráficos de maneira a facilitar a comparação visual dos resultados (mesma escala para gráficos similares, colocar curvas a serem comparadas lado a lado, etc.).

Coloque argumentos curtos e precisos nos comentários e conclusões (evite floreios, argumentos que não possuam embasamento ou não possam ser justificados pelos resultados, evite termos vagos).

Evite incluir textos desnecessários (por exemplo, incluir o conteúdo deste documento no relatório).

(RPM, V2020a)