MAE0121 - Introdução à Probabilidade e Estatística I
Exercćios 8

Vanderlei da Costa Bueno

1. A função densidade de probabilidade de (X, Y) é

$$f(x, y) = cye^{-yx}e^{-y}, \quad 0 < x < \infty, 0 < y < \infty.$$

A) Calcule o valor de c para que $f(x, y)$ seja uma função densidade de probabilidade.

B) Calcule $E[X|Y = y]$.

C) Verifique, neste exercÃcio, que $E\{E[X|Y]\} = E[X]$.

D) Verifique se X e Y são independentes.

E) Calcule o coeficiente de correlação linear entre X e Y.

2. Se X e Y são variáveis aleatórias com função densidade de probabilidade

$$f(x, y) = e^{-(x+y)}, \quad 0 < x < \infty, 0 << y < \infty.$$

A) Calcular $P(0 \leq X \leq 2)$;

B) Calcular $P(0 \leq X + Y \leq 2)$

C) Qual a distribuição de $E[X|Y]$?

3. Se X tem distribuição uniforme no intervalo $(0, 1)$, qual a função de distribuição e a função densidade de probabilidade de $Z = -\ln X$?

Se Z tem distribuição exponencial padrão, de parâmetro $\lambda = 1$, qual a função de distribuição e a função densidade de probabilidade de $X = \ln Z$?

4. A) Se X_i tem distribuição normal com média μ_i e variância σ_i^2, $i = 1, 2, ..., 10$ e sÃ£o independentes, use a função geradora de momentos para provar que $X_1 + X_2 + ... + X_{10}$ tem distribuição normal com média $\mu_1 + \mu_2 + ... + \mu_{10}$ e variância $\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + ... + \sigma_{10}^2$

B) Se na parte A) as médias e as variâncias são iguais, qual a distribuição de $\frac{\Sigma_{i=1}^{10} X_i}{10}$?

5. Seja X e Y variáveis aleatórias independentes com distribuições exponenciais de parâmetros λ e μ, respectivamente. Calcular a função densidade de probabilidade e a função de distribuição de $Z = \max\{X, Y\}$.