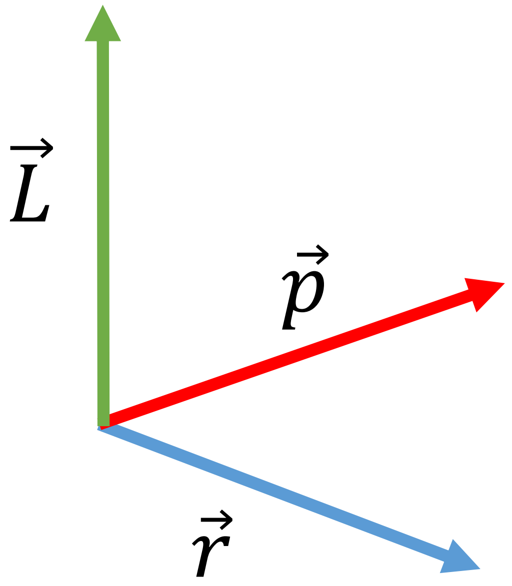
Momento Angular

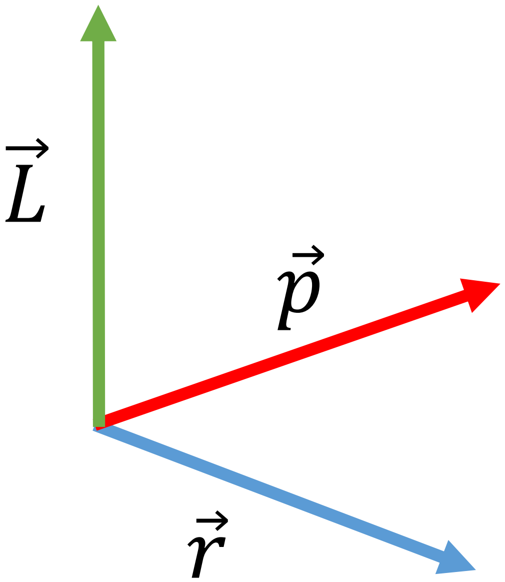
21-05

Momento Angular



$$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p} = m(\vec{r} \times \vec{v})$$

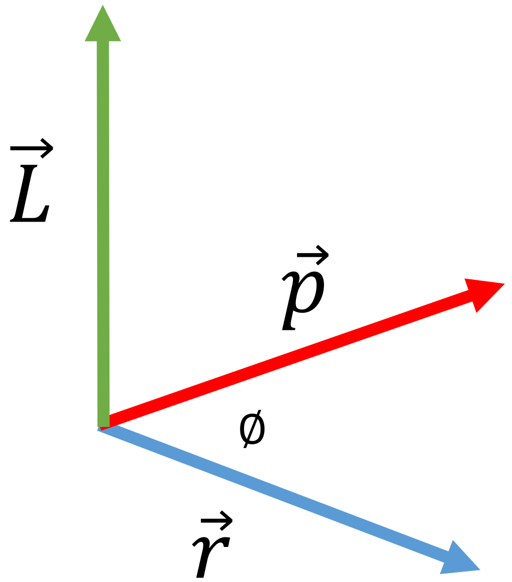
Momento Angular



$$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p} = m(\vec{r} \times \vec{v})$$

$$L = r.p.sen\emptyset$$

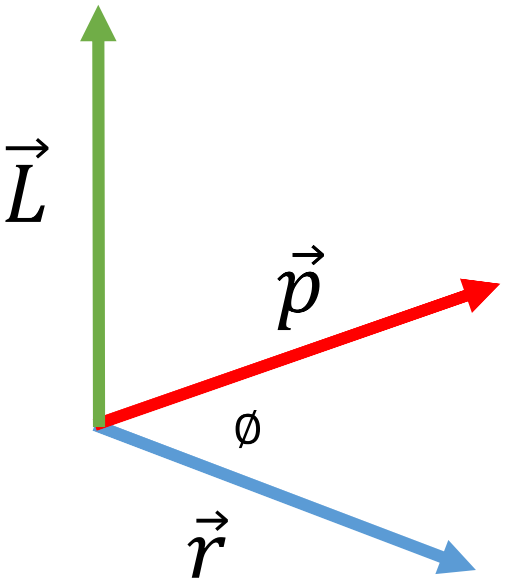
Momento Angular



$$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p} = m(\vec{r} \times \vec{v})$$

$$L = r.p.sen\emptyset$$

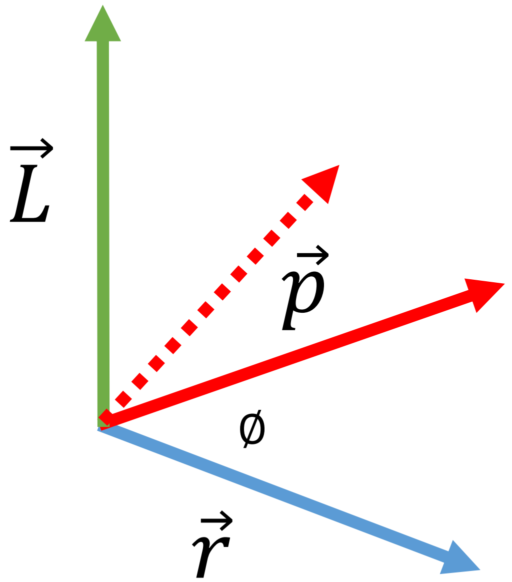
Momento Angular



$$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p} = m(\vec{r} \times \vec{v})$$

$$L = r.mv.sen\emptyset$$

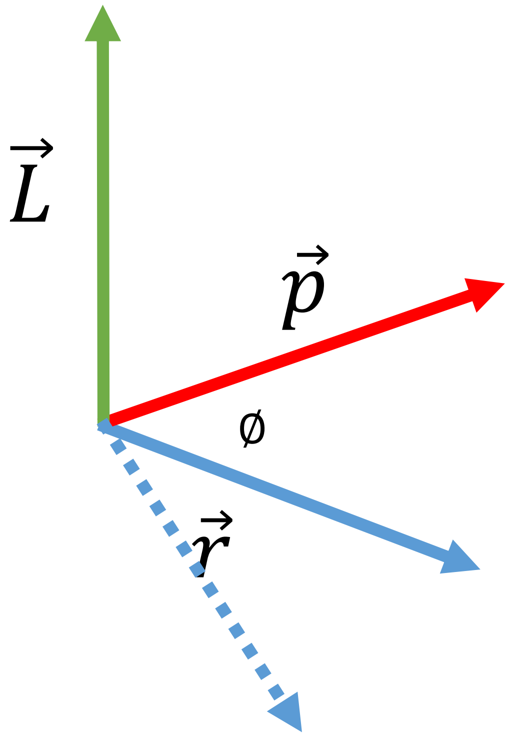
Momento Angular



$$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p} = m(\vec{r} \times \vec{v})$$

$$L = r.mv.sen\emptyset$$

Momento Angular



$$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p} = m(\vec{r} \times \vec{v})$$

$$L = r.mv.sen\emptyset$$

Segunda Lei de Newton para Rotações

$$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p} = m(\vec{r} \times \vec{v})$$

Segunda Lei de Newton para Rotações

$$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p} = m(\vec{r} \times \vec{v})$$

$$\vec{L} = m(\vec{r} \times \vec{v})$$

Segunda Lei de Newton para Rotações

$$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p} = m(\vec{r} \times \vec{v})$$

$$\frac{d}{dt} \quad \vec{L} = m(\vec{r} \times \vec{v})$$

Segunda Lei de Newton para Rotações

$$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p} = m(\vec{r} \times \vec{v})$$

$$\vec{L} = m(\vec{r} \times \vec{v})$$

$$\frac{d}{dt}\vec{L} = m\frac{d}{dt}(\vec{r} \times \vec{v})$$

Segunda Lei de Newton para Rotações

$$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p} = m(\vec{r} \times \vec{v})$$

$$\vec{L} = m(\vec{r} \times \vec{v})$$

$$\frac{d}{dt}\vec{L} = m\frac{d}{dt}(\vec{r} \times \vec{v}) = m(\vec{r} \times \frac{d\vec{v}}{dt} + \frac{d\vec{r}}{dt} \times \vec{v})$$

Segunda Lei de Newton para Rotações

$$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p} = m(\vec{r} \times \vec{v})$$

$$\vec{L} = m(\vec{r} \times \vec{v})$$

$$\frac{d}{dt}\vec{L} = m\frac{d}{dt}(\vec{r} \times \vec{v}) = m(\vec{r} \times \frac{d\vec{v}}{dt} + \frac{d\vec{r}}{dt} \times \vec{v})$$

Segunda Lei de Newton para Rotações

$$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p} = m(\vec{r} \times \vec{v})$$

$$\vec{L} = m(\vec{r} \times \vec{v})$$

$$\frac{d}{dt}\vec{L} = m\frac{d}{dt}(\vec{r} \times \vec{v}) = m(\vec{r} \times \frac{d\vec{v}}{dt} + \frac{d\vec{r}}{dt} \times \vec{v})$$

$$\frac{d}{dt}\vec{L} = m(\vec{r} \times \vec{a} + \vec{v} \times \vec{v})$$

Segunda Lei de Newton para Rotações

$$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p} = m(\vec{r} \times \vec{v})$$

$$\vec{L} = m(\vec{r} \times \vec{v})$$

$$\frac{d}{dt}\vec{L} = m\frac{d}{dt}(\vec{r} \times \vec{v}) = m(\vec{r} \times \frac{d\vec{v}}{dt} + \frac{d\vec{r}}{dt} \times \vec{v})$$

$$\frac{d}{dt}\vec{L} = m(\vec{r} \times \vec{a} + \cancel{\vec{v} \times \vec{v}}) =$$

Segunda Lei de Newton para Rotações

$$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p} = m(\vec{r} \times \vec{v})$$

$$\vec{L} = m(\vec{r} \times \vec{v})$$

$$\frac{d}{dt}\vec{L} = m\frac{d}{dt}(\vec{r} \times \vec{v}) = m\left(\vec{r} \times \frac{d\vec{v}}{dt} + \frac{d\vec{r}}{dt} \times \vec{v}\right)$$

$$\frac{d}{dt}\vec{L} = m(\vec{r} \times \vec{a} + \cancel{\vec{v} \times \vec{v}}) = m(\vec{r} \times \vec{a})$$

Segunda Lei de Newton para Rotações

$$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p} = m(\vec{r} \times \vec{v})$$

$$\vec{L} = m(\vec{r} \times \vec{v})$$

$$\frac{d}{dt}\vec{L} = m\frac{d}{dt}(\vec{r} \times \vec{v}) = m(\vec{r} \times \frac{d\vec{v}}{dt} + \frac{d\vec{r}}{dt} \times \vec{v})$$

$$\frac{d}{dt}\vec{L} = m(\vec{r} \times \vec{a} + \cancel{\vec{v} \times \vec{v}}) = m(\vec{r} \times \vec{a}) = \vec{r} \times \overrightarrow{F_{Res}}$$

Segunda Lei de Newton para Rotações

$$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p} = m(\vec{r} \times \vec{v})$$

$$\vec{L} = m(\vec{r} \times \vec{v})$$

$$\frac{d}{dt}\vec{L} = m\frac{d}{dt}(\vec{r} \times \vec{v}) = m\left(\vec{r} \times \frac{d\vec{v}}{dt} + \frac{d\vec{r}}{dt} \times \vec{v}\right)$$

$$\frac{d}{dt}\vec{L} = m(\vec{r} \times \vec{a} + \cancel{\vec{v} \times \vec{v}}) = m(\vec{r} \times \vec{a}) = \vec{r} \times \overrightarrow{F_{Res}}$$

Quem é?

Segunda Lei de Newton para Rotações

$$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p} = m(\vec{r} \times \vec{v})$$

$$\frac{d}{dt}\vec{L} = \vec{r} \times \overrightarrow{F_{Res}} = \vec{\tau}$$

Segunda Lei de Newton para Rotações

$$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p} = m(\vec{r} \times \vec{v})$$

$$\frac{d}{dt}\vec{L} = \vec{r} \times \overrightarrow{F_{Res}} = \vec{\tau}$$

$$\overrightarrow{\tau_{Res}} = \frac{d}{dt}\vec{L}$$

Segunda Lei de Newton para Rotações

$$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p} = m(\vec{r} \times \vec{v})$$

$$\frac{d}{dt}\vec{L} = \vec{r} \times \overrightarrow{F_{Res}} = \vec{\tau}$$

$$\overrightarrow{\tau_{Res}} = \frac{d}{dt}\vec{L}$$

Lembrando (mostrando similaridade):

Segunda Lei de Newton para Rotações

$$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p} = m(\vec{r} \times \vec{v})$$

$$\frac{d}{dt}\vec{L} = \vec{r} \times \overrightarrow{F_{Res}} = \vec{\tau}$$

$$\overrightarrow{\tau_{Res}} = \frac{d}{dt}\vec{L}$$

Lembrando (mostrando similaridade): $\overrightarrow{F_{Res}} = \frac{d}{dt}\vec{p}$

Segunda Lei de Newton para Rotações

$$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p} = m(\vec{r} \times \vec{v})$$

$$\frac{d}{dt}\vec{L} = \vec{r} \times \overrightarrow{F_{Res}} = \vec{\tau}$$

$$\overrightarrow{\tau_{Res}} = \frac{d}{dt}\vec{L}$$

Rotação

Lembrando (mostrando similaridade): $$\overrightarrow{F_{Res}} = \frac{d}{dt}\vec{p}$$

Transalação

Momento angular – sistema de partícula

$$\frac{d}{dt}\vec{L} = \sum_{i=1}^{n} \frac{d\overrightarrow{l_i}}{dt}$$

Momento angular – sistema de partícula

$$\frac{d}{dt}\vec{L} = \sum_{i=1}^{n} \frac{d\overrightarrow{l_i}}{dt} = \sum_{i=1}^{n} \vec{\tau}$$

Momento angular – sistema de partícula

$$\frac{d}{dt}\vec{L} = \sum_{i=1}^{n} \frac{d\overrightarrow{l_i}}{dt} = \sum_{i=1}^{n} \vec{\tau}$$

$$\overrightarrow{\tau_{Res}} = \frac{d}{dt}\vec{L}$$

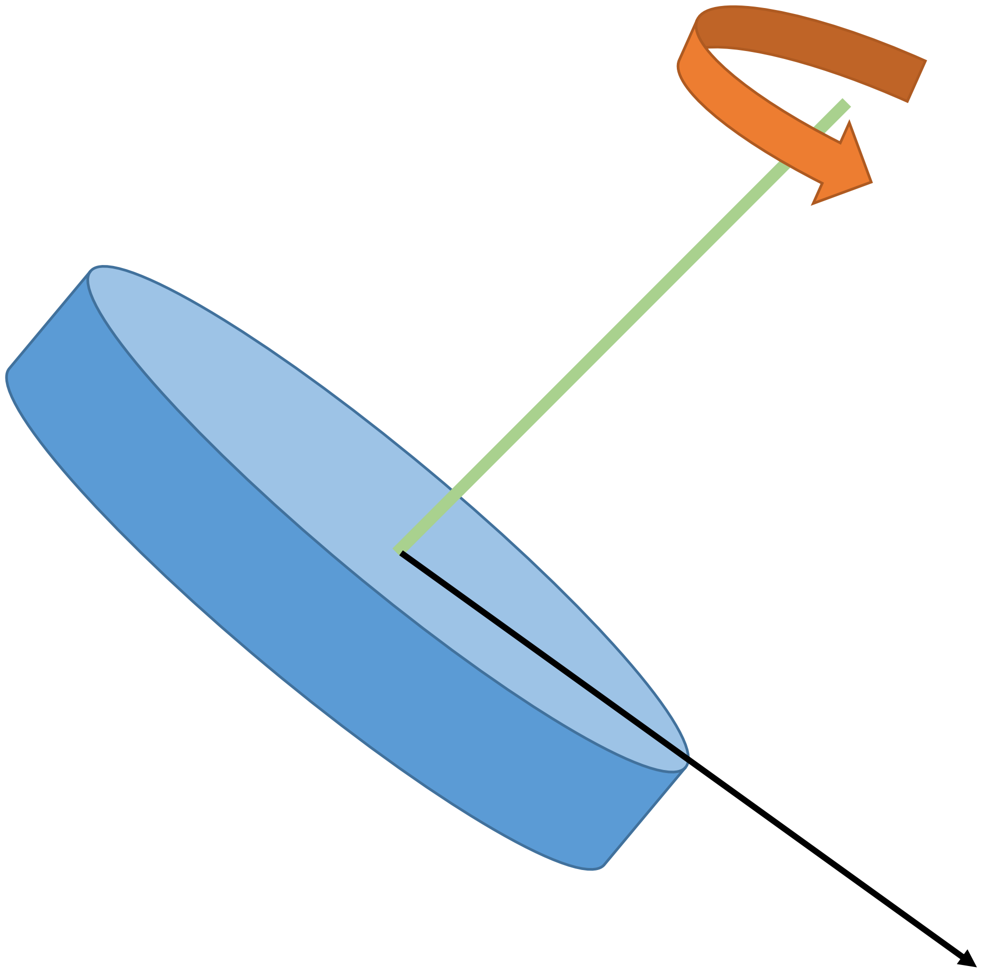
Momento angular – sistema de partícula

$$\frac{d}{dt}\vec{L} = \sum_{i=1}^{n} \frac{d\overrightarrow{l_i}}{dt} = \sum_{i=1}^{n} \vec{\tau}$$

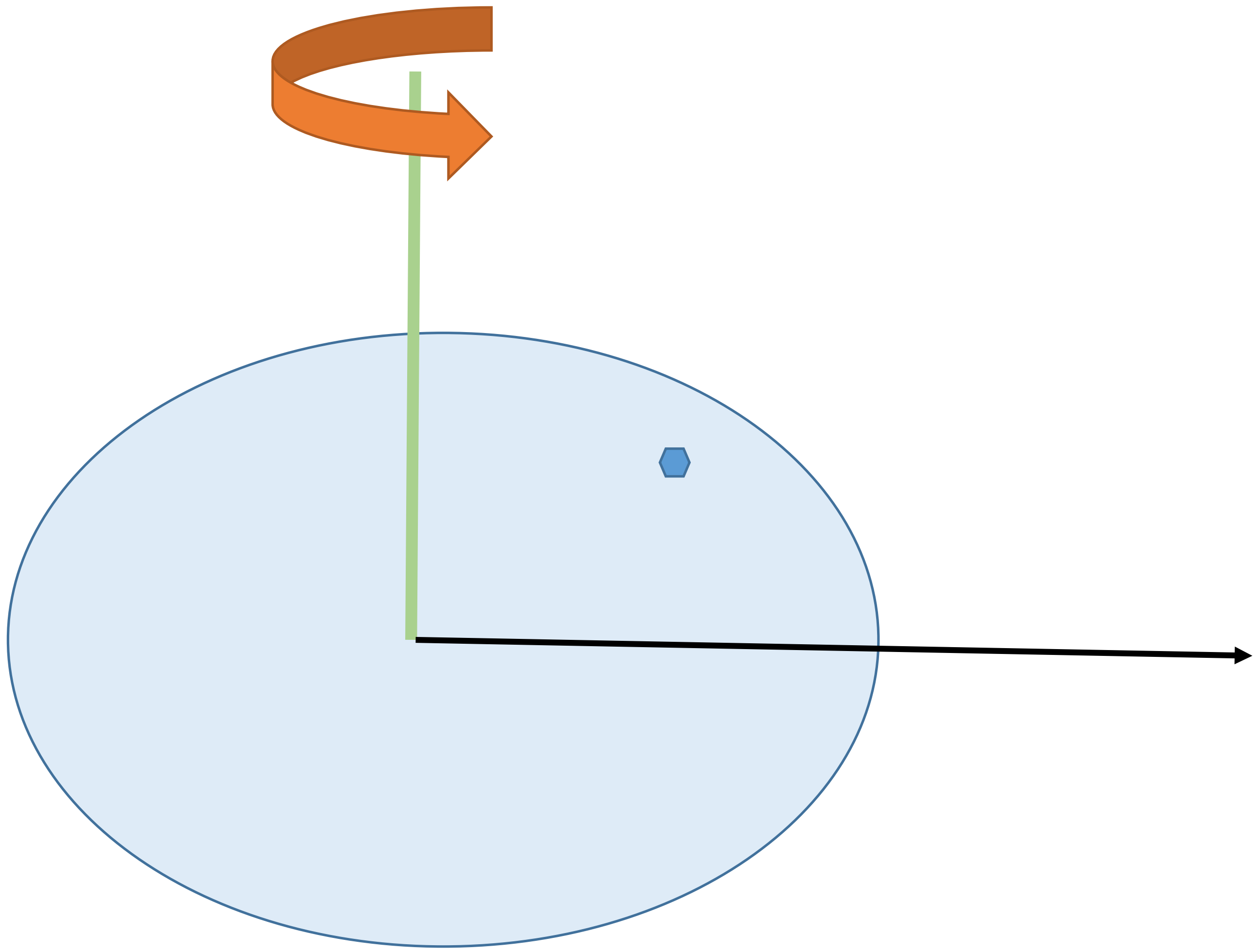
$$\overrightarrow{\tau_{Res}} = \frac{d}{dt}\vec{L}$$

"O torque externo resultante que age sobre um sistema de partículas é igual à taxa de variação com o tempo do momento angular total L do sistema."

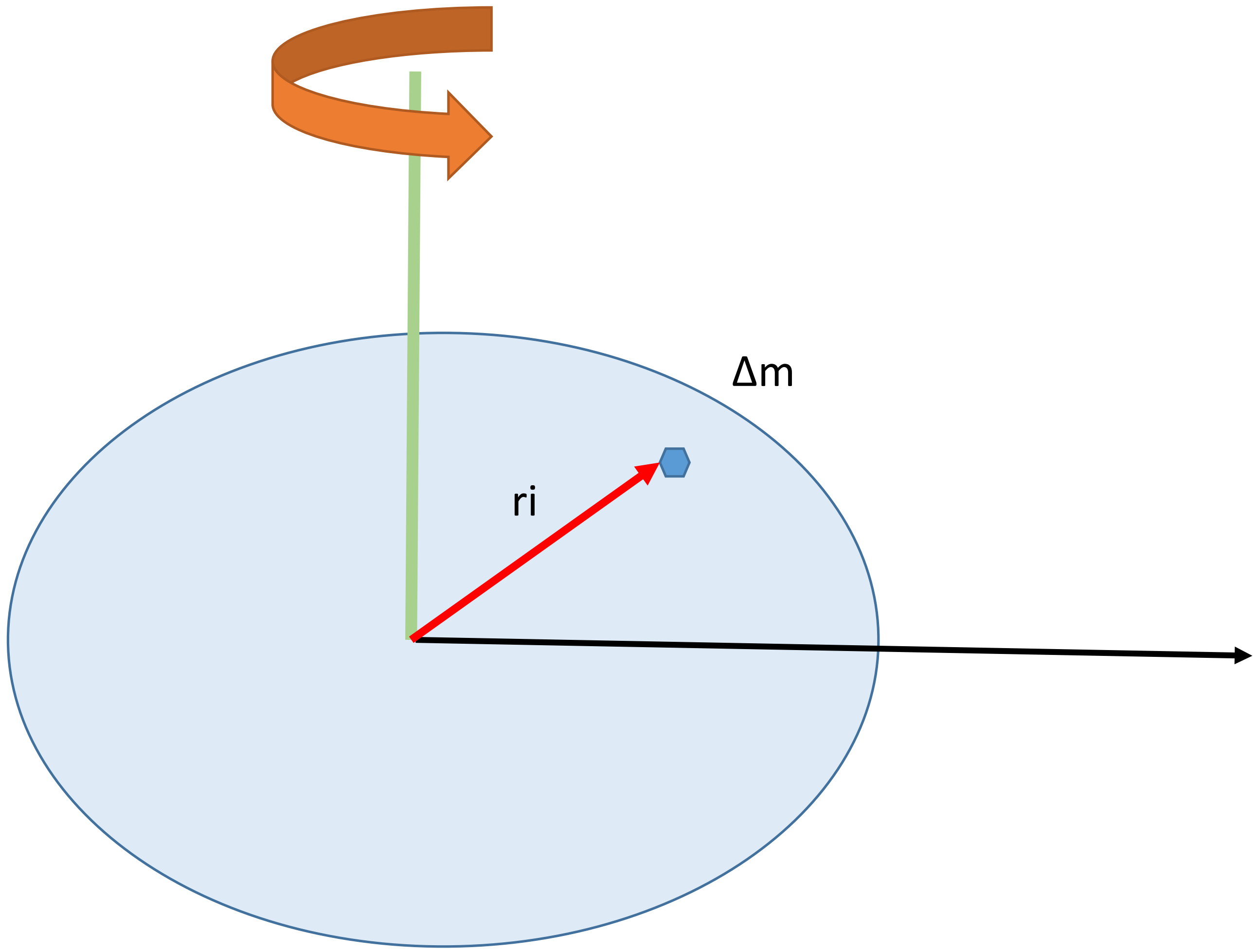
Momento angular – corpo rígido girando



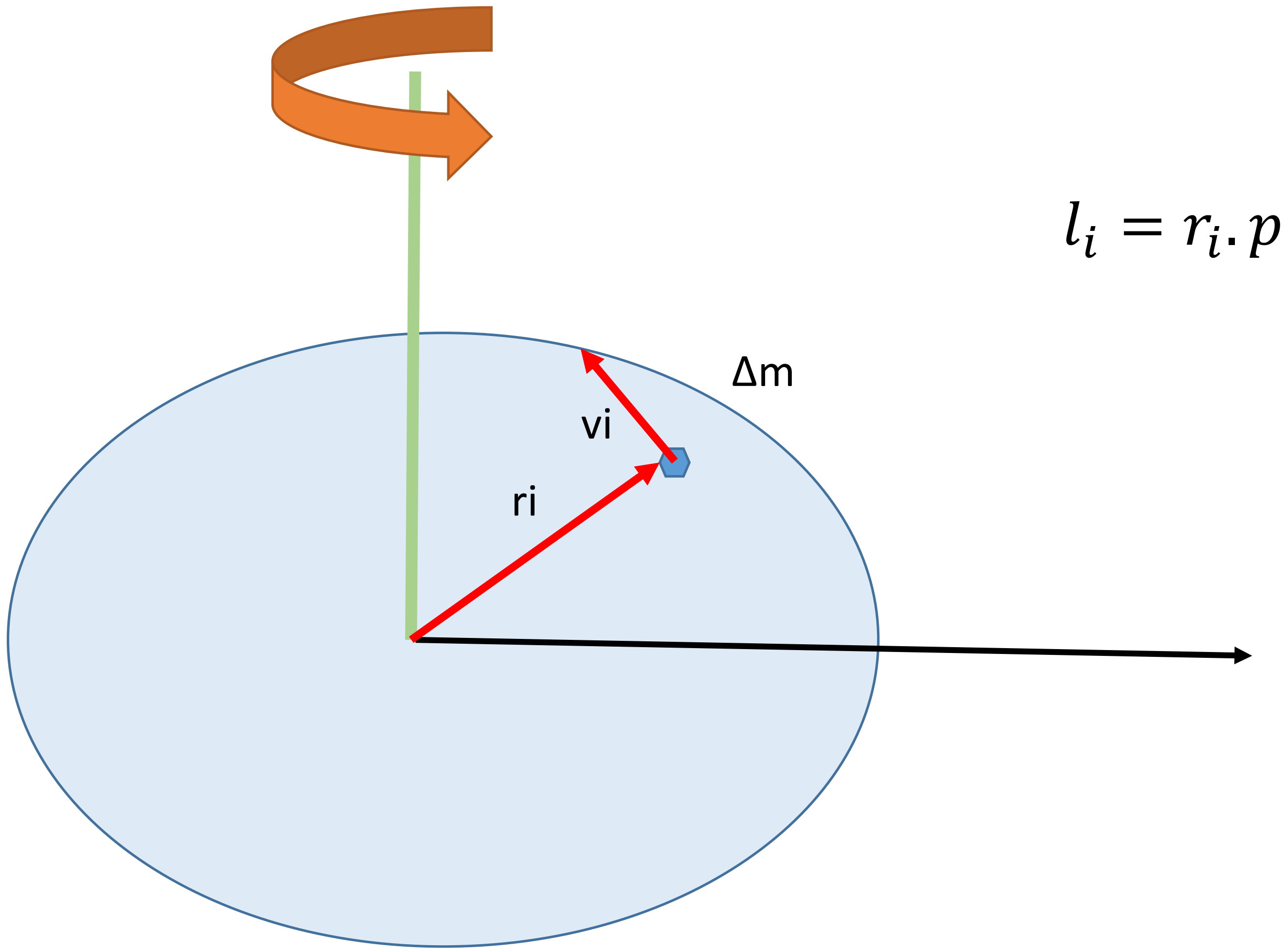
Momento angular – corpo rígido girando



Momento angular – corpo rígido girando

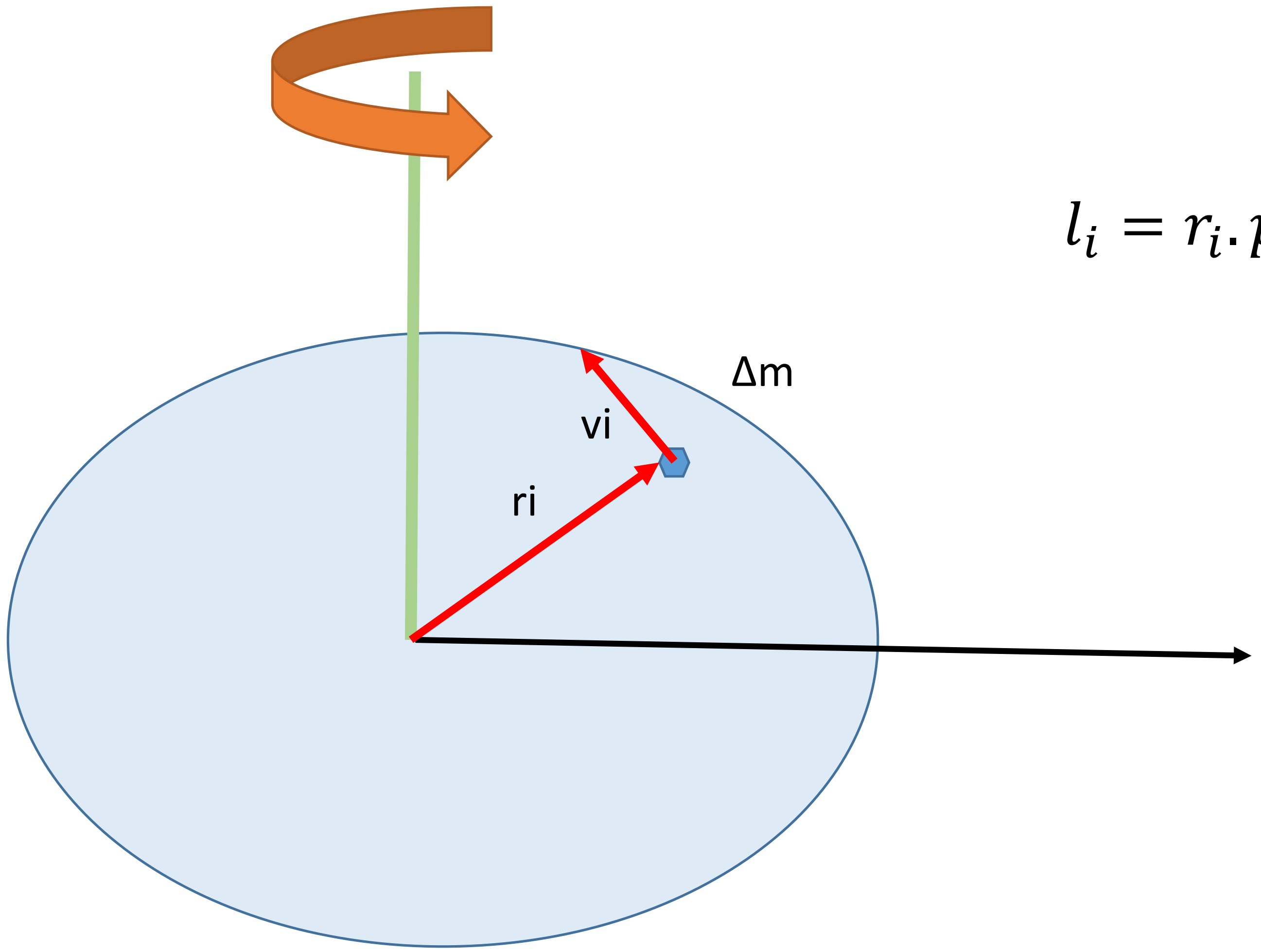


Momento angular – corpo rígido girando



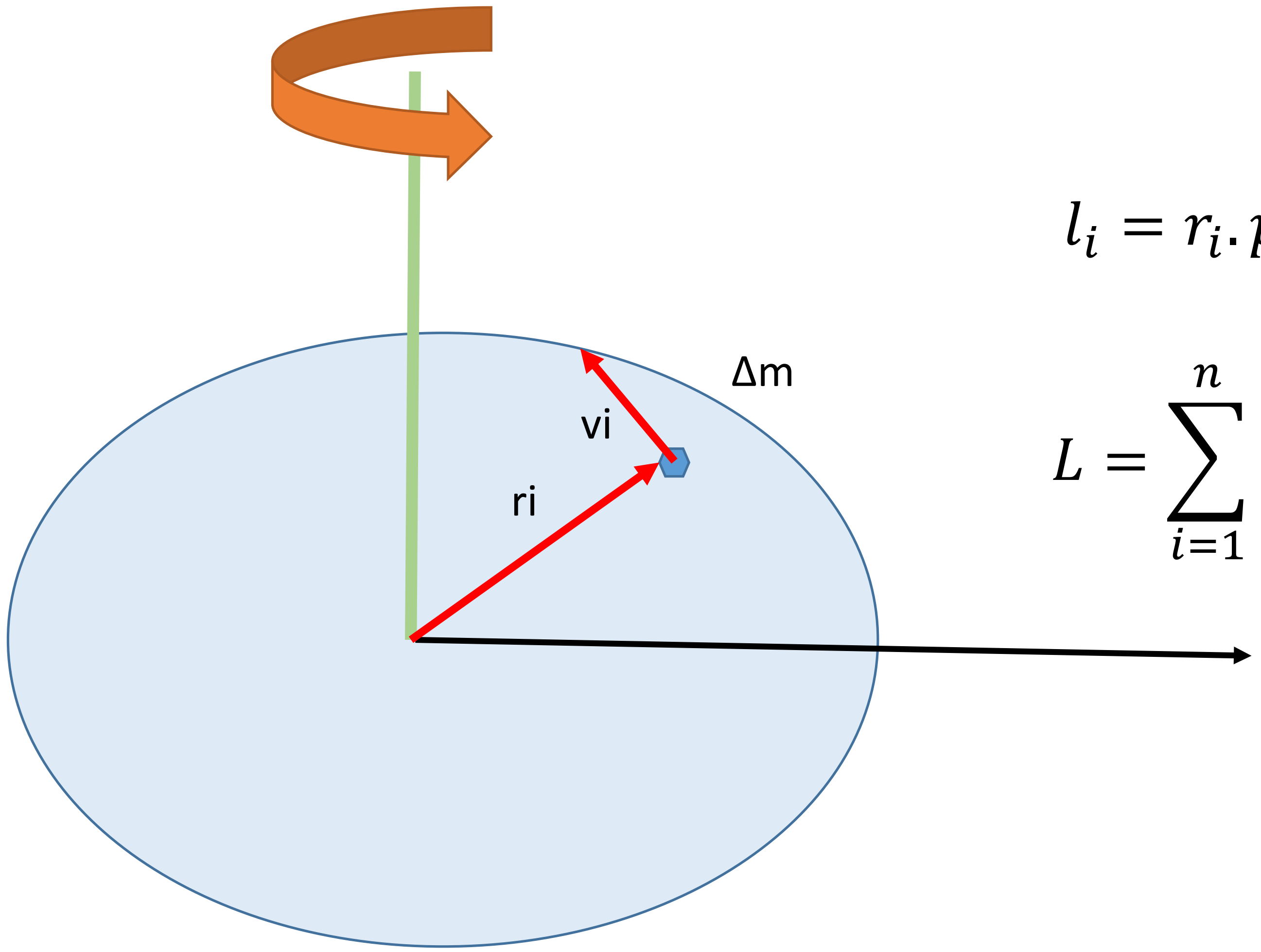
$$l_i = r_i . p_i . sen90$$

Momento angular – corpo rígido girando



$$l_i = r_i . p_i . sen90 = r_i . \Delta m_i v_i$$

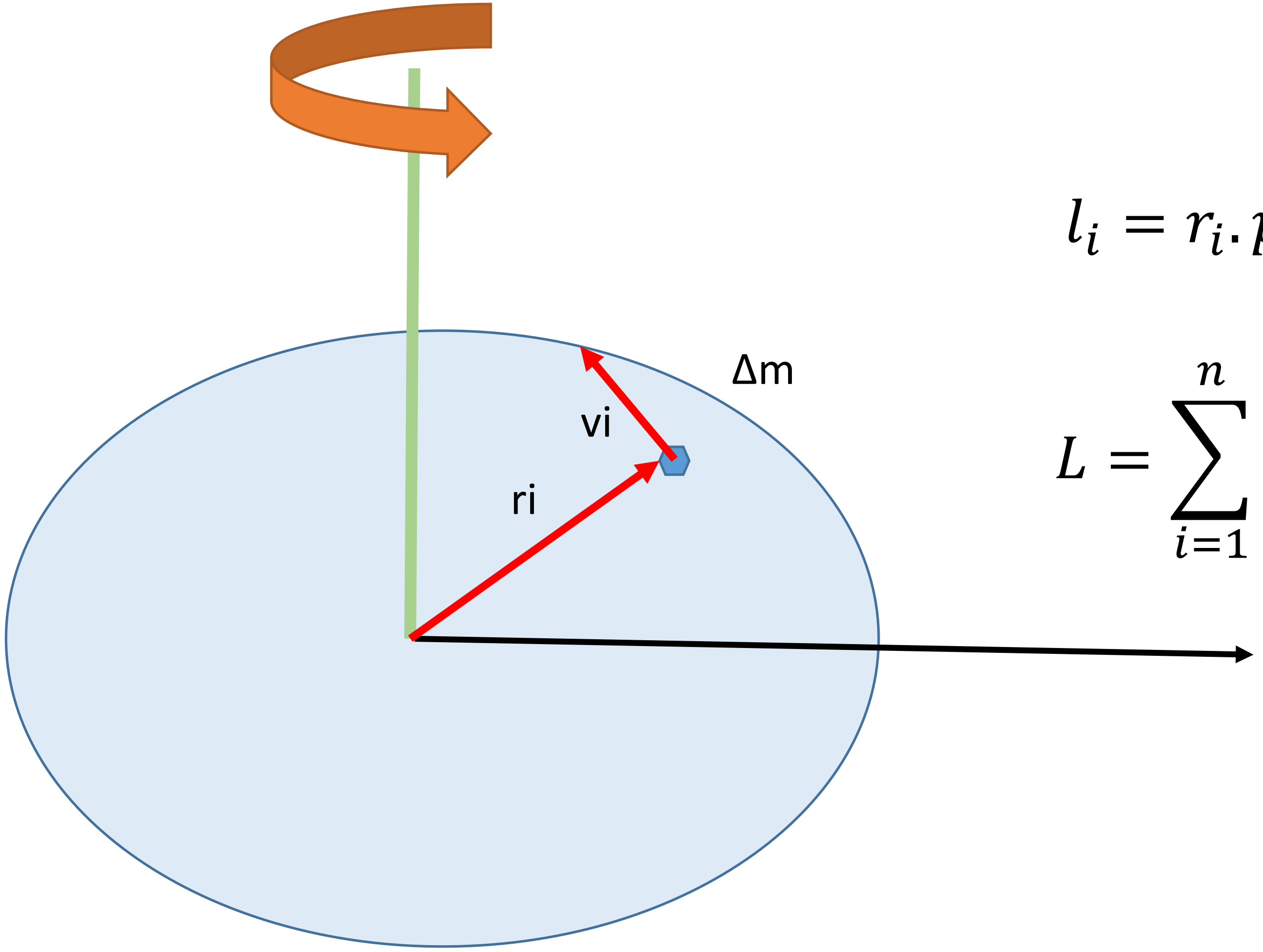
Momento angular – corpo rígido girando



$$l_i = r_i . p_i . sen90 = r_i . \Delta m_i v_i$$

$$L = \sum_{i=1}^{n} l_i$$

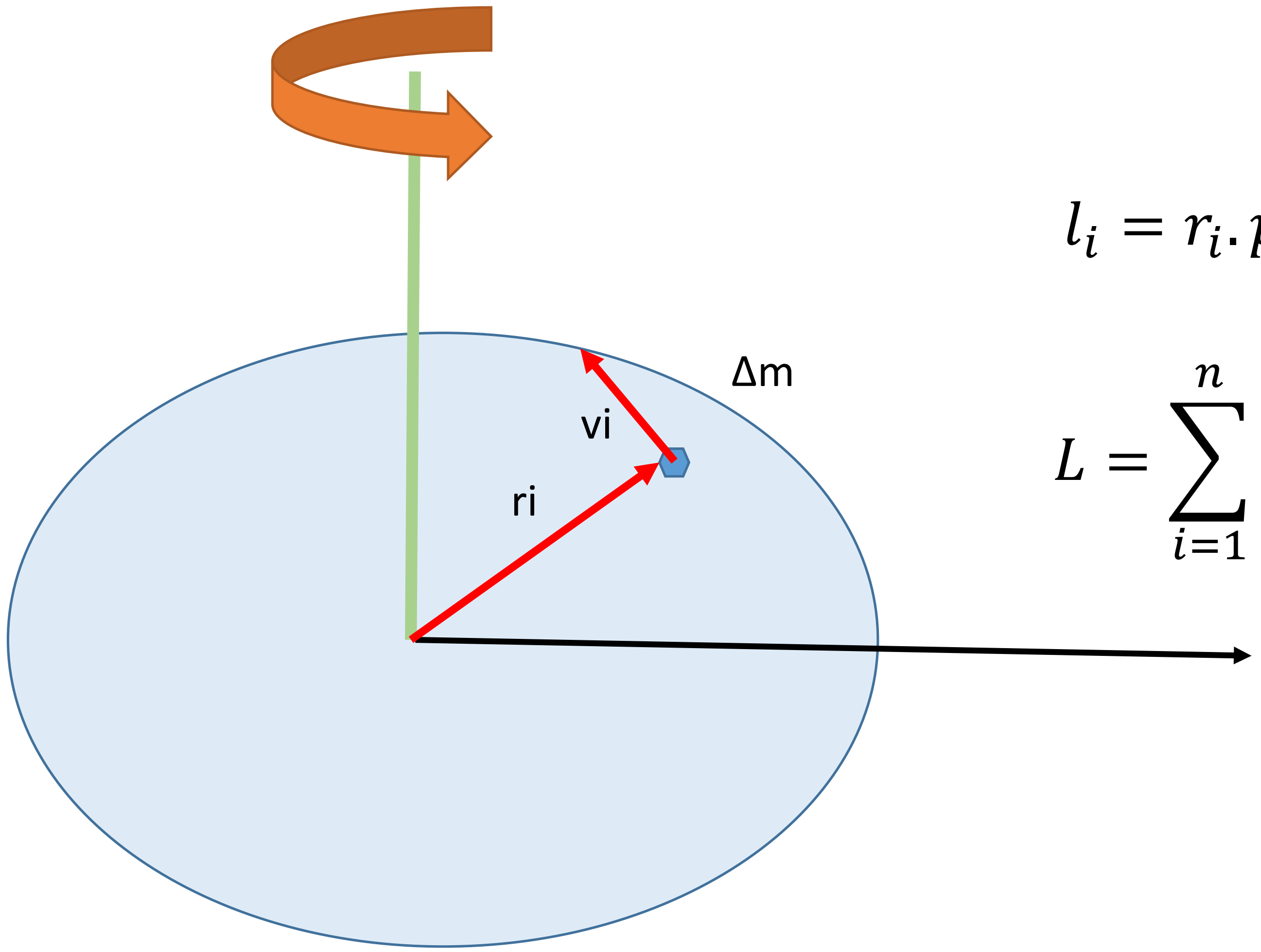
Momento angular – corpo rígido girando



$$l_i = r_i.p_i.sen90 = r_i.\Delta m_i v_i$$

$$L = \sum_{i=1}^{n} l_i = \sum_{i=1}^{n} r_i.\Delta m_i v_i$$

Momento angular – corpo rígido girando

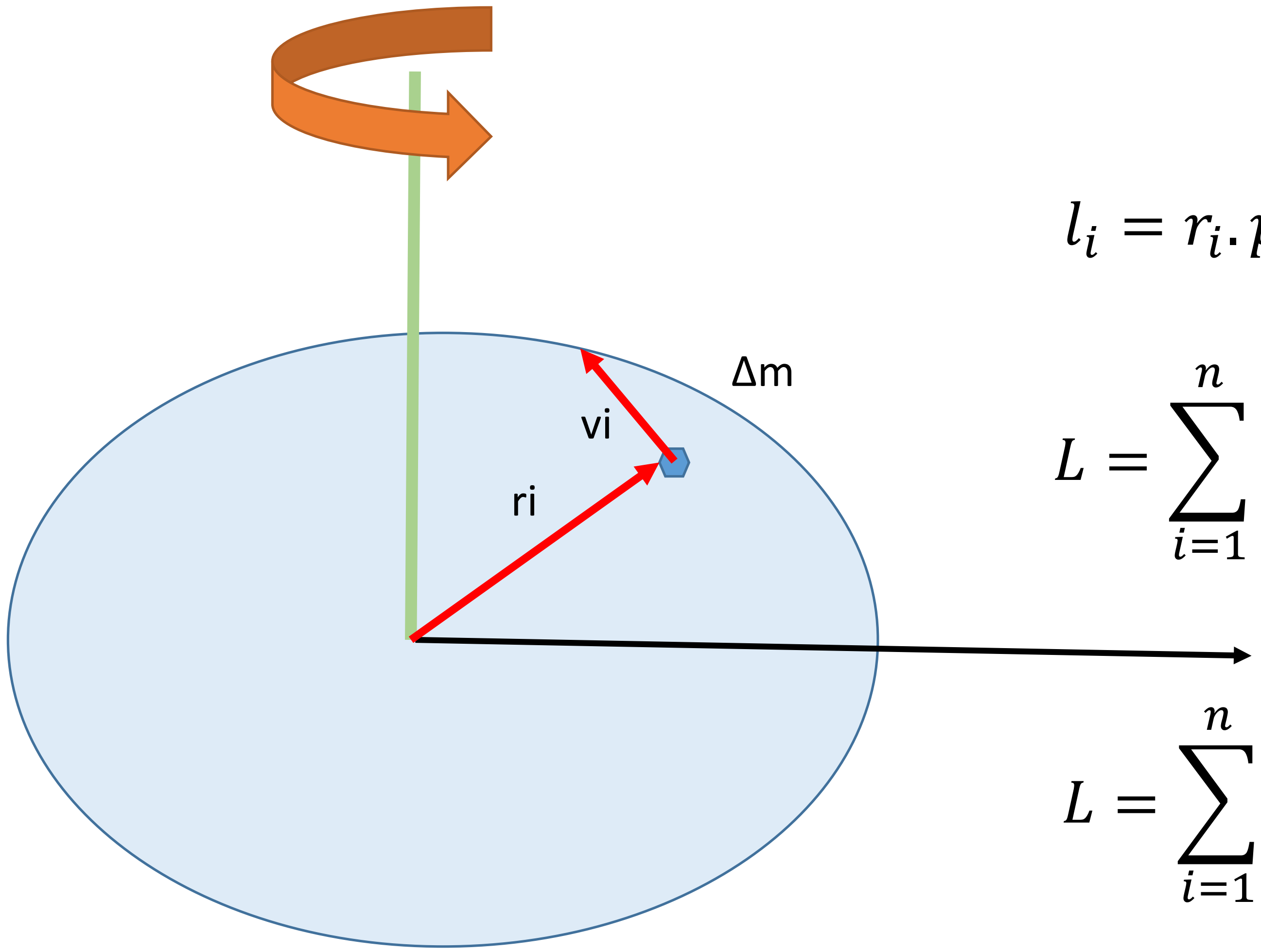


$$l_i = r_i.p_i.sen90 = r_i.\Delta m_i v_i$$

$$L = \sum_{i=1}^{n} l_i \ = \sum_{i=1}^{n} r_i.\Delta m_i v_i$$

V=ωR

Momento angular – corpo rígido girando



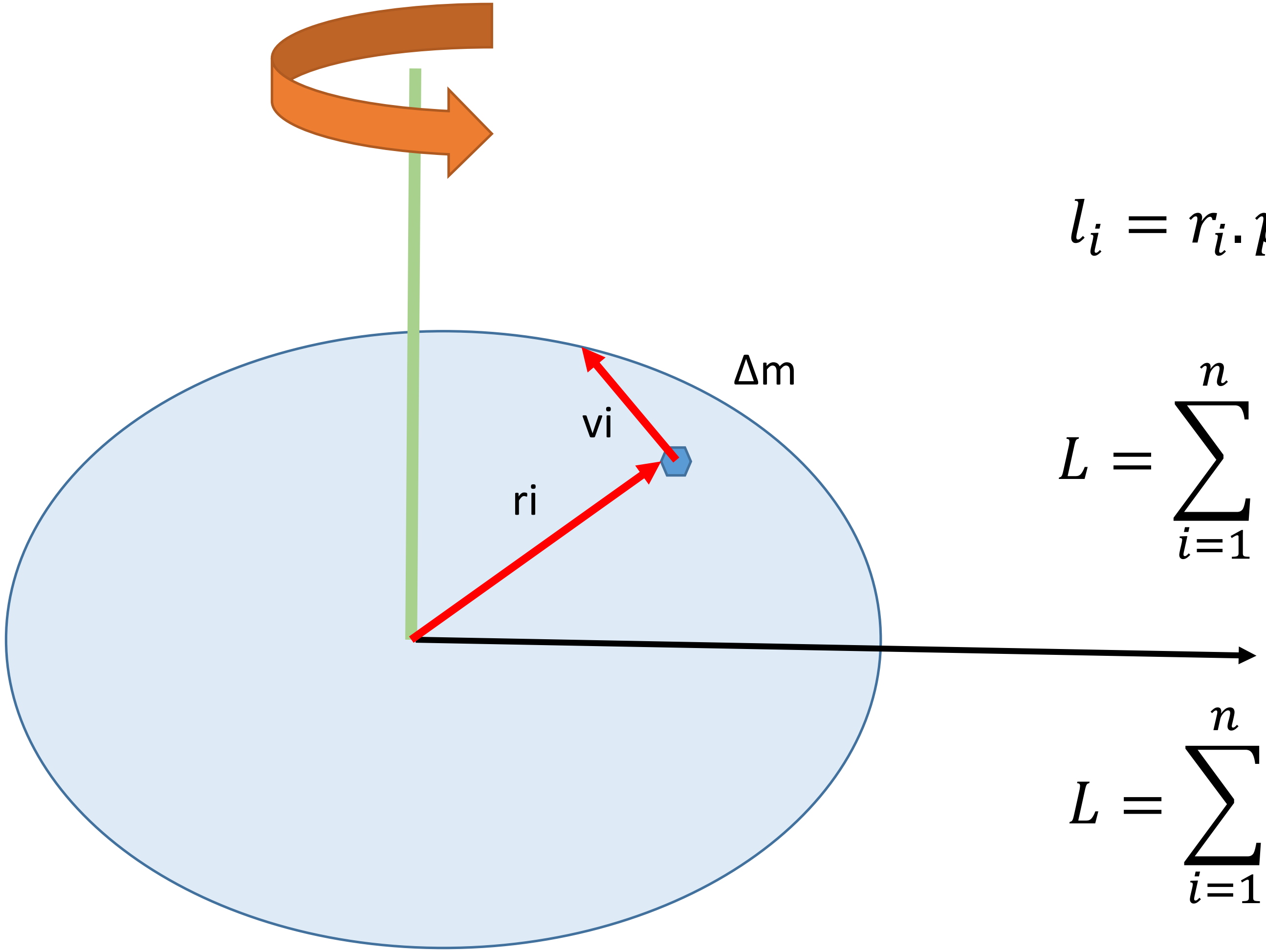
$$l_i = r_i . p_i . sen90 = r_i . \Delta m_i v_i$$

$$L = \sum_{i=1}^{n} l_i = \sum_{i=1}^{n} r_i . \Delta m_i v_i$$

V=ωR

$$L = \sum_{i=1}^{n} \Delta m_i \omega r_i r_i$$

Momento angular – corpo rígido girando



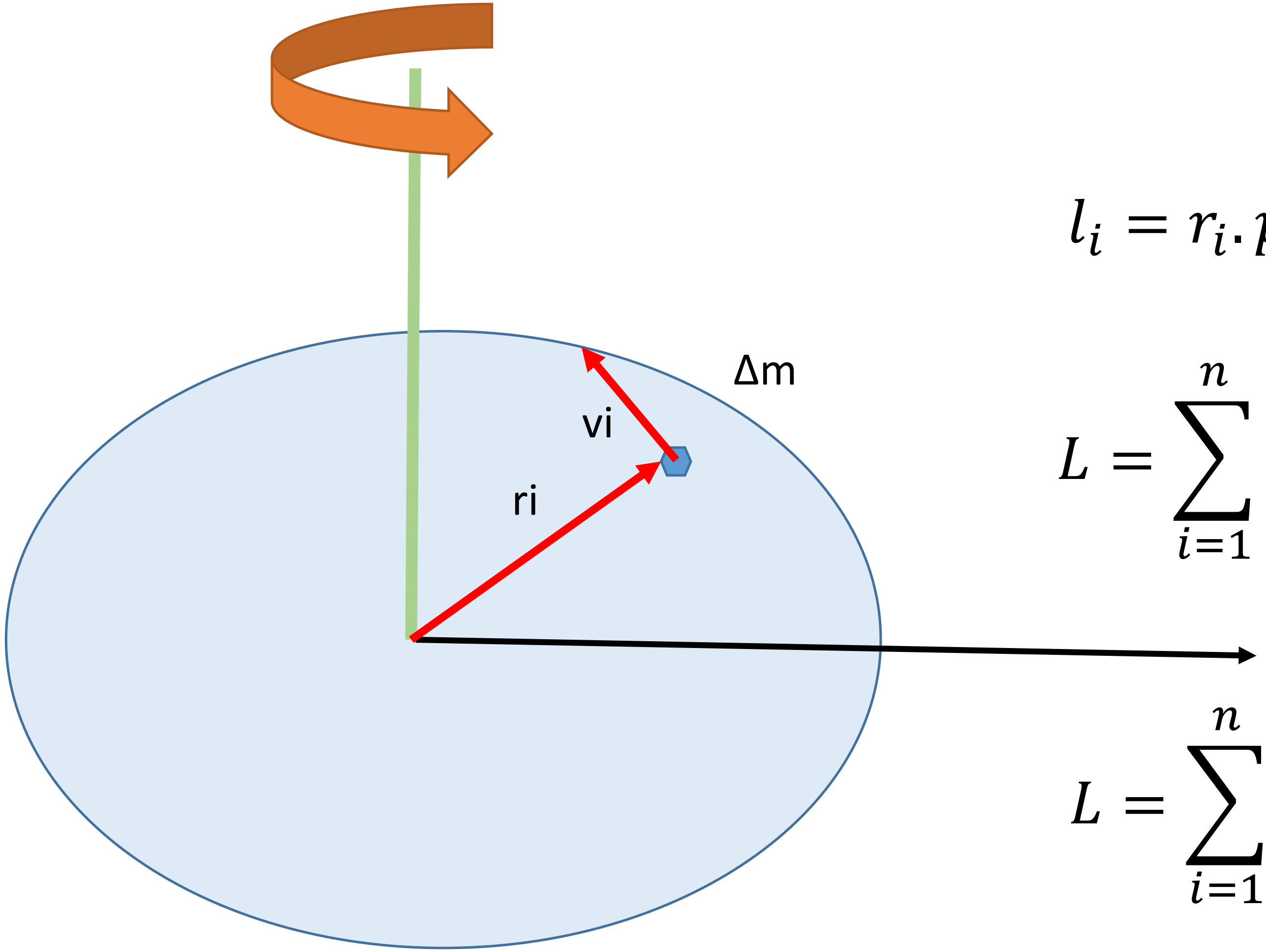
$$l_i = r_i . p_i . sen90 = r_i . \Delta m_i v_i$$

$$L = \sum_{i=1}^{n} l_i = \sum_{i=1}^{n} r_i . \Delta m_i v_i$$

V=ωR

$$L = \sum_{i=1}^{n} \Delta m_i \omega r_i r_i = \omega \sum_{i=1}^{n} \Delta m_i {r_i}^2$$

Momento angular – corpo rígido girando



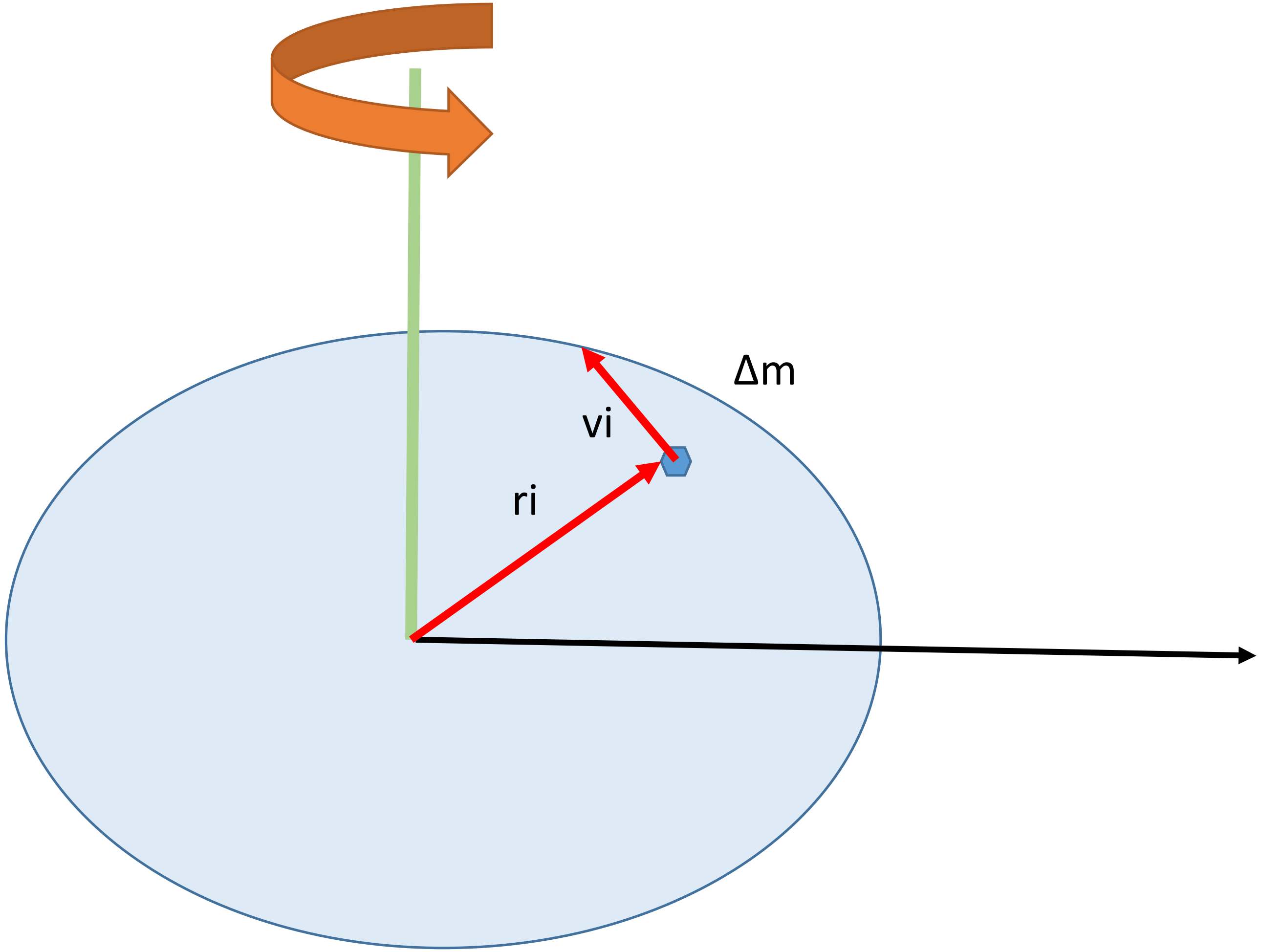
$$l_i = r_i.p_i.sen90 = r_i.\Delta m_i v_i$$

$$L = \sum_{i=1}^{n} l_i = \sum_{i=1}^{n} r_i.\Delta m_i v_i$$

V=ωR

$$L = \sum_{i=1}^{n} \Delta m_i \omega r_i r_i = \omega \sum_{i=1}^{n} \Delta m_i {r_i}^2 = \omega \int r^2 dm$$

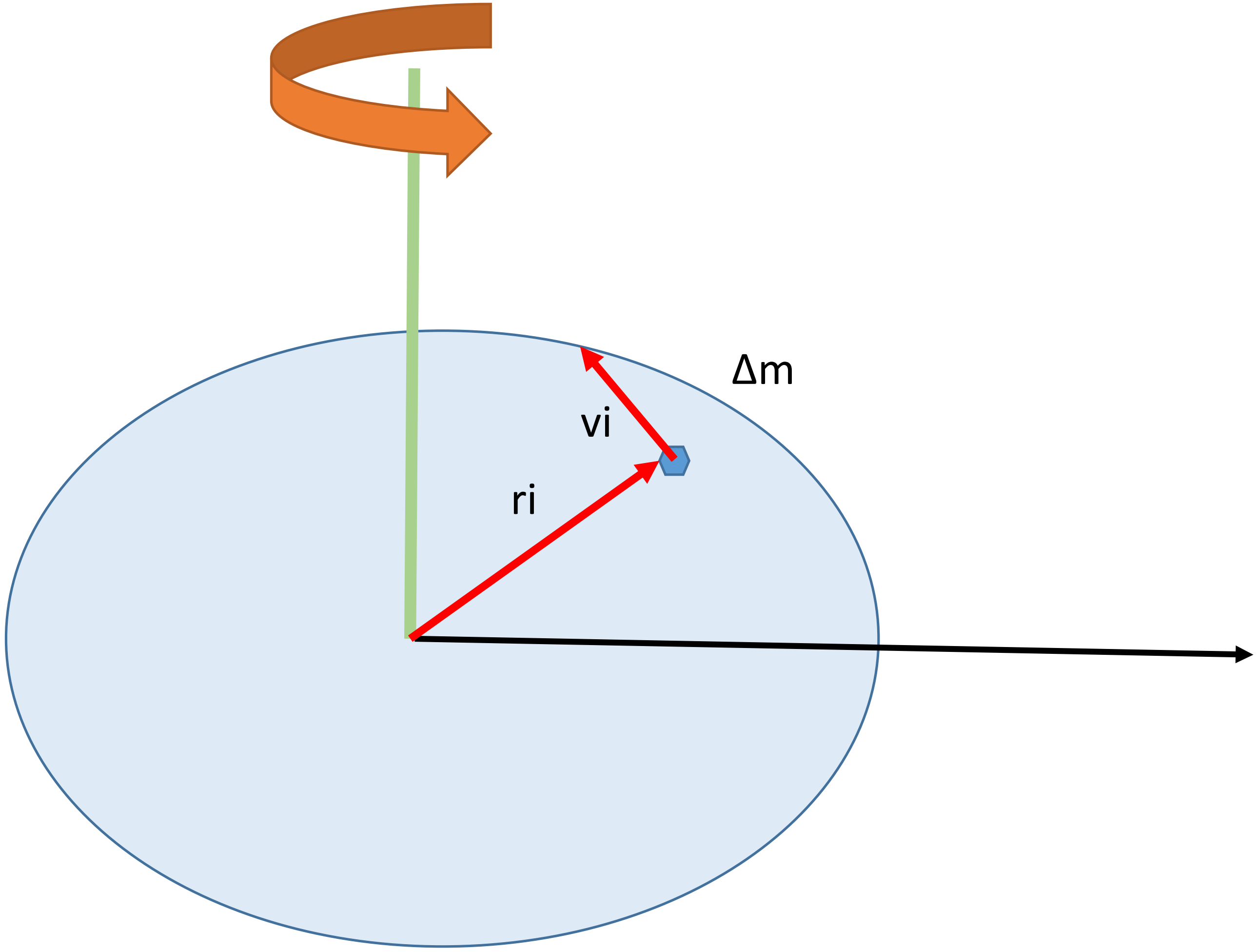
Momento angular – corpo rígido girando



$$L = \omega \int r^2 dm$$

$$L = I\omega$$

Momento angular – corpo rígido girando

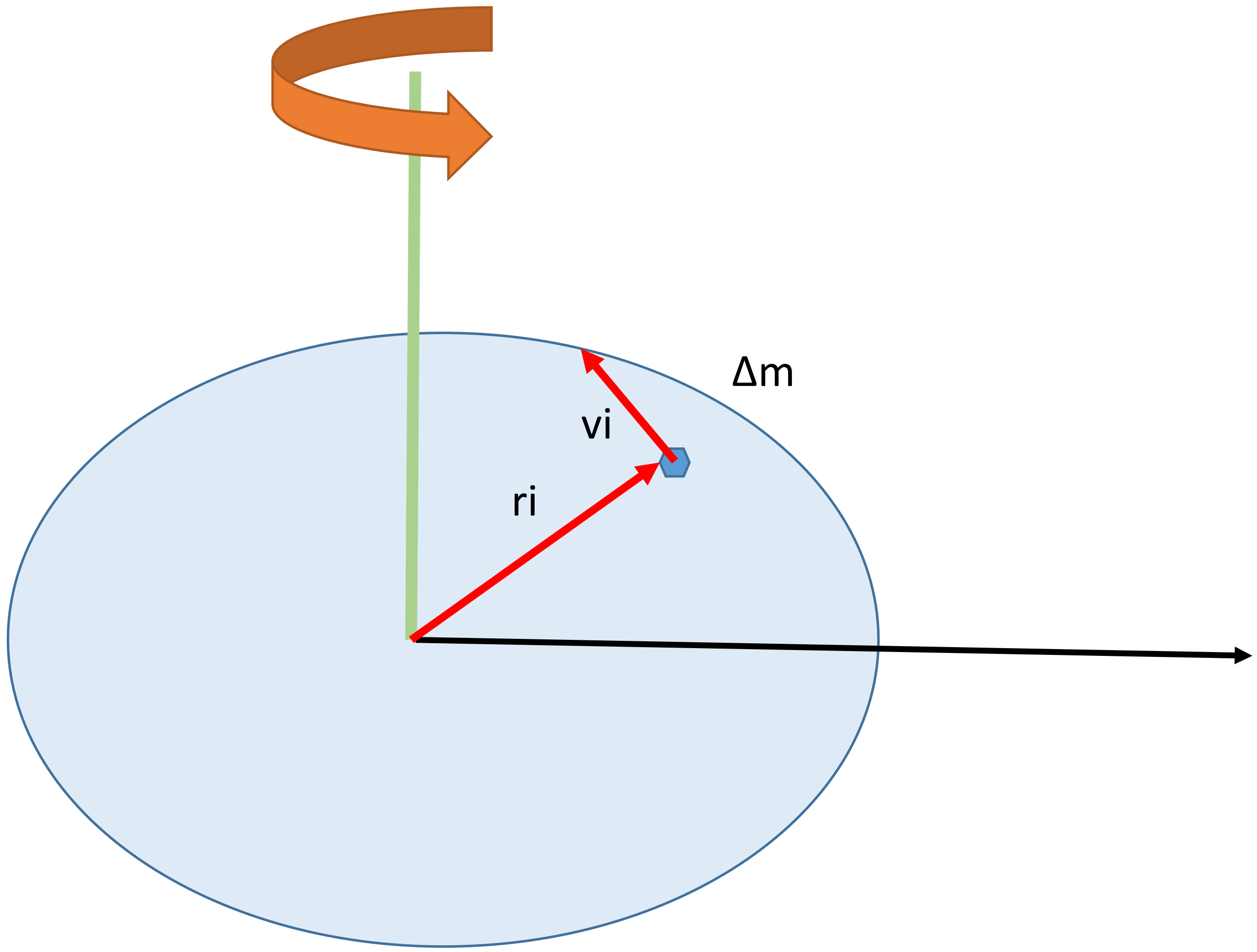


$$L = \omega \int r^2 dm$$

$$L = I\omega$$

$$p = mv$$

Momento angular – corpo rígido girando

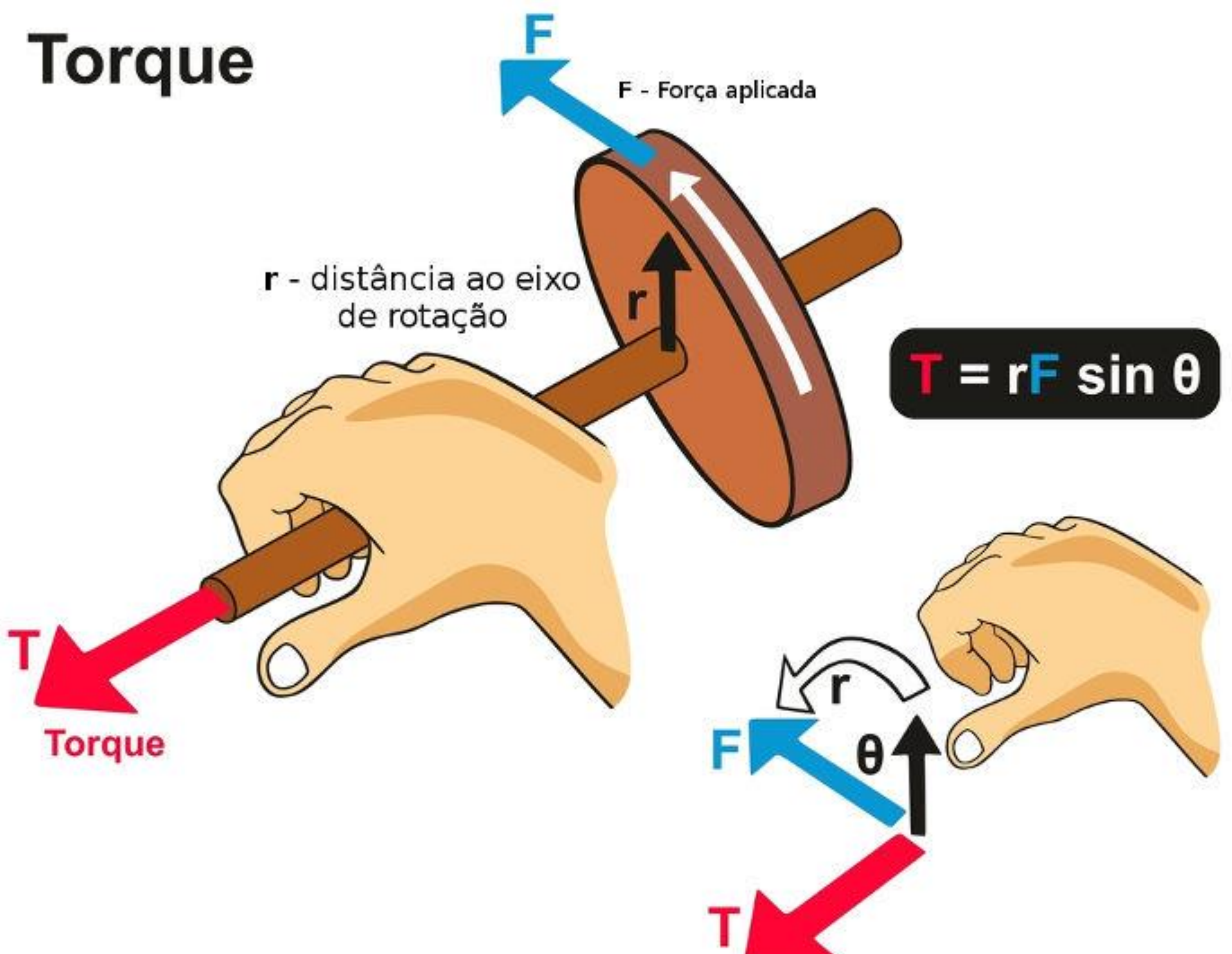


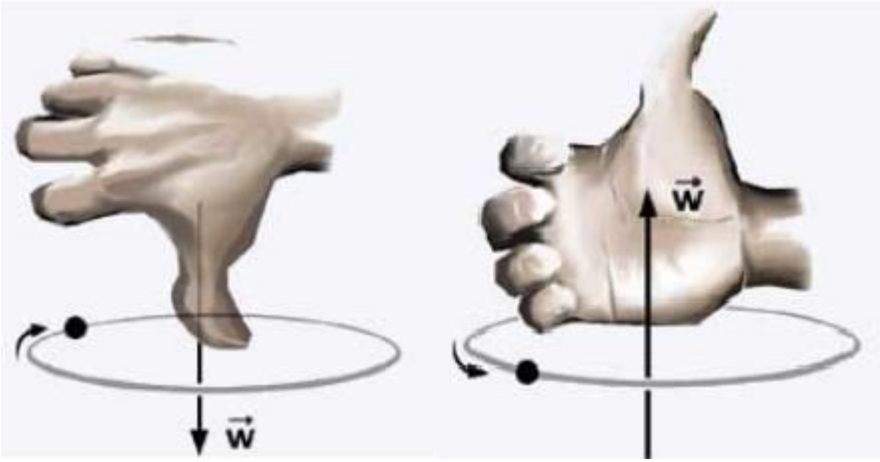
$$L = \omega \int r^2 dm$$

$$\boldsymbol{L} = I\boldsymbol{\omega}$$ rotação

$$p = mv$$ translação

Torque e velocidade angular





Rotação e Translação

Translação		Rotação	
Força	$\vec{F}$	Torque	$\vec{\tau}(= \vec{r} \times \vec{F})$
Momento Linear	$\vec{p}$	Momento Angular	$\vec{L}(= \vec{r} \times \vec{p})$
Momento Linear	$\vec{p} = M.\vec{v}_{CM}$	Momento angular	$\vec{L} = I\omega$
Segunda Lei de Newton	$\overrightarrow{F_{res}} = \frac{d\vec{p}}{dt}$	Segunda Lei de Newton	$\overrightarrow{\tau_{res}} = \frac{d\vec{L}}{dt}$
Lei de Conservação	$\vec{p}$ constante	Lei de Conservação	$\vec{L}\ constante$

Rotação e Translação

Translação		Rotação	
Força	$\vec{F}$	Torque	$\vec{\tau}(=\vec{r}\times\vec{F})$
Momento Linear	$\vec{p}$	Momento Angular	$\vec{L}(=\vec{r}\times\vec{p})$
Momento Linear	$\vec{p}=M.\vec{v}_{CM}$	Momento angular	$\vec{L}=I\omega$
Segunda Lei de Newton	$\overrightarrow{F_{res}}=\frac{d\vec{p}}{dt}$	Segunda Lei de Newton	$\overrightarrow{\tau_{res}}=\frac{d\vec{L}}{dt}$
Lei de Conservação	$\vec{p}$ constante	Lei de Conservação	$\vec{L}$ *constante*

Conservação do Momento Angular

Conservação do Momento Angular

$$\overrightarrow{\tau_{res}} = \frac{d\vec{L}}{dt}$$

Conservação do Momento Angular

$$\overrightarrow{\tau_{res}} = \frac{d\vec{L}}{dt}$$

Se o torque for nulo → L é constante!

Conservação do Momento Angular

$$\overrightarrow{\tau_{res}} = \frac{d\vec{L}}{dt}$$

Se o torque for nulo → L é constante!

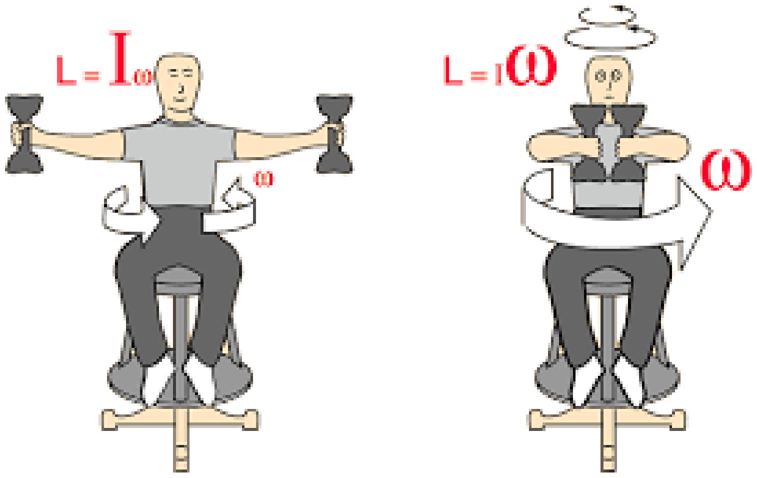
$$I_i . \omega_i = I_f . \omega_f$$

Conservação do Momento Angular

$$\overrightarrow{\tau_{res}} = \frac{d\vec{L}}{dt}$$

Se o torque for nulo → L é constante!

$$I_i . \omega_i = I_f . \omega_f$$



Exemplo

Uma barata de massa m está sobre um disco de massa 6m e raio R. O disco gira como um carrossel em torno do eixo central, com velocidade angular de 1,5 rad/s. A barata está inicialmente a uma distância r=0,8R do centro do disco, mas rateja até a borda. Trate a barata como se fosse uma partícula. Qual é a velocidade angular do inseto ao chegar à borda do disco?